



Permutacje i formy wieloliniowe

Javier de Lucas

Ćwiczenie 1. Dowieść, że

$$\sigma \left(\prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_i - x_j) \right) = \pm \left(\prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_i - x_j) \right)$$

dla dowolnej permutacji $\sigma \in S_n$.

Ćwiczenie 2. Oblicz znak i nośnik następujących permutacji

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Oblicz $\sigma_1 \circ \sigma_2$, $\sigma_2 \circ \sigma_3$ i $\sigma_3 \circ \sigma_1$ i podaj znak tych permutacji. Napisz je w postaci $(a_1 \dots a_6)$.

Ćwiczenie 3. Udowodnij, że każda permutacja jest złożeniem cykli rozłącznych.

Ćwiczenie 4. Napisz następujące permutacje

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

jako złożenie transpozycji i cykli.

Ćwiczenie 5. Oblicz znak permutacji

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \dots & 2m-2 & 2m-1 & 2m \\ m+1 & 1 & m+2 & 2 & m+3 & \dots & m-1 & 2m & m \end{pmatrix}$$

Ćwiczenie 6. Oblicz wszystkie 3-liniowe formy alternujące na \mathbb{R}^3 .