ALGEBRA I R

Kolokwium próbne I

Instrukcje: *Każde zadanie jest za 4 punktów. Rozwiązanie każdego zadania musi znajdować się na osobnej kartce oraz być napisane starannie i czytelnie. W nagłówku każdego rozwiązania muszą znajdować się dane wypełnione według schematu:* **nr zadania, imię i nazwisko, nazwisko prowadzącego ćwiczenia**.

Ćwiczenie 1. Podaj przykład nie-zerowego wielomianu $P(\mathfrak{X})$ o współczynnikach w ciele $\mathbb{Z}_3$ takiego, że stowarzyszona z $P(\mathfrak{X})$ funkcja wielomianowa jest równa zeru, czyli $P(\xi) = 0$ dla każdego $\xi \in \mathbb{Z}_3$.

Ćwiczenie 2. Rozwiąż równania w ciele $\mathbb{C}$:

$$a)\ z^2 + (2-6i)z + (-17-6i) = 0, \qquad b)\ (z^4 - 2 - 3i)(z^2 + z) = 0.$$

Ćwiczenie 3. Obliczyć wszystkie wartości wyrażenia

$$\sqrt[3]{5 - i + \sqrt{8+6i}}.$$

Ćwiczenie 4. Podać bazę i wymiary powłok liniowych $V_1 = \langle a_1, a_2, a_3\rangle$ oraz $V_2 = \langle b_1, b_2, b_3\rangle$, gdzie

$$a_1 = (1,2,1,1), \quad a_2 = (1,1,-1,2), \quad a_3 = (-1,0,3,-3),$$

$$b_1 = (1,2,2,1), \quad b_2 = (2,3,-1,2), \quad b_3 = (1,1,-3,1).$$

Czy $\mathbb{R}^4 = V_1 \oplus V_2$?

Ćwiczenie 5. Funkcje $u, v : X \to \mathbb{R}$ na zbiorze $X \neq \emptyset$ spełniają warunek: każda kombinacja liniowa u i v jest funkcją stałego znaku, tzn. ta funkcja jest nieujemna na całem zbiorze X lub niedodatnia na całem zbiorze X. Dowieść, że u i v są liniowo zależne.