ANALIZA I
24 i 27 października 2014
Semestr zimowy
Lista VI

Granice ciągów II

Javier de Lucas

Zadanie 1. Bezpośrednio z warunku Cauchy'ego wykazać, że ciąg $\{\frac{1}{n}\}$ jest zbieżny.

Zadanie 2. Bezpośrednio z warunku Cauchy'ego wykazać, że ciąg $a_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$ jest zbieżny.

Zadanie 3. Znaleźć granicę ciągu danego wzorem rekurencyjnym:

$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n^2}, \qquad a_1 > 0, \quad a_1 \neq 1.$$

Zadanie 4. Zbadać zbieżność ciągów:

$$(a)\ a_n = \cos\left(\frac{\pi n^3}{2n^2+n}\right), \qquad (b)\ b_n = \frac{n}{2n+1}\sin\left(\frac{2\pi}{3}n\right).$$

Zadanie 5. Zbadać zbieżność ciągu i znaleźć granicę:

$$a_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{n^2+i}}.$$

Zadanie 6. Zbadać zbieżność ciągu i znaleźć granicę:

$$a_n = \sqrt[n]{\sum_{i=1}^{k} \lambda_i^n},$$

gdzie $k \in \mathbb{N}_+$, a $\lambda_i > 0$.

Zadanie 7. Obliczyć granicę ciągu o wyrazie ogólnym: $u_n = \left(1+\frac{2}{n}\right)^n$, $u_n = \left(1-\frac{1}{n^2}\right)^n$, $u_n = \left(\frac{n+5}{n}\right)^n$, $u_n = \left(1-\frac{4}{n}\right)^{-n+3}$, $u_n = \left(\frac{n^2+6}{n^2}\right)^{n^2}$, $u_n = \left(\frac{n^2+2}{2n^2+1}\right)^{n^2}$

Zadanie 8. Obliczyć granicę ciągu o wyrazie ogólnym $u_n = \sqrt{n+\sqrt{n}} - \sqrt{n-\sqrt{n}}$, $u_n = \sqrt{n(n-\sqrt{n^2-1})}$, $u_n = n(\sqrt{2n^2+1}-\sqrt{2n^2-1})$, $u_n = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+\sqrt{n+\sqrt{n}}}}$, $u_n = 2^{-n} a \cos n\pi$, $u_n = \frac{n \sin n!}{n^2+1}$, $u_n = n(\ln(n+1) - \ln n)$, $u_n = \frac{\ln\left(1+\frac{3}{n}\right)}{\frac{1}{n}}$, $u_n = \frac{\log_2 n^5}{\log_8 n}$, $u_n = \frac{27^{\log_3 n}}{16^{\log_2 n}}$, $u_n = \frac{n!}{n^n}$, $u_n = \frac{2^n 3^n}{n!}$.