



ANALIZA I
4 i 7 listopada 2014
Semestr zimowy
Lista VIII



Metryki i topologia
Javier de Lucas

Zadanie 1. Zbadać, czy zbiory:

$$A := \bigcup_{n=1}^{+\infty} \left[\frac{1}{2n}, \frac{1}{2n-1} \right], \quad B = \bigcap_{n=1}^{+\infty} \left[-\frac{1}{n}, \frac{n}{n-1} \right],$$

są otwarte bądź domknięte.

Zadanie 2. Zbadać, czy zbiory:

$$A := \bigcup_{n=1}^{+\infty} \left[-\frac{1}{n}, 1 - \frac{1}{n} \right], \quad B = \bigcap_{n=1}^{+\infty} \left[-2 + \frac{2}{n+2}, 1 + \frac{2}{n+1} \right],$$

są otwarte bądź domknięte.

Zadanie 3. Załóżmy, że w przestrzeni $X = [1, +\infty[$ wprowadzono metrykę daną wzorem:

$$d(x, y) = \begin{cases} 0, & x = y \\ 1 + \frac{1}{xy}, & x \neq y \end{cases}$$

Zbadać, czy zbiór $A = [2, 3[$ jest otwarty bądź domknięty.

Zadanie 4. Pokazać, że (X, d) , gdzie d - metryka z ostatniego zadania poprzedniej serii, jest przestrzenią metryczną niezupełną.