ANALIZA I
18 i 21 listopada 2014
Semestr zimowy
Lista X

Ciągłość jednostajna i różniczkowalność

Javier de Lucas

Zadanie 1. Opierając się na definicji ciągłości jednostajnej pokazać, że funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$ jest ciągła jednostajnie na przedziale $[1, +\infty[$.

Zadanie 2. Opierając się na definicji ciągłości jednostajnej pokazać, że funkcja $f(x) = x^2$ jest ciągła jednostajnie na przedziale $]0, 2[$.

Zadanie 3. Opierając się na definicji ciągłości jednostajnej pokazać, że funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest ciągła jednostajnie na przedziale $]0, +\infty[$.

Zadanie 4. Opierając się na definicji ciągłości jednostajnej pokazać, że funkcja $f(x) = x^2$ nie jest ciągła jednostajnie na przedziale $]0, +\infty[$.

Zadanie 5. Zbadać różniczkowalność funckcji:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}}, & x > 0, \\ x^n, & x \leq 0 \end{cases}$$

Zadanie 6. Zbadać, czy istnieje pochodna funkcji $f(x) = |x|$ w punkcie $x = 0$.

Zadanie 7. Zbadać, czy istnieje pochodna funkcji $f(x) = \operatorname{sgn} x$ w punkcie $x = 0$.

Zadanie 8. Dane są funkcje:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, x > 0 \\ 2, x = 0 \end{cases} \qquad f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, x > 0 \\ 1, x = 0 \end{cases} .$$

Oblicz $f'(0^+)$.

Zadanie 9. Dana jest funkcja $f(x) = \sqrt{|x|}, x \in \mathbb{R}$. Zbadaj dla jakich $x \in \mathbb{R}$ istnieje pochodna $f(x)$.

Zadanie 10. Dla jakiego a funkcja $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x)}{x}, & \text{dla } x > -1 \text{ i } x \neq 0, \\ a, & \text{dla } x = 0 \end{cases}$.
jest różniczkowalna w punkcie $x = 0$?