ANALIZA II
7 marca 2014
Semestr letni

Wzór Taylora i obszar zbieżności

Ćwiczenie 1. Rozwinąć daną funkcję w szereg potęgowy wokółpunktu x_0 i zbadać obszar zbieżności otrzymanych szeregów

(a) $f(x) = \arcsin(x), \ \ x_0 = 0,$ (b) $f(x) = x \arctan\left(\frac{x}{1+x}\right), \ \ x_0 = -\frac{1}{2},$

(c) $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} \mathsf{d}t, \ \ x_0 = 0,$ (d) $f(x) = \frac{1}{2}[\log(1-x)]^2 \ \ x_0 = 0.$

Ćwiczenie 2. Zbadać obszar zbieżności podanych szeregów oraz wyrazić sumy szeregów przez funkcje elementarne. Należy korzystać ze znajomości rozwinięć podstawowych funkcji ($\exp(x)$, $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\log(1+x)$, $\frac{1}{1-x}$ ...) oraz z faktu iż szeregi potęgowe można różniczkować i całkować wyraz po wyrazie.

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n-2)x^n}{(n+2)n!}$ Wskazówka: badać $f(x) - e^x$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n n^2}{n^2-1} x^{3n-5}$ Wskazówka: $f(x) = \frac{1}{x^5}\varphi(x^3)$