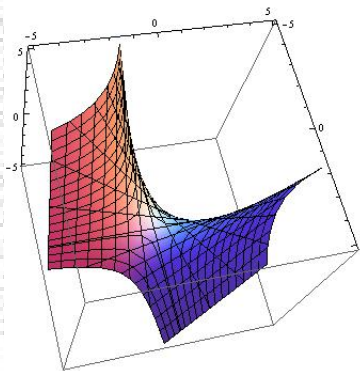


Ekstrema funkcji i funkcji uwikłanych. Ekstrema związane.

Javier de Lucas

Ćwiczenie 1. Znaleźć ekstrema funkcji: $p(x_1, \dots, x_n) = x_1 + x_2 + \dots + x_n + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}$.

Ćwiczenie 2. Znaleźć odległość punktu $A = (0, 0, 0)$ od powierzchni określonej równaniem $y = xz - 3$.

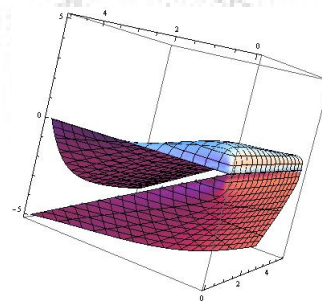
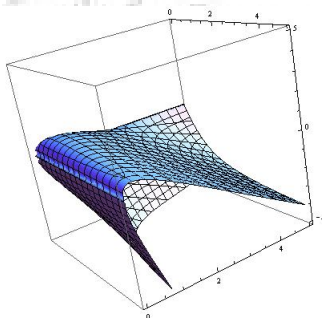


Ćwiczenie 3. Obliczyć macierz Jacobiego superpozycji odwzorowań

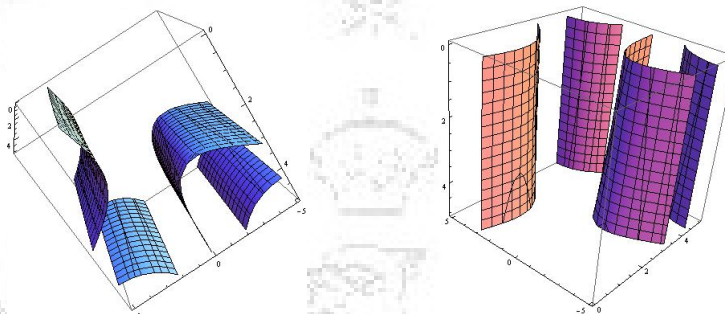
$$S : \mathbb{R} \ni t \mapsto (t, \log(1 + t^4)) \in \mathbb{R}^2, \quad T : \mathbb{R}^2 \ni (x, y) \mapsto (\sin x, e^{x+y}, 1) \in \mathbb{R}^3,$$

i sprawdzić, że $[(T \circ S)']^i_j = \sum_k (T')^i_k (S')^k_j$.

Ćwiczenie 4. Znaleźć i zbadać punkty krytyczne funkcji $z : \mathcal{O} \rightarrow \mathbb{R}$ określonej w obszarze $\mathcal{O} := \{(x, y) : x, y > 0\}$ niejawnie równaniem: $F(x, y, z) := (x + z)(y + z) \left(1 + \frac{z}{xy}\right) = 8$



Ćwiczenie 5. Znaleźć punkty krytyczne funkcji $(x, y) \rightarrow z(x, y)$ opisanej niejawnie równaniem $6z^3 - 7(x^3 - 3x)z + (2x + y)^2 = 20$.



Ćwiczenie 6. Rozważmy funkcję $H : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ postaci

$$H(x, y, z, t) := [x + y + z + t - 10, x^2 + y^2 + z^2 + t^2 - 30, x^3 + y^3 + z^3 + t^3 - 100]^T,$$

Warunek $H = 0$ określa y, z, t jako funkcje zmiennej x . Znaleźć $y'(x)$ w punkcie $[1, 2, 3, 4]^T$.