



ĆWICZENIA Z MATEMATYKI I



Powtórka przed kolokwium

J. de Lucas

Ćwiczenie 1. Dane wektory

$$\mathbf{x} = (2, 3, 4), \quad \mathbf{y} = (3, 2, 1), \quad \mathbf{z} = (4, 2, 3)$$

sprawdź czy te wektory są liniowo niezależne. Oblicz objętość równoległościanu zbudowanego z tych wektorów oraz powierzchni ich ścian. Oblicz kąty między wektorami.

Ćwiczenie 2. Udowodnij przez indukcję:

$$a) \sum_{k=1}^n k^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}, \quad b) 10^n - 1 \text{ można podzielić przez } 9.$$

$$c) 10^{6n} - 1 \text{ można podzielić przez } 7.$$

Ćwiczenie 3. Niech A będzie zbiorem punktów (x, y) dla których $x^2 + y^2 < 1$, B będzie zbiorem punktów, dla których $x^2 + y^2 < 4$, C będzie zbiorem punktów, dla których $(x-1)^2 + y^2 < 1$. Znaleźć zbiory

$$A \cup B, \quad A \cup C, \quad A \cup B \cup C, \quad A \cap C, \quad A \setminus B, \quad A \cap B \cap C.$$

Ćwiczenie 4. Określ naturalną dziedzinę funkcji

$$a) \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}}, \quad b) \sqrt{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}, \quad c) \sqrt{\log_3 \left(\frac{1-3x}{x+2} \right)}.$$

Ćwiczenie 5. Znaleźć funkcję odwrotną do

$$a) f(x) = \frac{2x}{1+x^2}, \quad (D_f = [1, +\infty)), \quad b) f(x) = \frac{2x}{1+x^2}, \quad (D_f = [-1, 1]).$$