

Mechanika Kwantowa I (2006/2007)

Lista pytań na egzamin ustny do tematów kanonu (wersja nr 06 z dnia 29.01.2007)

W części dotyczącej kanonu, na egzaminie ustnym będą zadawane tylko pytania z poniższej listy. Do odpowiedzi będzie się można przygotować. Odpowiedź na każde z pytań powinna być krótko uzasadniona. Ważniejsze jest zrozumienie zagadnienia niż mechaniczne udzielenie poprawnej lub błędnej odpowiedzi.

Osoby pragnące otrzymać ocenę wyższą niż dostateczna będą proszone na egzaminie ustnym o odpowiedzi na standardowe pytania egzaminacyjne obejmujące cały program wykładu. Do odpowiedzi będzie się można przygotować.

1. **Funkcja falowa w jednym wymiarze w reprezentacji położeniowej i pędowej, transformata Fouriera, średnia wartość położenia i pędu, dyspersja położenia i pędu, zasada nieoznaczoności.**
 - (a) Ile wynosi prawdopodobieństwo znalezienia cząstki kwantowej na odcinku od x_1 do x_2 o ile jej położeniowa funkcja falowa w jednym wymiarze jest równa $\Psi(x)$?
 - (b) Ile wynosi prawdopodobieństwo znalezienia cząstki kwantowej o pędzie pomiędzy p_1 a p_2 o ile jej pędowa funkcja falowa w jednym wymiarze jest równa $\Psi(p)$?
 - (c) Jak obliczyć pędową funkcję falową $\Psi(p)$ cząstki w jednym wymiarze kiedy znana jest jej położeniowa funkcja falowa $\Psi(x)$?
 - (d) Jak obliczyć położeniową funkcję falową $\Psi(x)$ cząstki w jednym wymiarze kiedy znana jest jej pędowa funkcja falowa $\Psi(p)$?
 - (e) Ile wynosi położeniowa funkcja falowa $\Psi(x)$ cząstki w jednym wymiarze znajdującej się w stanie kwantowym $|\Psi\rangle$?
 - (f) Ile wynosi pędowa funkcja falowa $\Psi(p)$ cząstki w jednym wymiarze znajdującej się w stanie kwantowym $|\Psi\rangle$?
 - (g) Jak obliczyć wartość oczekiwaną wyników pomiaru położenia cząstki w jednym wymiarze kiedy znana jest jej położeniowa funkcja falowa $\Psi(x)$?
 - (h) Jak obliczyć wartość oczekiwaną wyników pomiaru pędu cząstki w jednym wymiarze kiedy znana jest jej pędowa funkcja falowa $\Psi(p)$?
 - (i) Jak obliczyć dyspersję wyników pomiaru położenia cząstki w jednym wymiarze kiedy znana jest jej położeniowa funkcja falowa $\Psi(x)$?

- (j) Jak obliczyć dyspersję wyników pomiaru pędu cząstki w jednym wymiarze kiedy znana jest jej pędowa funkcja falowa $\Psi(p)$?
- (k) Jak zmieni się dyspersja wyników pomiaru położenia cząstki w jednym wymiarze kiedy zamienimy jej położeniową funkcję falową $\Psi(x)$ na $\Psi(\alpha x)$, gdzie α jest stałą różną od zera?
- (l) Jak zmieni się dyspersja wyników pomiaru położenia cząstki w jednym wymiarze kiedy zamienimy jej pędową funkcję falową $\Psi(p)$ na $\Psi(\alpha p)$, gdzie α jest stałą różną od zera?
- (m) Jak zmieni się dyspersja wyników pomiaru pędu cząstki w jednym wymiarze kiedy zamienimy jej położeniową funkcję falową $\Psi(x)$ na $\Psi(\alpha x)$, gdzie α jest stałą różną od zera?
- (n) Jak zmieni się dyspersja wyników pomiaru pędu cząstki w jednym wymiarze kiedy zamienimy jej pędową funkcję falową $\Psi(p)$ na $\Psi(\alpha p)$, gdzie α jest stałą różną od zera?
- (o) Jaki wymiar ma położeniowa funkcja falowa $\Psi(x)$ cząstki w jednym wymiarze?
- (p) Jaki wymiar ma pędowa funkcja falowa $\Psi(p)$ cząstki w jednym wymiarze?
- (q) Czy iloczyn dyspersji położenia i pędu cząstki w jednym wymiarze może być mniejszy od stałej Plancka \hbar ?
- (r) Czy iloczyn dyspersji położenia i pędu cząstki w jednym wymiarze może być mniejszy od połowy stałej Plancka $\hbar/2$?
- (s) Czy iloczyn dyspersji położenia i pędu cząstki w jednym wymiarze może być większy od stałej Plancka \hbar ?

2. **Ruch cząstki swobodnej w jednym wymiarze, rozplýwanie się paczki falowej, twierdzenie Ehrenfesta.**

- (a) Jakie równanie różniczkowe wyznacza zmiany położeniowej funkcji falowej cząstki swobodnej w jednym wymiarze?
- (b) Jakie równanie różniczkowe wyznacza zmiany pędowej funkcji falowej cząstki swobodnej w jednym wymiarze?
- (c) Jak zmienia się w czasie średnie położenie cząstki swobodnej w jednym wymiarze?
- (d) Jak zmienia się w czasie średni pęd cząstki swobodnej w jednym wymiarze?
- (e) Jak zmienia się w czasie dyspersja położenia cząstki swobodnej w jednym wymiarze?
- (f) Jak zmienia się w czasie dyspersja pędu cząstki swobodnej w jednym wymiarze?
- (g) Jakie równanie różniczkowe wyznacza zmiany średniego położenia cząstki swobodnej w jednym wymiarze?
- (h) Jakie równanie różniczkowe wyznacza zmiany średniego pędu cząstki swobodnej w jednym wymiarze?
- (i) Jaką postać ma położeniowa funkcja falowa cząstki swobodnej w jednym wymiarze o zerowej dyspersji pędu?
- (j) Jaką postać ma położeniowa funkcja falowa cząstki swobodnej w jednym wymiarze o zerowej dyspersji położenia?
- (k) Jaką postać ma pędowa funkcja falowa cząstki swobodnej w jednym wymiarze o zerowej dyspersji pędu?
- (l) Jaką postać ma pędowa funkcja falowa cząstki swobodnej w jednym wymiarze o zerowej dyspersji położenia?
- (m) W jaki sposób zależy od czasu położeniowa funkcja falowa cząstki swobodnej w jednym wymiarze jeżeli w chwili $t = 0$ dyspersja pędu tej cząstki była równa zero?
- (n) W jaki sposób zależy od czasu pędowa funkcja falowa cząstki swobodnej w jednym wymiarze jeżeli w chwili $t = 0$ dyspersja pędu tej cząstki była równa zero?

3. Stany qubitów, pomiary odchylenia qubitów w polarymetrze typu Sterna-Gerlacha.

- (a) Jaka macierz 2×2 reprezentuje operator pomiaru odchylenia wiązki atomów srebra w polarymetrze typu Sterna-Gerlacha zorientowanym w kierunku osi x ?
- (b) Jaka macierz 2×2 reprezentuje operator pomiaru odchylenia wiązki atomów srebra w polarymetrze typu Sterna-Gerlacha zorientowanym w kierunku osi y ?
- (c) Jaka macierz 2×2 reprezentuje operator pomiaru odchylenia wiązki atomów srebra w polarymetrze typu Sterna-Gerlacha zorientowanym w kierunku osi z ?
- (d) Jaki wektor z C^2 reprezentuje stan atomu srebra odchylonego do góry w polarymetrze typu Sterna-Gerlacha zorientowanym w kierunku osi x ?
- (e) Jaki wektor z C^2 reprezentuje stan atomu srebra odchylonego do dołu w polarymetrze typu Sterna-Gerlacha zorientowanym w kierunku osi x ?
- (f) Jaki wektor z C^2 reprezentuje stan atomu srebra odchylonego do góry w polarymetrze typu Sterna-Gerlacha zorientowanym w kierunku osi y ?
- (g) Jaki wektor z C^2 reprezentuje stan atomu srebra odchylonego do dołu w polarymetrze typu Sterna-Gerlacha zorientowanym w kierunku osi y ?
- (h) Jaki wektor z C^2 reprezentuje stan atomu srebra odchylonego do góry w polarymetrze typu Sterna-Gerlacha zorientowanym w kierunku osi z ?
- (i) Jaki wektor z C^2 reprezentuje stan atomu srebra odchylonego do dołu w polarymetrze typu Sterna-Gerlacha zorientowanym w kierunku osi z ?
- (j) Ile wynosi prawdopodobieństwo, że atom srebra, który został odchylony do **góry** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi x zostanie następnie odchylony do **góry** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany pod kątem θ do osi x ?
- (k) Ile wynosi prawdopodobieństwo, że atom srebra, który został odchylony do **góry** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi y zostanie następnie odchylony do **dołu** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany pod kątem θ do osi y ?
- (l) Ile wynosi prawdopodobieństwo, że atom srebra, który został odchylony do **dołu** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi z zostanie następnie odchylony do **dołu** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany pod kątem θ do osi z ?
- (m) Jaki jest wektor polaryzacji atomów srebra odchylonych do **góry** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi x ?
- (n) Jaki jest wektor polaryzacji atomów srebra odchylonych do **dołu** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi x ?
- (o) Jaki jest wektor polaryzacji atomów srebra odchylonych do **góry** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi y ?
- (p) Jaki jest wektor polaryzacji atomów srebra odchylonych do **dołu** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi y ?

4. Operator statystyczny (macierz gęstości) qubit.

- (a) Jaki jest operator statystyczny opisujący stan atomu srebra w wiązce powstałej ze zmieszania **pół na pół** wiązki atomów srebra odchylonych do **góry** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi x z wiązką atomów srebra odchylonych do **góry** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi z ?
- (b) Jaki jest operator statystyczny opisujący stan atomu srebra w wiązce powstałej ze zmieszania **pół na pół** wiązki atomów srebra odchylonych do **dołu** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi x z wiązką atomów srebra odchylonych do **góry** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi z ?
- (c) Jaki jest operator statystyczny opisujący stan atomu srebra w wiązce powstałej ze zmieszania **pół na pół** wiązki atomów srebra odchylonych do **góry** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi x z wiązką atomów srebra odchylonych do **dołu** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi z ?
- (d) Jaki jest operator statystyczny opisujący stan atomu srebra w wiązce powstałej ze zmieszania **pół na pół** wiązki atomów srebra odchylonych do **dołu** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi x z wiązką atomów srebra odchylonych do **dołu** przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi z ?
- (e) Jakie jest prawdopodobieństwo, że polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi x odchyli do **góry** atom srebra, o ile wiązka wchodząca do polarymetru powstała ze zmieszania w proporcji 1:3 wiązek odchylonych do góry i do dołu przez dwa różne polarymetry zorientowane w kierunku osi z ?
- (f) Jakie jest prawdopodobieństwo, że polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi y odchyli do **góry** atom srebra, o ile wiązka wchodząca do polarymetru powstała ze zmieszania w proporcji 1:3 wiązek odchylonych do góry i do dołu przez dwa różne polarymetry zorientowane w kierunku osi z ?
- (g) Jakie jest prawdopodobieństwo, że polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi x odchyli do **dołu** atom srebra, o ile wiązka wchodząca do polarymetru powstała ze zmieszania w proporcji 1:3 wiązek odchylonych do góry i do dołu przez dwa różne polarymetry zorientowane w kierunku osi z ?
- (h) Jakie jest prawdopodobieństwo, że polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi y odchyli do **dołu** atom srebra, o ile wiązka wchodząca do polarymetru powstała ze zmieszania w proporcji 1:3 wiązek odchylonych do góry i do dołu przez dwa różne polarymetry zorientowane w kierunku osi z ?
- (i) Jaki jest wektor polaryzacji atomów srebra w wiązce powstałej ze zmieszania w proporcji 1:3 wiązek odchylonych do góry i do dołu przez dwa różne polarymetry zorientowane w kierunku osi x ?
- (j) Jaki jest wektor polaryzacji atomów srebra w wiązce powstałej ze zmieszania w proporcji 1:3 wiązek odchylonych do góry i do dołu przez dwa różne polarymetry zorientowane w kierunku osi y ?
- (k) Jaki jest wektor polaryzacji atomów srebra w wiązce powstałej ze zmieszania w proporcji 1:3 wiązek odchylonych do góry i do dołu przez dwa różne polarymetry zorientowane w kierunku osi z ?

5. Zależne od czasu równanie Schrödingera, ewolucja czasowa qubit.

- (a) Jak zależy od czasu amplituda prawdopodobieństwa odchylenia do **góry** atomu srebra przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi z , jeżeli Hamiltonian oddziaływania z polem magnetycznym ma postać $\hat{H} = -\mu B \sigma_x$, a w chwili $t = 0$ atom jest w stanie $|\uparrow_z\rangle$?
- (b) Jak zależy od czasu prawdopodobieństwo odchylenia do **góry** atomu srebra przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi z , jeżeli Hamiltonian oddziaływania z polem magnetycznym ma postać $\hat{H} = -\mu B \sigma_x$, a w chwili $t = 0$ atom jest w stanie $|\uparrow_z\rangle$?
- (c) Jak zależy od czasu składowa p_z wektora polaryzacji atomu srebra, jeżeli Hamiltonian oddziaływania z polem magnetycznym ma postać $\hat{H} = -\mu B \sigma_x$, a w chwili $t = 0$ atom jest w stanie $|\uparrow_z\rangle$?
- (d) Jak zależy od czasu amplituda prawdopodobieństwa odchylenia do **góry** atomu srebra przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi z , jeżeli Hamiltonian oddziaływania z polem magnetycznym ma postać $\hat{H} = -\mu B \sigma_y$, a w chwili $t = 0$ atom jest w stanie $|\uparrow_z\rangle$?
- (e) Jak zależy od czasu prawdopodobieństwo odchylenia do **góry** atomu srebra przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi z , jeżeli Hamiltonian oddziaływania z polem magnetycznym ma postać $\hat{H} = -\mu B \sigma_y$, a w chwili $t = 0$ atom jest w stanie $|\uparrow_z\rangle$?
- (f) Jak zależy od czasu składowa p_z wektora polaryzacji atomu srebra, jeżeli Hamiltonian oddziaływania z polem magnetycznym ma postać $\hat{H} = -\mu B \sigma_y$, a w chwili $t = 0$ atom jest w stanie $|\uparrow_z\rangle$?
- (g) Po jakim czasie amplituda prawdopodobieństwa odchylenia do **góry** atomu srebra przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi z powróci do wartości początkowej, jeżeli Hamiltonian oddziaływania z polem magnetycznym ma postać $\hat{H} = -\mu B \sigma_x$?
- (h) Po jakim czasie składowa p_z wektora polaryzacji atomu srebra powróci do wartości początkowej, jeżeli Hamiltonian oddziaływania z polem magnetycznym ma postać $\hat{H} = -\mu B \sigma_x$?
- (i) Po jakim czasie amplituda prawdopodobieństwa odchylenia do **góry** atomu srebra przez polarymetr typu Sterna-Gerlacha zorientowany w kierunku osi z powróci do wartości początkowej, jeżeli Hamiltonian oddziaływania z polem magnetycznym ma postać $\hat{H} = -\mu B \sigma_y$?
- (j) Po jakim czasie składowa p_z wektora polaryzacji atomu srebra powróci do wartości początkowej, jeżeli Hamiltonian oddziaływania z polem magnetycznym ma postać $\hat{H} = -\mu B \sigma_y$?

6. Postulaty mechaniki kwantowej.

- (a) Jaki obiekt matematyczny opisuje stan czysty układu kwantowego? Jaka jest wartość liczbową stałej Plancka \hbar w jednostkach Js?
- (b) Jaki obiekt matematyczny opisuje stan mieszany układu kwantowego? Jaka jest wartość liczbową stałej Plancka \hbar w jednostkach MeV fm/c?
- (c) Czym różni się opis matematyczny stanu czystego i stanu mieszanego układu kwantowego? Jaka jest wartość liczbową stałej Plancka \hbar w jednostkach Js?
- (d) Jaki obiekt matematyczny odpowiada wielkości mierzalnej w mechanice kwantowej? Jaka jest wartość liczbową stałej Plancka \hbar w jednostkach MeV fm/c?
- (e) Czy obserwabla musi być operatorem: (i) hermitowskim, (ii) unitarnym, (iii) rzutowym? Jaka jest wartość liczbową stałej Plancka \hbar w jednostkach Js?
- (f) Jakie wartości można otrzymać przy pomiarze wielkości mierzalnej układu kwantowego? Jaka jest wartość liczbową stałej Plancka \hbar w jednostkach MeV fm/c?
- (g) Czy wyniki pomiarów wielkości mierzalnej układu kwantowego mogą tworzyć zbiór ciągły? Jaka jest wartość liczbową stałej Plancka \hbar w jednostkach Js?
- (h) Jak można wyznaczyć prawdopodobieństwo otrzymania w wyniku pomiaru wartości liczbowej λ , jeżeli układ kwantowy jest w stanie mieszanym? Jaka jest wartość liczbową stałej Plancka \hbar w jednostkach MeV fm/c?
- (i) Jak można wyznaczyć prawdopodobieństwo otrzymania w wyniku pomiaru wartości liczbowej λ , jeżeli układ kwantowy jest w stanie czystym? Jaka jest wartość liczbową stałej Plancka \hbar w jednostkach Js?
- (j) Czy operator opisujący redukcję stanu w wyniku pomiaru musi być operatorem (i) hermitowskim, (ii) unitarnym, (iii) rzutowym? Jaka jest wartość liczbową stałej Plancka \hbar w jednostkach MeV fm/c?
- (k) W jakim stanie będzie układ kwantowy, na którym dokonano pomiaru wielkości mierzalnej? Jaka jest wartość liczbową stałej Plancka \hbar w jednostkach Js?
- (l) Jakie równanie wyznacza zmiany w czasie wektora stanu układu kwantowego? Jaka jest wartość liczbową stałej Plancka \hbar w jednostkach MeV fm/c?
- (m) Czy niezależność od czasu normy wektora stanu kwantowego oznacza, że hamiltonian musi być hermitowski, unitarny, rzutowy, czy niezależny od czasu? Jaka jest wartość liczbową stałej Plancka \hbar w jednostkach Js?

7. Ruch i stany własne cząstki w potencjale lokalnym w jednym wymiarze. Potencjały odcinkami stałe.

- (a) Jaką postać ma funkcja falowa stanu podstawowego cząstki poruszającej się w nieskończonej studni potencjału o szerokości L w jednym wymiarze?
- (b) Jaką postać ma funkcja falowa pierwszego stanu wzbudzonego cząstki poruszającej się w nieskończonej studni potencjału o szerokości L w jednym wymiarze?
- (c) Ile wynosi energia stanu podstawowego cząstki poruszającej się w nieskończonej studni potencjału o szerokości L w jednym wymiarze (liczona względem dna studni)?
- (d) Ile razy energia pierwszego stanu wzbudzonego cząstki poruszającej się w nieskończonej studni potencjału o szerokości L w jednym wymiarze (liczona względem dna studni) jest większa od energii stanu podstawowego?
- (e) Ile razy energia drugiego stanu wzbudzonego cząstki poruszającej się w nieskończonej studni potencjału o szerokości L w jednym wymiarze (liczona względem dna studni) jest większa od energii stanu podstawowego?
- (f) Jak zmieni się energia stanu podstawowego cząstki poruszającej się w nieskończonej studni potencjału o szerokości L w jednym wymiarze jeżeli L powiększy się dwukrotnie?
- (g) Jak zmieni się energia pierwszego stanu wzbudzonego cząstki poruszającej się w nieskończonej studni potencjału o szerokości L w jednym wymiarze jeżeli L powiększy się dwukrotnie?
- (h) Z jaką częstością zmienia się w czasie moduł kwadratu funkcji falowej cząstki w nieskończonej studni potencjału o szerokości L w jednym wymiarze jeżeli w chwili $t = 0$ jej funkcja falowa jest kombinacją liniową stanu podstawowego i pierwszego stanu wzbudzonego z równymi współczynnikami?
- (i) Z jaką częstością zmienia się w czasie moduł kwadratu funkcji falowej cząstki w nieskończonej studni potencjału o szerokości L w jednym wymiarze jeżeli w chwili $t = 0$ jej funkcja falowa jest kombinacją liniową stanu podstawowego i drugiego stanu wzbudzonego z równymi współczynnikami?
- (j) Z jaką częstością zmienia się w czasie prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w prawej połowie nieskończonej studni potencjału o szerokości L w jednym wymiarze jeżeli w chwili $t = 0$ jej funkcja falowa jest kombinacją liniową stanu podstawowego i pierwszego stanu wzbudzonego z równymi współczynnikami?
- (k) Z jaką częstością zmienia się w czasie prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w prawej połowie nieskończonej studni potencjału o szerokości L w jednym wymiarze jeżeli w chwili $t = 0$ jej funkcja falowa jest kombinacją liniową stanu podstawowego i drugiego stanu wzbudzonego z równymi współczynnikami?
- (l) Jakie wyniki pomiaru energii można otrzymać dla cząstki w nieskończonej studni potencjału o szerokości L w jednym wymiarze jeżeli w chwili $t = 0$ jej funkcja falowa jest kombinacją liniową stanu podstawowego i pierwszego stanu wzbudzonego z równymi współczynnikami?
- (m) Jakie wyniki pomiaru energii można otrzymać dla cząstki w nieskończonej studni potencjału o szerokości L w jednym wymiarze jeżeli w chwili $t = 0$ jej funkcja falowa jest kombinacją liniową stanu podstawowego i drugiego stanu wzbudzonego z równymi współczynnikami?

- (n) Jaką wartość oczekiwaną pomiaru energii otrzyma się dla cząstki w nieskończonej studni potencjału o szerokości L w jednym wymiarze jeżeli w chwili $t = 0$ jej funkcja falowa jest kombinacją liniową stanu podstawowego i pierwszego stanu wzbudzonego z równymi współczynnikami?
- (o) Jaką wartość oczekiwaną pomiaru energii otrzyma się dla cząstki w nieskończonej studni potencjału o szerokości L w jednym wymiarze jeżeli w chwili $t = 0$ jej funkcja falowa jest kombinacją liniową stanu podstawowego i drugiego stanu wzbudzonego z równymi współczynnikami?
- (p) Jakie jest ogólne rozwiązanie niezależnego od czasu równania Schrödingera w jednym wymiarze jeżeli całkowita energia cząstki jest **większa** niż niezależna od położenia energia potencjalna?
- (q) Jakie jest ogólne rozwiązanie niezależnego od czasu równania Schrödingera w jednym wymiarze jeżeli całkowita energia cząstki jest **mniejsza** niż niezależna od położenia energia potencjalna?
- (r) Czy funkcja falowa cząstki i/lub jej pierwsza pochodna i/lub jej druga pochodna (w jednym wymiarze) jest ciągła w punkcie w którym energia potencjalna jest ciągła?
- (s) Czy funkcja falowa cząstki i/lub jej pierwsza pochodna i/lub jej druga pochodna (w jednym wymiarze) jest ciągła w punkcie w którym energia potencjalna ma skok wartości?
- (t) Czy funkcja falowa cząstki i/lub jej pierwsza pochodna i/lub jej druga pochodna (w jednym wymiarze) jest ciągła w punkcie w którym energia potencjalna jest równa "funkcji" δ ?
- (u) Czy funkcja falowa cząstki w jednym wymiarze jest wklęsła czy wypukła w punkcie w którym całkowita energia cząstki jest **mniejsza** niż energia potencjalna
- (v) Czy funkcja falowa cząstki w jednym wymiarze jest wklęsła czy wypukła w punkcie w którym całkowita energia cząstki jest **większa** niż energia potencjalna

8. Ruch i stany własne cząstki w potencjale oscylatora harmonicznego w jednym wymiarze.

- (a) Jaką postać ma funkcja falowa stanu podstawowego cząstki poruszającej się w potencjale harmonicznym $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ w jednym wymiarze?
- (b) Jaką postać ma funkcja falowa pierwszego stanu wzbudzonego cząstki poruszającej się w potencjale harmonicznym $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ w jednym wymiarze?
- (c) Ile wynosi energia stanu podstawowego cząstki poruszającej się w potencjale harmonicznym $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ w jednym wymiarze?
- (d) Ile razy energia pierwszego stanu wzbudzonego cząstki poruszającej się w potencjale harmonicznym $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ w jednym wymiarze jest większa od energii stanu podstawowego?
- (e) Ile razy energia drugiego stanu wzbudzonego cząstki poruszającej się w potencjale harmonicznym $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ w jednym wymiarze jest większa od energii stanu podstawowego?
- (f) W jaki sposób zależy od czasu średnie położenie cząstki w potencjale harmonicznym $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ w jednym wymiarze jeżeli w chwili $t = 0$ jej funkcja falowa jest funkcją falową stanu podstawowego przesuniętą o Δx ?
- (g) W jaki sposób zależy od czasu średni pęd cząstki w potencjale harmonicznym $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ w jednym wymiarze jeżeli w chwili $t = 0$ jej funkcja falowa jest funkcją falową stanu podstawowego przesuniętą o Δx ?
- (h) Ile wynosi dyspersja pędu cząstki w potencjale harmonicznym $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ w jednym wymiarze jeżeli jej funkcja falowa jest funkcją falową stanu podstawowego?
- (i) Ile wynosi dyspersja położenia cząstki w potencjale harmonicznym $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ w jednym wymiarze jeżeli jej funkcja falowa jest funkcją falową stanu podstawowego?
- (j) Ile wynosi dyspersja energii cząstki w potencjale harmonicznym $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ w jednym wymiarze jeżeli jej funkcja falowa jest funkcją falową stanu podstawowego?
- (k) Ile wynosi dyspersja energii cząstki w potencjale harmonicznym $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ w jednym wymiarze jeżeli w chwili $t = 0$ jej funkcja falowa jest kombinacją liniową stanu podstawowego i pierwszego stanu wzbudzonego z równymi współczynnikami?

9. Stany własne składowych operatora momentu pędu i jego kwadratu.

- (a) Jaką postać mają składowe x , y i z operatora orbitalnego momentu pędu w reprezentacji położeniowej?
- (b) Jakie wartości własne może mieć operator składowej x orbitalnego momentu pędu?
- (c) Jakie wartości własne może mieć operator składowej y orbitalnego momentu pędu?
- (d) Jakie wartości własne może mieć operator składowej z orbitalnego momentu pędu?
- (e) Jakie wartości własne może mieć operator kwadratu całkowitego orbitalnego momentu pędu?
- (f) Ile równa się komutator składowych x i y operatora orbitalnego momentu pędu?
- (g) Ile równa się komutator składowych y i z operatora orbitalnego momentu pędu?
- (h) Ile równa się komutator składowych z i x operatora orbitalnego momentu pędu?
- (i) Ile równa się komutator dowolnej składowej operatora orbitalnego momentu pędu i operatora kwadratu całkowitego orbitalnego momentu pędu?
- (j) Jakie wartości własne może mieć operator składowej z operatora orbitalnego momentu pędu w stanie o całkowitym momencie pędu L ?
- (k) Jakie wartości własne może mieć operator składowej x operatora orbitalnego momentu pędu w stanie o całkowitym momencie pędu L ?
- (l) Jaką postać mają położeniowe funkcje falowe w trzech wymiarach stanu o całkowitym orbitalnym momencie pędu $L = 0$?
- (m) Jaką postać mają położeniowe funkcje falowe w trzech wymiarach stanu o całkowitym orbitalnym momencie pędu $L = 1$?

10. Energie i stany własne atomu wodoropodobnego.

- (a) Jaka jest postać funkcji falowej stanu podstawowego atomu wodoropodobnego?
- (b) Ile razy energia wiązania elektronu w pierwszym stanie wzbudzonym atomu wodoropodobnego jest mniejsza od energii wiązania elektronu w stanie podstawowym?
- (c) Ile razy energia wiązania elektronu w drugim stanie wzbudzonym atomu wodoropodobnego jest mniejsza od energii wiązania elektronu w stanie podstawowym?
- (d) Ile razy średni promień kwadratowy stanu podstawowego jednokrotnie zjonizowanego atomu helu ($Z = 2$) jest mniejszy od średniego promienia kwadratowego stanu podstawowego atomu wodoru?
- (e) Ile razy średni promień kwadratowy stanu podstawowego dwukrotnie zjonizowanego atomu litu ($Z = 3$) jest mniejszy od średniego promienia kwadratowego stanu podstawowego atomu wodoru?
- (f) Ilorotnie jest zdegenerowany stan elektronu w pierwszym stanie wzbudzonym atomu wodoropodobnego?
- (g) Ilorotnie jest zdegenerowany stan elektronu w drugim stanie wzbudzonym atomu wodoropodobnego?
- (h) Jaki całkowity moment pędu i jaki jego rzut na oś x może mieć elektron w stanie podstawowym atomu wodoropodobnego?
- (i) Jakie całkowite momenty pędu może mieć elektron w pierwszym stanie wzbudzonym atomu wodoropodobnego?
- (j) Jakie całkowite momenty pędu może mieć elektron w drugim stanie wzbudzonym atomu wodoropodobnego?

11. **Energie i stany własne cząstki w potencjale lokalnym w trzech wymiarach.**

- (a) Jaka jest energia stanu podstawowego cząstki poruszającej się w potencjale $V(x, y, z) = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + 2y^2 + 3z^2)$ w trzech wymiarach?
- (b) Jaka jest energia stanu podstawowego cząstki poruszającej się w potencjale $V(x, y, z) = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2 + 2z^2)$ w trzech wymiarach?
- (c) Ilorotnie jest zdegenerowany pierwszy stan wzbudzony cząstki poruszającej się w potencjale $V(x, y, z) = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + 2y^2 + 3z^2)$ w trzech wymiarach?
- (d) Ilorotnie jest zdegenerowany pierwszy stan wzbudzony cząstki poruszającej się w potencjale $V(x, y, z) = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2 + 2z^2)$ w trzech wymiarach?
- (e) Jaka jest postać funkcji falowej stanu podstawowego cząstki poruszającej się w potencjale $V(x, y, z) = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + 2y^2 + 3z^2)$ w trzech wymiarach?
- (f) Jaka jest postać funkcji falowej stanu podstawowego cząstki poruszającej się w potencjale $V(x, y, z) = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2 + 2z^2)$ w trzech wymiarach?
- (g) Jaka jest energia stanu podstawowego cząstki poruszającej się w nieskończonej studni potencjału o promieniu R w trzech wymiarach?
- (h) Jaka jest energia najniższego stanu wzbudzonego o $L = 0$ cząstki poruszającej się w nieskończonej studni potencjału o promieniu R w trzech wymiarach?
- (i) Jaka jest postać funkcji falowej stanu podstawowego cząstki poruszającej się w nieskończonej studni potencjału o promieniu R w trzech wymiarach?
- (j) Jaka jest postać funkcji falowej najniższego stanu wzbudzonego o $L = 0$ cząstki poruszającej się w nieskończonej studni potencjału o promieniu R w trzech wymiarach?

12. Dodawanie momentów pędu i spin.

- (a) Jaką postać mają składowe x , y i z operatora wewnętrznego momentu pędu (spinu) dla cząstki o spinie $1/2$ w reprezentacji macierzowej?
- (b) Ile równa się komutator dowolnej składowej operatora orbitalnego momentu pędu i dowolnej składowej operatora wewnętrznego momentu pędu (spinu)?
- (c) Jakie wartości własne może mieć operator składowej z operatora wewnętrznego momentu pędu (spinu) w stanie o całkowitym spinie S ?
- (d) Jakie wartości własne może mieć operator składowej x operatora wewnętrznego momentu pędu (spinu) w stanie o całkowitym spinie S ?
- (e) Jakie wartości własne całkowitego momentu pędu może mieć elektron będący w stanie o orbitalnym momencie pędu $L = 3$?
- (f) Jakie wartości własne całkowitego momentu pędu może mieć cząstka o wewnętrznym momencie pędu $S = 3/2$ będąca w stanie o orbitalnym momencie pędu $L = 1$?
- (g) Ilokrotnie są zdegenerowane stany elektronu będącego w stanie o orbitalnym momencie pędu $L = 2$ i poruszającego się w polu siły centralnej w obecności oddziaływania $\vec{L} \cdot \vec{S}$?
- (h) Ilokrotnie są zdegenerowane stany cząstki o wewnętrznym momencie pędu $S = 3/2$ będącej w stanie o orbitalnym momencie pędu $L = 1$ i poruszającej się w polu siły centralnej w obecności oddziaływania $\vec{L} \cdot \vec{S}$?

13. Rachunek zaburzeń.

- (a) Jaką postać ma poprawka do energii niezdegenerowanego stanu kwantowego obliczona w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń?
- (b) Jaką postać ma poprawka do energii zdegenerowanego stanu kwantowego obliczona w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń?
- (c) Jaką postać ma niezdegenerowany stan kwantowy przy uwzględnieniu poprawki obliczonej w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń?
- (d) Jaką postać ma poprawka do energii niezdegenerowanego stanu kwantowego obliczona w drugim rzędzie rachunku zaburzeń?

14. Przybliżenie wariacyjne.

- (a) Jaką funkcję parametru κ należy zminimalizować aby obliczyć wariacyjne przybliżenie energii stanu podstawowego oscylatora harmonicznego w jednym wymiarze dla zbioru funkcji próbnych $\Psi(x, \kappa) = f(\kappa x)$, gdzie $f(x)$ jest dowolną normalizowalną funkcją zmiennej x ?
- (b) Jaką funkcję parametru κ należy zminimalizować aby obliczyć wariacyjne przybliżenie energii stanu podstawowego sferycznego oscylatora harmonicznego w trzech wymiarach dla zbioru funkcji próbnych $\Psi(\vec{r}, \kappa) = f(\kappa \vec{r})$, gdzie $f(\vec{r})$ jest dowolną normalizowalną funkcją wektora położenia \vec{r} ?
- (c) Jaką funkcję parametru κ należy zminimalizować aby obliczyć wariacyjne przybliżenie energii stanu podstawowego cząstki poruszającej się w potencjale $V(x) = F|x|$ w jednym wymiarze dla zbioru funkcji próbnych $\Psi(x, \kappa) = f(\kappa x)$, gdzie $f(x)$ jest dowolną normalizowalną funkcją zmiennej x ?
- (d) Jaką funkcję parametru κ należy zminimalizować aby obliczyć wariacyjne przybliżenie energii stanu podstawowego atomu wodoropodobnego dla zbioru funkcji próbnych $\Psi(\vec{r}, \kappa) = f(\kappa \vec{r})$, gdzie $f(\vec{r})$ jest dowolną normalizowalną funkcją wektora położenia \vec{r} ?

15. Przybliżenie półklasyczne.

- (a) Jaka jest ogólna postać funkcji falowej w przybliżeniu półklasycznym w obszarze dozwolonym klasycznie w jednym wymiarze?
- (b) Jaka jest ogólna postać funkcji falowej w przybliżeniu półklasycznym w obszarze zabronionym klasycznie w jednym wymiarze?
- (c) Jaki jest półklasyczny warunek kwantyzacji dla cząstki poruszającej się w nieskończonej studni potencjału o szerokości L w jednym wymiarze i dowolnym przebiegu potencjału $V(x)$ wewnątrz studni?
- (d) Jaki jest półklasyczny warunek kwantyzacji dla cząstki poruszającej się w potencjale $V(x) = F|x|$ w jednym wymiarze?
- (e) Jakie jest półklasyczne oszacowanie prawdopodobieństwa przejścia cząstki przez barierę potencjału w jednym wymiarze?