

Wprowadzenie w czarne dziury

Ryszard Paweł Kostecki

rpkost@fuw.edu.pl

Zakład Teorii Względności i Grawitacji
Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski

28 stycznia 2005

Streszczenie

Jest to wstępne i krótkie wprowadzenie do tematyki czarnych dziur, zakładające znajomość pojęcia metryki i tensora oraz jakiegoś ogólnego obycia z fizyką. Praca ta dzieli się na omówienie czarnych dziur widzianych od strony matematycznej, tj. ogólnej teorii względności, oraz od strony obserwacyjno-teoretycznej, czyli astrofizyki.

Spis treści

1	Czarne dziury w ogólnej teorii względności	2
1.1	Równanie Einsteina	2
1.2	Rozwiązanie Schwarzschilda	2
1.2.1	Rozszerzenie Kruskala	3
1.2.2	Czteroprędkość i wielkości zachowane	3
1.2.3	Czas wpadania do czarnej dziury	5
1.2.4	Potencjał grawitacyjny w okolicy czarnej dziury	5
1.3	Rozwiązanie Kerra	6
1.3.1	Ergosfera	7
1.4	Pozostałe rozwiązania	9
2	Czarne dziury w astrofizyce	10
2.1	Blaski i cienie astrofizyki czarnych dziur	10
2.2	Czarna dziura jako skutek ewolucji masywnej gwiazdy	10
2.3	Czarne dziury w układach podwójnych	12
2.4	Czarne dziury w centrach gromad kulistych i galaktyk	13
3	Podsumowanie	15

1 Czarne dziury w ogólnej teorii względności

1.1 Równanie Einsteina

W roku 1915 Einstein po kilku latach prób i błędów opublikował ostateczną wersję równań ogólnej teorii względności (OTW):

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (1)$$

gdzie G to Newtonowska stała grawitacyjna, c to prędkość światła w próżni, $T_{\mu\nu}$ jest tzw. tensorem energii-pędu, określającym rozkład energii i pędu w czasoprzestrzeni, zaś $G_{\mu\nu} = G_{\mu\nu}(g_{\mu\nu}, \partial g_{\mu\nu}/\partial x^\alpha, \partial^2 g_{\mu\nu}/\partial x^\beta \partial x^\gamma)$ jest tzw. tensorem Einsteina, zależnym od metryki, oraz jej pierwszych i drugich pochodnych po współrzędnych. Równanie to wyraża wzajemną zależność pomiędzy energią i pędem zawartym wewnątrz czasoprzestrzeni, a jej geometrią (metryka bowiem jest konieczna do wyznaczenia długości dowolnego wektora w czasoprzestrzeni¹, tym samym zadaje jej kształt).

1.2 Rozwiązanie Schwarzschilda



Rysunek 1: Karl Schwarzschild. (zdjęcie z [8])

W grudniu 1915 Karl Schwarzschild podał próżniowe rozwiązanie równań Einsteina przypadku sferycznie symetrycznym i stacjonarnym² (pole grawitacyjne nazywamy stacjonarnym, jeśli możemy wybrać taki układ współrzędnych, że składowe metryki nie będą zależeć od czasu). Rozwiązanie Schwarzschilda jest rozwiązaniem próżniowym w tym sensie, że zakłada $T_{\mu\nu} = 0$, a zatem brak jakiegokolwiek rozkładu energii-pędu w czasoprzestrzeni, poza jednym, osobliwym punktem w $r = 0$. (Jest to przypadek analogiczny do sytuacji w elektrodynamice, kiedy rozważamy rozkład potencjału elektromagnetycznego generowanego przez punktowy ładunek – w każdym

¹Gwoli przypomnienia: metryka jest to dwuforma biliniowa, czyli tensor dwukrotnie kowariantny liniowy ze względu na każdy z dwóch argumentów). Dla czasoprzestrzeni szczególnej teorii względności (czyli przestrzeni Minkowskiego) metryka ma postać diagonalną (tylko wyrazy diagonalne są niezerowe): $g_{\mu\nu}x^\mu x^\nu = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$, zaś dla przestrzeni Euklidesa, tej w której zawsze jest słuszne stare dobre twierdzenie Pitagorasa, $g_{\mu\nu}x^\mu x^\nu = dx^2 + dy^2 + dz^2$. Czasoprzestrzeń pozbawiona metryki jest li tylko różniczkową.

²W roku 1962 Israel udowodnił, że rozwiązanie Schwarzschilda jest jedynym rozwiązaniem równań Einsteina dla takich założeń.

punkcie, prócz osobliwości w $r = 0$, mamy dobrze określone rozwiązanie próżniowe.) Rozwiązanie Schwarzschilda, wyrażone pod postacią elementu długości, wygląda następująco:

$$g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1}dr^2 + r^2d\Omega^2. \quad (2)$$

Parametr M jest współczynnikiem rozwiązania, który pozostaje do ustalenia. Ustala się go, identyfikując (w granicy newtonowskiej) jako masę odpowiedzialną za przyciąganie grawitacyjne cząstki próbnej umieszczonej w takiej czasoprzestrzeni. Rozwiązanie Schwarzschilda jest osobliwe dla $r_g := 2M$ i oryginalnie zostało podane tylko dla $r > 2M$. I choć już w 1924 Eddington zaproponował współrzędne pozwalające opisać również punkty $r = 2M$, to dopiero w 1960 roku Kruskal i Szekeres zaproponowali współrzędne (zwane współrzędnymi Kruskala) umożliwiające opisanie obszaru $r < 2M$. Współrzędne Kruskala nie obejmują punktu $r = 0$, który stanowi osobliwość nie dającą się usunąć przez wprowadzenie jakiegokolwiek układu współrzędnych³.

1.2.1 Rozszerzenie Kruskala

Metryka Schwarzschilda przepisana przy użyciu współrzędnych Kruskala wygląda następująco:

$$ds^2 = \frac{32M^3 e^{-r/2M}}{r} (-dT^2 + dX^2) + r^2 d\Omega^2, \quad (3)$$

przy czym współrzędne (X, T) zadane są w sposób uwikłany:

$$\left(\frac{r}{2M} - 1\right)e^{r/2M} = X^2 - T^2, \quad (4)$$

$$\frac{t}{2M} = \ln \frac{T + X}{X - T}. \quad (5)$$

Można teraz narysować tzw. diagram Kruskala (rys. 2).

1.2.2 Czteropędność i wielkości zachowane

Wartość czteropędności układu odniesienia cząstki można zapisać następująco:

$$u^a u_a = g_{ab} u^a u^b = -\kappa, \quad (6)$$

gdzie

$$u^a = \left(\frac{dt}{d\tau}, \frac{dx}{d\tau}, \frac{dy}{d\tau}, \frac{dz}{d\tau} \right) = (\dot{t}, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \quad (7)$$

to wektor czteropędności układu, zaś współczynnik κ jest unormowany do jedności dla każdego układu poruszającego się po krzywych czasowych, oraz $\kappa = 0$ dla układu “poruszającego się” po krzywych zerowych (czyli dla światła, dla którego “czas własny nie płynie” – i stąd właśnie $\kappa = 0$).

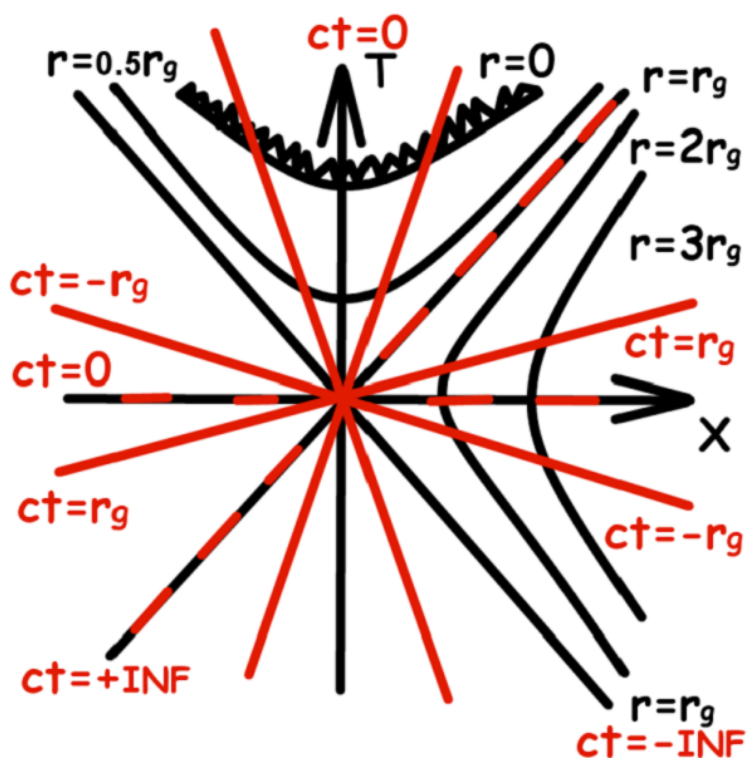
Założmy teraz, że jesteśmy na równiku ($\theta = \pi/2$) rozwiązania Schwarzschilda i chcemy rozważyć wartość pędności cząstki próbnej umieszczonej w takiej czasoprzestrzeni. Podstawiając (7) do (6), otrzymujemy:

$$g_{ab} u^a u^b = -\kappa = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)\dot{t}^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1}\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2. \quad (8)$$

Działanie dla cząstki swobodnej w OTW wyraża się wzorem:

$$S = -mc^2 \int \sqrt{-g_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu} d\tau. \quad (9)$$

³Niektóre osobliwości w metryce mogą pochodzić z tego, że używamy specyficznego układu współrzędnych (tak jak dla $r = r_g$), jednak niektóre wynikają z samej struktury teorii – przykładem tego jest $r = 0$.



Rysunek 2: Diagram Kruskala, czyli naniesienie linii odpowiadających współrzędnym r oraz t (używanym przez obserwatorów na zewnątrz czarnej dziury) na osie współrzędnych X i T , umożliwiającą opisanie całej czasoprzestrzeni będącej rozwiązaniem Schwarzschilda równań Einsteina. Linia odpowiadająca $r = 0$ nie należy do czasoprzestrzeni (jest z niej wyłączona - stąd jej "zabkowanie"). Napis 'INF' oznacza ∞ .

Z twierdzenia Noether (jeśli symetrie tworzą grupę ciągłą i nie zmieniają działania to dla każdego parametru grupy istnieje wielkość która jest zachowana), możemy na podstawie powyższego działania wyznaczyć wielkości zachowane dla cząstki próbnej umieszczonej w czasoprzestrzeni z metryką Schwarzschilda:

$$E := \left(1 - \frac{2M}{r}\right)\dot{t}, \quad L := r^2\dot{\varphi}. \quad (10)$$

Wielkości E i L odpowiadają energii i momentowi pędu cząstki (są to wartości początkowe tych wielkości, czyli dla cząstki znajdującej się w nieskończonej odległości od $r = 0$)⁴. Intuicyjnie można stwierdzić, że wielkości te są zachowane, bowiem współczynniki w metryce Schwarzschilda nie zależą ani od czasu (niezmienniczość względem translacji czasu daje stałość energii), ani od kąta φ (zaś niezmienniczość względem kąta obrotu daje stały moment pędu) – były to w końcu założenia, które posłużyły Schwarzschildowi do wyprowadzenia jego rozwiązania!

Podstawiając te wielkości do równania (8) otrzymujemy:

$$\frac{1}{2}E^2 = \frac{1}{2}\dot{r}^2 + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2M}{r}\right)\left(\frac{L^2}{r^2} + \kappa\right). \quad (11)$$

Dla cząstek materialnych ($\kappa = 1$) o zerowym momencie pędu L , czyli poruszających się po geodezyjnych radialnych:

$$\dot{r} = \frac{dr}{d\tau} = \sqrt{E^2 - 1 + \frac{2M}{r}}. \quad (12)$$

1.2.3 Czas wpadania do czarnej dziury

Wynik ten można wykorzystać do obliczenia czasu jaki potrzebuje cząstka próbna by wpaść do czarnej dziury (dla $r_1 \rightarrow 2M$):

$$t_1 - t_0 = \int_{r_0}^{r_1} \frac{dt}{d\tau} \frac{d\tau}{dr} dr = \int_{r_0}^{r_1} t \frac{1}{\dot{r}} dr = \int_{r_0}^{r_1} \frac{E}{1 - \frac{2M}{r}} \frac{1}{\sqrt{E^2 - 1 + \frac{2M}{r}}} dr \rightarrow \infty, \quad (13)$$

$$\tau_1 - \tau_0 = \int_{r_0}^{r_1} \frac{d\tau}{dr} dr = \int_{r_0}^{r_1} \frac{1}{\dot{r}} dr = \int_{r_0}^{r_1} \frac{1}{\sqrt{E^2 - 1 + \frac{2M}{r}}} dr < \infty. \quad (14)$$

Powyższe wyniki oznaczają, że cząstka wpada do czarnej dziury w skończonym czasie własnym, ale nieskończenie długo w czasie współrzędnościowym!

1.2.4 Potencjał grawitacyjny w okolicy czarnej dziury

Uwzględniając moment pędu i analizując pełne równanie (8):

$$g_{ab}u^a u^b = -\kappa = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)\dot{t}^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1}\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2,$$

stwierdzamy, że nasze ciało próbne znajduje się w potencjale efektywnym:

$$V = \frac{1}{2}\kappa - \kappa\frac{M}{r} + \frac{L^2}{2r^2} - \frac{ML^2}{r^3}, \quad (15)$$

gdzie ostatni człon ($-\frac{ML^2}{r^3}$) jest członem ściśle relatywistycznym. Zbadajmy ekstrema potencjału V:

$$0 = \frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow r_{\pm} = \frac{L^2 \pm \sqrt{L^4 - 12L^2M^2}}{2M}. \quad (16)$$

Mamy tu dwa przypadki:

⁴Są to wartości zachowane, więc dla każdego r ich wartość jest taka sama, ale dopiero dla $r = \infty$ (czyli dla płaskiej czasoprzestrzeni) jesteśmy w stanie zidentyfikować te niezmienniki ze znanymi z mechaniki klasycznej i/lub szczególnej teorii względności wielkościami.

- $L^2 < 12M^2$ – brak ekstremum potencjału poza $r = 0$,
- $L^2 > 12M^2$ – minimum potencjału dla $r = 6M$, “garb” dla $r = 3M$, zatem brak stabilnych orbit kołowych dla $r < 6M$, brak nawet niestabilnych orbit kołowych dla $r < 3M$.

1.3 Rozwiązanie Kerra



Rysunek 3: Roy Patrick Kerr. (zdjęcie z [8])

W 1963 roku Roy Patrick Kerr podał rozwiązanie równań Einsteina w przypadku próżniowym, osiowosymetrycznym i asymptotycznie stacjonarnym⁵:

$$ds^2 = -\frac{\Delta}{\Sigma^2}(dt - a \sin^2 \theta d\varphi)^2 + \frac{\sin^2 \theta}{\Sigma^2}[(r^2 + a^2)d\varphi + a dt]^2 + \Sigma^2(d\theta^2 + \frac{dr^2}{\Delta}), \quad (17)$$

gdzie:

$$\Sigma^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta,$$

$$\Delta = r^2 - 2mr + a^2,$$

$$a = J/Mc,$$

$$m = GM/c^2.$$

Zachodzi następujący związek pomiędzy metryką Kerra a metryką Schwarzschilda:

$$\lim_{a \rightarrow 0} \text{Kerr} = \text{Schwarzschild},$$

natomiast rozwijając w r i biorąc tylko rząd rozwinięcia $1/r$ otrzymujemy:

$$\text{Kerr} \approx \text{Schwarzschild} + \frac{4ma}{r} dt d\varphi.$$

Metryka Kerra jest niezdegenerowana prócz:

$$\Sigma^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta = 0, \quad (18)$$

⁵W 1982 Paweł Mazur i pan Bunting z Australii niezależnie od siebie, każdy jako część swojego doktoratu, udowodnili że metryka Kerra jest jedynym możliwym rozwiązaniem równań Einsteina dla takich warunków.

$$\Delta = r^2 + a^2 - 2mr = 0. \quad (19)$$

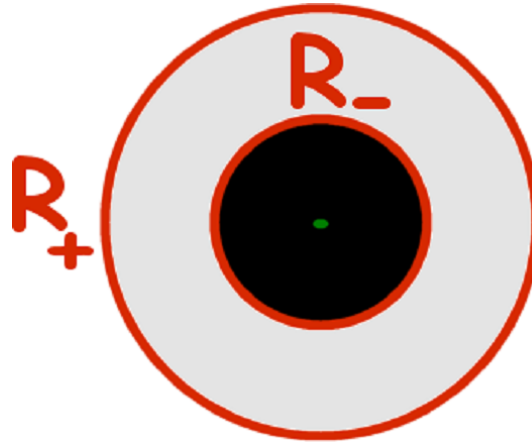
$\Sigma^2 = 0$ jest prawdziwą osobliwością (co pokazuje obliczenie⁶ $R_{abcd}R^{abcd}$). Zbadamy teraz przypadek $\Delta = 0$. Dla $a^2 > M^2$ nie ma żadnych rozwiązań równania $\Delta = 0$, zatem jedyną osobliwością w tej sytuacji jest $\Sigma^2 = 0$, która pozostaje wówczas “naga”, czyli nie okryta horyzontem. Na mocy hipotezy kosmicznego cenzora (*Cosmic Censorship Conjecture*), sformułowanej przez Rogera Penrose’a, odrzuca się takie rozwiązania jako нефизyczne.

CCC: Pełny grawitacyjny kolaps ciała nigdy w rezultacie nie daje nagiej osobliwości, zatem wszystkie osobliwości są “ukryte” wewnątrz czarnej dziury, gdzie nie mogą być “ujrzane” przez oddalonych obserwatorów.

Pozostaje zatem tylko przypadek z $|a| \leq m$, dla którego mamy dwa rozwiązania:

$$\Delta = 0 \Rightarrow r_{\pm} = m \pm \sqrt{m^2 - a^2}. \quad (20)$$

Osobliwości w r_{\pm} są takiej samej natury jak osobliwość w $r = 2M$ dla Schwarzschilda – są to również horyzonty zdarzeń.



Rysunek 4: Wykres struktury czarnej dziury Kerr: dwa horyzonty (zewnętrzny r_+ i wewnętrzny r_-) oraz osobliwość (to coś zielone w środku).

1.3.1 Ergosfera

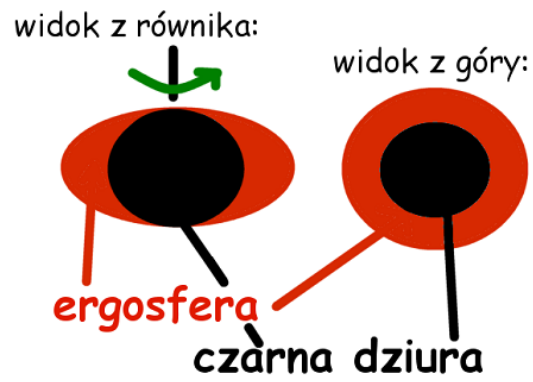
Zbadajmy teraz jak zachowuje się pole wektorowe ∂_t . Wektor ten w nieskończoności (tj. dla płaskiej czasoprzestrzeni⁷) wskazuje kierunek który utożsamiamy z upływem czasu ($\partial_t \equiv \frac{\partial}{\partial t}$ jest polem wektorowym o współrzędnych $(1, 0, 0, 0) \equiv 1 * \frac{\partial}{\partial t} + 0 * \frac{\partial}{\partial z} + 0 * \frac{\partial}{\partial y} + 0 * \frac{\partial}{\partial z}$). Czy pozostaje on czasowym podczas zbliżania się do czarnej dziury? Policzmy:

$$(\partial_t)^a (\partial_t)_a = g(\partial_t, \partial_t) = -\frac{1}{\Sigma^2} (\Delta - a^2 \sin^2 \theta), \quad (21)$$

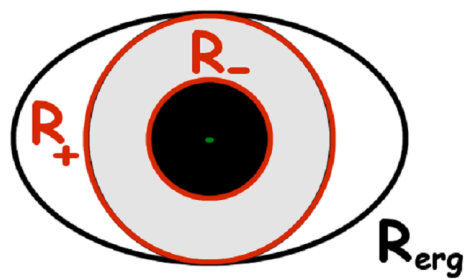
$$g(\partial_t, \partial_t) = 0 \Leftrightarrow r_{\text{erg}} = m + \sqrt{m^2 - a^2 \cos^2 \theta}, \quad (22)$$

$$r_{\text{erg}} \geq r_{\pm} = m \pm \sqrt{m^2 - a^2}. \quad (23)$$

Granica stacjonarności metryki Kerr jest granicą $g(\partial_t, \partial_t) = 0$ i jest to granica ergosfery. Wektor $\partial/\partial t$ jest czasowy w $+\infty$, na powierzchni ergosfery zerowy, a wewnątrz ergosfery – przestrzenny.



Rysunek 5: Czarna dziura z ergosferą – widok z równika i znad bieguna północnego.

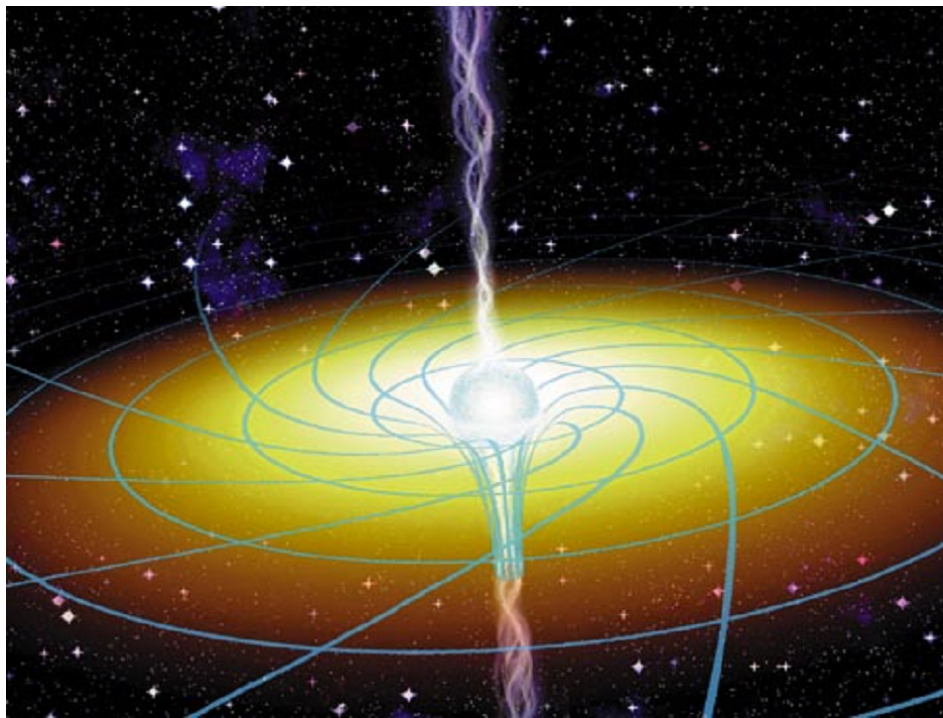


Rysunek 6: Pełna struktura czasoprzestrzenna czarnej dziury Kerr: dwa horyzonty, ergosfera i osobliwość.

Znaczy to, że obserwator musiałby “poruszać się szybciej niż światło”, by podążyć za orbitą (tj. wzdłuż krzywej całkowitej pola wektorowego) ∂_t , a zatem nie może pozostać stacjonarny nawet pomimo tego, że znajduje się cały czas poza czarną dziurą. Można wykazać, że

$$\frac{d\varphi}{d\tau} > 0 \quad (24)$$

dla wszystkich krzywych czasowych wewnątrz ergosfery! Krzywe czasowe natomiast odpowiadają wszystkim możliwym obserwatorom fizycznym – są to krzywe położone wewnątrz stożka Minkowskiego. Zatem wszyscy obserwatorzy są zmuszeni do obracania się w kierunku rotacji czarnej dziury. Intuicyjnie można sobie wyobrazić, że moment pędu czarnej dziury znajdującej się wewnątrz czasoprzestrzennego “leja” powoduje “skręcenie” czasoprzestrzeni dookoła:



Rysunek 7: Zakrzywienie i skręcenie czasoprzestrzeni (pola tensora metrycznego $g_{\mu\nu}$) charakterystyczne dla obracającej się czarnej dziury Kerr’a. Żółtym kolorem zaznaczony dysk akrecyjny. Widoczne dwa jety. W tle rozmaite gwiazdy. (Zdjęcie: Astronomy Picture of The Day)

1.4 Pozostałe rozwiązania

Pozostałe istniejące rozwiązania równań Einsteina opisujące czarną dziurę to rozwiązania Kerr’a-Newmana i Reissnera-Nordströma uwzględniające ładunek elektrostatyczny:

$$\begin{array}{ccc} \text{Kerr – Newman } (M, J, Q) & \xrightarrow{-Q} & \text{Kerr } (M, J) \\ \downarrow -J & & \downarrow -J \\ \text{Reissner – Nordstroem } (M, Q) & \xrightarrow{-Q} & \text{Schwarzschild } (M). \end{array}$$

⁶Czyli zwężenie tensora Riemanna z sobą samym. Wielkość ta w sytuacjach nieskończonej, czyli osobliwej, krzywizny jest nieskończona i jest powszechnie używanym skalarnym “miernikiem” zakrzywienia czasoprzestrzeni. Oczywiście R_{abcd} jest funkcją metryki i jej pochodnych. Po więcej informacji odsyłam do odpowiednich książek (patrz: spis literatury na końcu tej pracy).

⁷Dla przypomnienia: metryka Kerr’a jest asymptotycznie – czyli w nieskończoności – płaska.

2 Czarne dziury w astrofizyce

2.1 Blaski i cienie astrofizyki czarnych dziur

Teoria czarnych dziur jest od strony ogólnej teorii względności bardzo elegancka, czysta i przejrzysta. Od strony astrofizyki sytuacja wygląda zupełnie inaczej, ponieważ ma ona do czynienia i podlega tym samym ograniczeniom modelowym co fizyka dużych ilości materii.

Jeśli zatem burze i huragany występujące na Ziemi nie poddają się dokładnemu fizycznemu modelowaniu, to trudno liczyć na łatwe otrzymanie jakichkolwiek ważkich ilościowo rezultatów, na przykład przy badaniu turbulenta, magnetyzującej, zróżnicowanej termicznie plazmy, spadającej akrecyjnie na czarną dziurę w układzie podwójnym. Najlepszym rezultatem jaki możemy aktualnie otrzymać są grubo przybliżone modele, dość niedokładnie opisujące zachowanie materii w okolicach czarnej dziury.

Modele te mają jednak szansę na trafność swoich przewidywań, bowiem okazuje się, że względna ważność procesów w pobliżu czarnej dziury może być określona bezwymiarowymi wielkościami, które zwykle okazują się być bardzo duże. Wynika z tego, że bogate zachowanie materii w owym obszarze może być z powodzeniem przybliżone przez niedużą liczbę procesów.

Zadanie autora konkretnego modelu polega na identyfikacji dominujących procesów w konkretnej sytuacji i na otrzymaniu przybliżonych równań opisujących makroskopowe zjawiska. Nie jest jednak łatwo zidentyfikować główne procesy. Jest to związane z dużą liczbą procesów do rozpatrzenia. Często autor modelu, nawet kompetentny, może przepuścić jakiś ważny proces, bowiem istotne elementy podlegające rozpatrzeniu to między innymi:

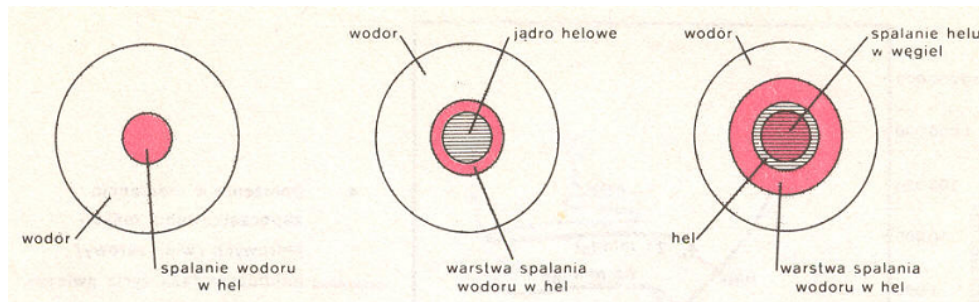
- ogólna teoria względności
- fizyka równowagowej i nierównowagowej plazmy
- fizyka procesów promieniowania
- termodynamika
- elektrodynamika
- magnetohydrodynamika
- fizyka dynamicznych układów gwiazdowych
- fenomenologia współczesnej astronomii (obserwowalne właściwości gwiazd, ewolucja gwiazd, struktura Galaktyki, warunki fizyczne w przestrzeni międzygalaktycznej)
- ...

2.2 Czarna dziura jako skutek ewolucji masywnej gwiazdy

Świecenie gwiazd jest emisją promieniowania pochodzącego z procesów przemiany jąder lżejszych pierwiastków w cięższe. (Aż do jądra żelaza jest to proces egzoenergetyczny, czyli powodujący wyzwolenie energii. Dla pierwiastków cięższych egzoenergetyczny jest proces odwrotny – rozbitcie jądra atomowego, np. U^{238} .) W procesie ewolucji gwiazd wodór spalany jest w hel, hel w węgiel, i tak dalej, w zależności od masy gwiazdy. Masa gwiazdy jest bowiem podstawowym czynnikiem określającym jej ewolucję.

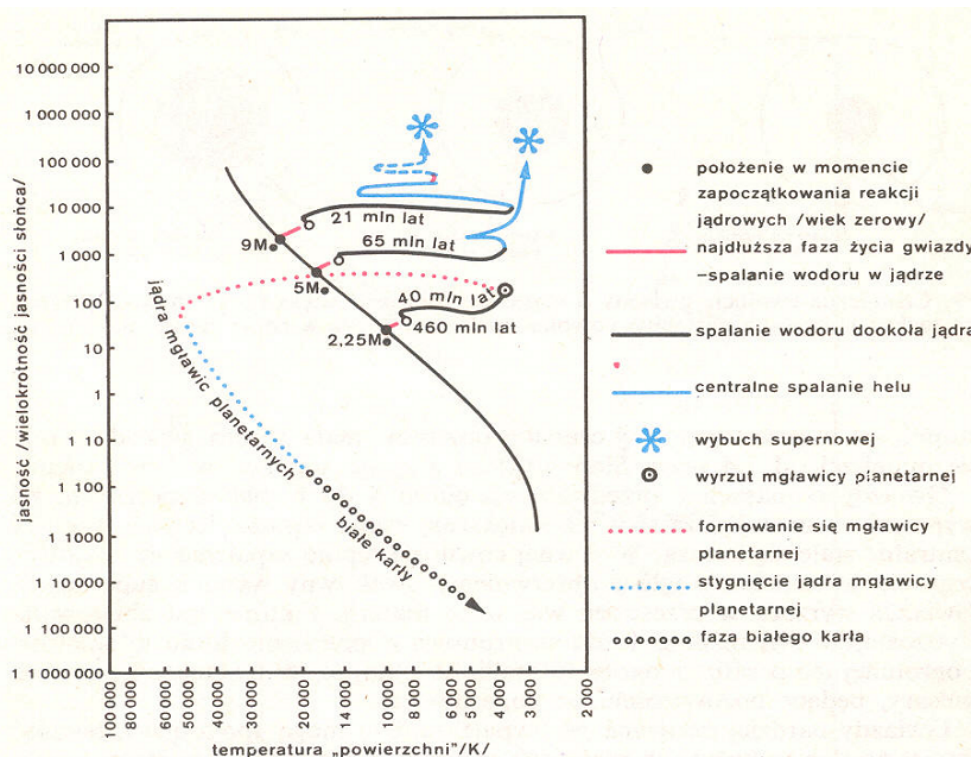
Jeśli sferyczna gwiazda ma masę większą niż ok. $2M_{\odot}$ (masy Słońca), musi podlec ostatecznie kolapsowi grawitacyjnemu, chyba że w trakcie swej ewolucji pozbędzie się nadmiaru masy. Czarna dziura uformowana w wyniku kolapsu gwiazdy musi leżeć w przedziale mas:

$$2M_{\odot} \lesssim M \lesssim 100M_{\odot},$$



Rysunek 8: Chemiczna ewolucja gwiazdy o masie pięciokrotnie większej od Słońca. W wyniku reakcji jądrowych następuje powolne spalenie wodoru w coraz cięższe pierwiastki. (Rysunek pochodzi z książki [2].)

ponieważ gwiazdy $M \lesssim 2M_{\odot}$ mają masę zbyt małą, by się zapisać, zaś gwiazdy z $M \gtrsim 100M_{\odot}$ nie istnieją z powodu niestabilności pulsacji.

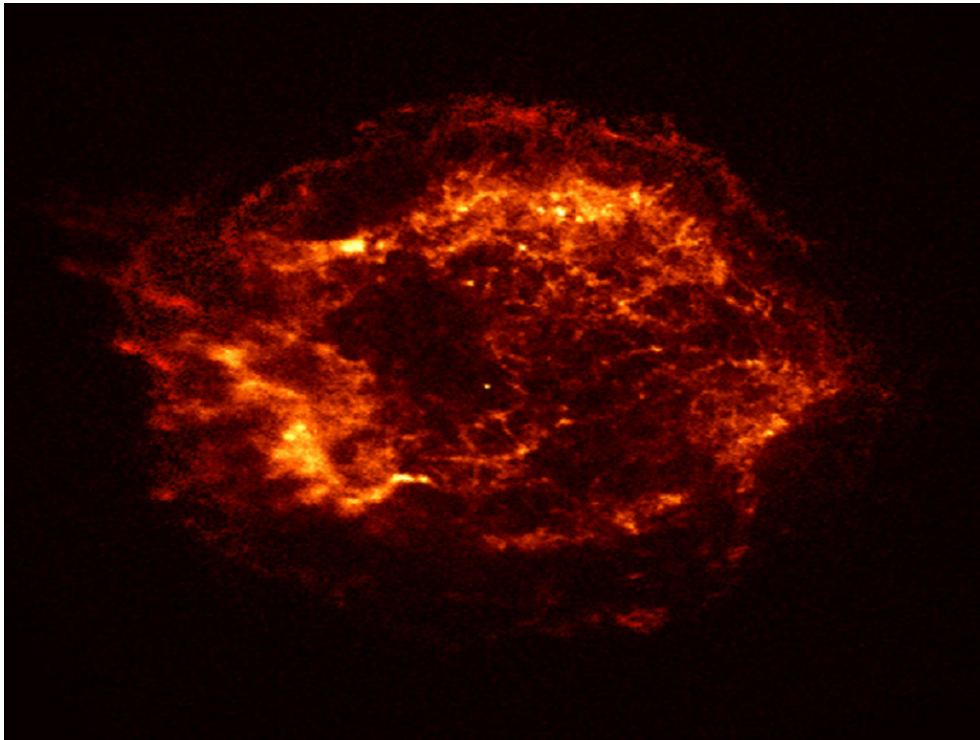


Rysunek 9: Schematyczny przebieg ewolucji gwiazd o masach $2,25 M_{\odot}$, $5 M_{\odot}$ i $9 M_{\odot}$. (Rysunek pochodzi z książki [2].)

Trudno określić ile czarnych dziur mogło dotychczas w ten sposób powstać, bowiem dużą niepewnością objęte są opracowania utraty masy przez gwiazdy, zarówno w trakcie ich ewolucji (dokładniej: w fazie czerwonego giganta – wówczas gwiazda może utracić nawet kilkanaście procent swojej masy), jak i w momencie gwałtownego wybuchu. Być może najlepszym oszacowaniem górnego kresu ilości czarnych dziur jest obserwacyjne stwierdzenie kilku wybuchów supernowych (SN) na wiek w Galaktyce. To daje ok. 10^8 wybuchów SN w trakcie życia Galaktyki. W wyniku eksplozji supernowej może powstać gwiazda neutronowa, biały karzeł lub czarna dziura. Jednakże istnieje górne ograniczenie na masę białego karła, oraz na masę gwiazdy neutronowej. Zupełnie bezpieczną górną granicą masy gwiazdy neutronowej jest $5M_{\odot}$. Dlatego też bardziej masywne obiekty powstałe w wyniku eksplozji muszą być czarnymi dziurami (bo nie wiemy czym innym mogłyby być).

2.3 Czarne dziury w układach podwójnych

Okolo 50% wszystkich gwiazd powstaje w układach podwójnych, zaś w 50% systemów podwójnych gwiazdy położone są na tyle blisko, żeby mocno oddziaływały ze sobą. Zupełnie prawdopodobną jest sytuacja w której masywniejsza gwiazda szybciej zużyje swoje paliwo, a po wybuchu supernowej utworzy czarną dziurę (albo gwiazdę neutronową lub białego karła). Tak powstała czarna dziura może z powodzeniem zasysać materię ze swojego towarzysza. Opadająca na czarną dziurę materia tworzy tak zwany dysk akrecyjny.

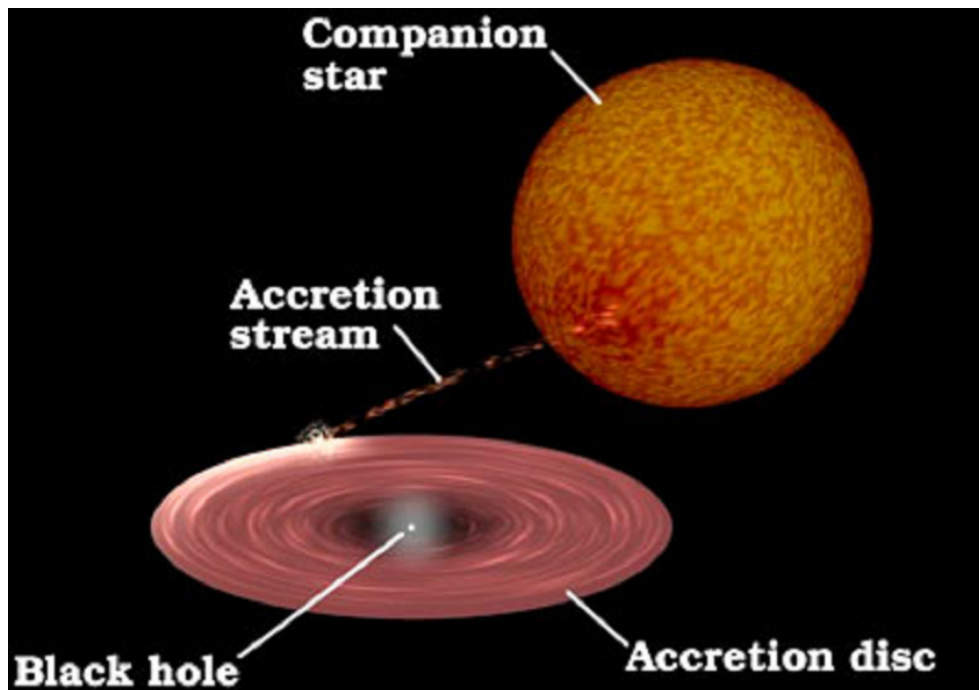


Rysunek 10: Zdjęcie w konstelacji Kasjopei wykonane w widmie promieniowania X przez teleskop Chandra przedstawia obiekt o rozmiarze 10 lat świetlnych oddalony od nas o 10 tysięcy lat świetlnych, powstały 320 lat temu w wyniku eksplozji supernowej. Widoczna w środku pozostałość wybuchu jest silnym źródłem promieniowania X. Jest to gwiazda neutronowa lub czarna dziura. (To rentgenowskie zdjęcie jest oficjalnie pierwszym zdjęciem wykonanym przez Obserwatorium Rentgenowskie Chandra. 5000-sekundowe naświetlenie wykonał instrument Advanced CCD Imaging Spectrometer (ACIS). Widoczne są dwie fale uderzeniowe – wolna wewnętrzna i szybka zewnętrzna. Bok zdjęcia ma rozmiar 6 minut kątowych.)

Podstawowy problem detekcji czarnych dziur: są to ekstremalnie małe obiekty!

- Czarna dziura o $M \sim M_{\odot}$ ma promień promień Schwarzschilda $r_S \sim 3\text{km}$.
- Czarna dziura o masie $M \sim 10^{10}M_{\odot}$ ma $r_S \sim 3 \cdot 10^{10}\text{km} \sim 0.003$ roku świetlnego (1 świetlny dzień).

Najbardziej obiecująca możliwość detekcji czarnych dziur: materia opadająca na nią powinna się rozgrzewać i przed wpadnięciem do dziury emitować promieniowanie elektromagnetyczne. Dla czarnych dziur uformowanych w wyniku kolapsu gwiazdy najlepszą okazją dla takiej akrecji jest właśnie podwójny układ zamknięty z gwiazdą i czarną dziurą. W tej sytuacji materia ze świecącej gwiazdy będzie spadać na czarną dziurę po spirali, formując dysk akrecyjny, zaś lepkie rozgrzewanie się w dysku akrecyjnym może produkować promieniowanie rentgenowskie. Znalezione wiele źródeł promieniowania X w układach podwójnych, lecz również akrecja na gwiazdę neutronową może powodować emisję X.



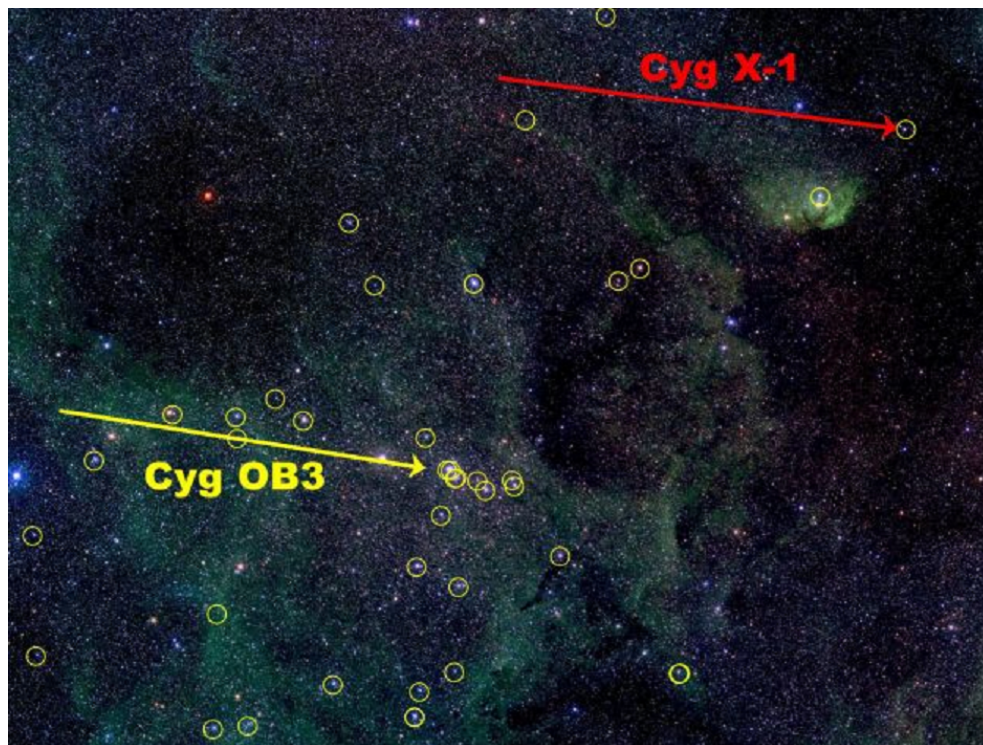
Rysunek 11: Czarna dziura zasysająca materię ze swojego towarzysza – gwiazdy widzialnej. Zasysana materia opadając na czarną dziurę rozgrzewa się i tworzy dysk akrecyjny. (Rysunek – R. Heynes, 2002)

Jednakże dla silnego źródła rentgenowskiego w układzie podwójnym Cygnus X-1 dolny kres masy oszacowano na $\sim 9M_{\odot}$ (z rozrzutem poszczególnych oszacowań masy od $8M_{\odot}$ do $18M_{\odot}$), co wyklucza gwiazdę neutronową. Jest to najbardziej znany i pewny kandydat na czarną dziurę. Innym obiektem tego typu (układ podwójny z jedną widzialną gwiazdą, dyskiem akrecyjnym, emisją X i masą $\gtrsim 4M_{\odot}$) jest LMC X-3 (Large Magellan Cloud = Wielki Obłok Magellana).

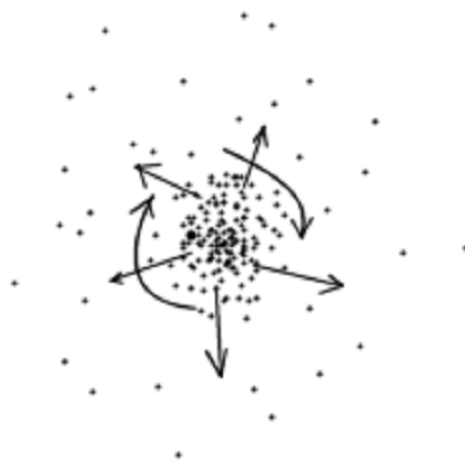
2.4 Czarne dziury w centrach gromad kulistych i galaktyk

Drugim naturalnym procesem powstawania czarnych dziur jest grawitacyjny kolaps całego centralnego rdzenia gęstej gromady gwiazd. W trakcie dynamicznej ewolucji gromady może się zdarzyć, że któraś gwiazda otrzyma na tyle dużą porcję energii, że spowoduje to jej “wyparowanie” z centrum gromady. Pozostałe w centrum gromady gwiazdy tracą w ten sposób energię i stają się bardziej grawitacyjnie związane. Rośnie więc gęstość centrum, aż do momentu w którym dochodzi do implozji gwiazd. Szczegóły tego procesu trudno jest określić, lecz wiele scenariuszy prowadzi do wyprodukowania masywnych czarnych dziur. Czarne dziury w centrum gromad mogą również powstać przez kolaps pierwotnej chmury gazowej z której powstała gromada, lub przez zlewanie się i wzrost czarnych dziur produkowanych w kolapsie poszczególnych gwiazd. Masa powstałych w tym procesie czarnych dziur może wynosić nawet tyle, ile masa gromady galaktyk, czyli $\sim 10^{10}M_{\odot}$. Masywna czarna dziura w centrum gromady gwiazd lub jądra galaktycznego może powodować obserwowalne efekty poprzez wpływ na równowagowy układ gwiazd w centralnej części gromady, tak, że więcej gwiazd będzie “tonąć” w kierunku centrum, niż wynikałoby to z prostej mechaniki. Zatem jeśli czarna dziura jest w środku gromady gwiazd, to powinien dać się zaobserwować wzrost jasności w pobliżu centrum galaktyki oraz wzrost średniej prędkości ruchu wokół centrum.

Dokładnie takie zwiększenie jasności i wzrost dyspersji przyspieszeń zostało zaobserwowane (między innymi) w centrum galaktyki M87, dając mocny dowód na obecność tam czarnej dziury o masie $\sim 5 \cdot 10^9M_{\odot}$. Nadto galaktyka M87 jest dobrze znana z istnienia jetów (czyt. dżetów) wysokoenergetycznych cząstek emitowanych z



Rysunek 12: Zdjęcie fragmentu nieba zawierające silne źródło promieniowania X – ciemny (w świetle widzialnym) składnik układu podwójnego, podejrzewany powszechnie o bycie czarną dziurą. (Zdjęcie: Astronomy Picture of The Day)



Rysunek 13: Schematyczny rysunek zapadania się centrum gromady/galaktyki. Gromady kuliste zwykle mają $10^4 - 10^6$ gwiazd i promień 50-100 parseków. Jądro centralne ma zwykle rozmiar kilku parseków i gęstość $10^3 - 10^5$ gwiazd/parsek³. Halo jest rzadkie.

wnętrza galaktyki. Ponieważ podobne jety obserwuje się w innych aktywnych galaktykach i kwazarach, masywne czarne dziury mogą się znajdować również tam.

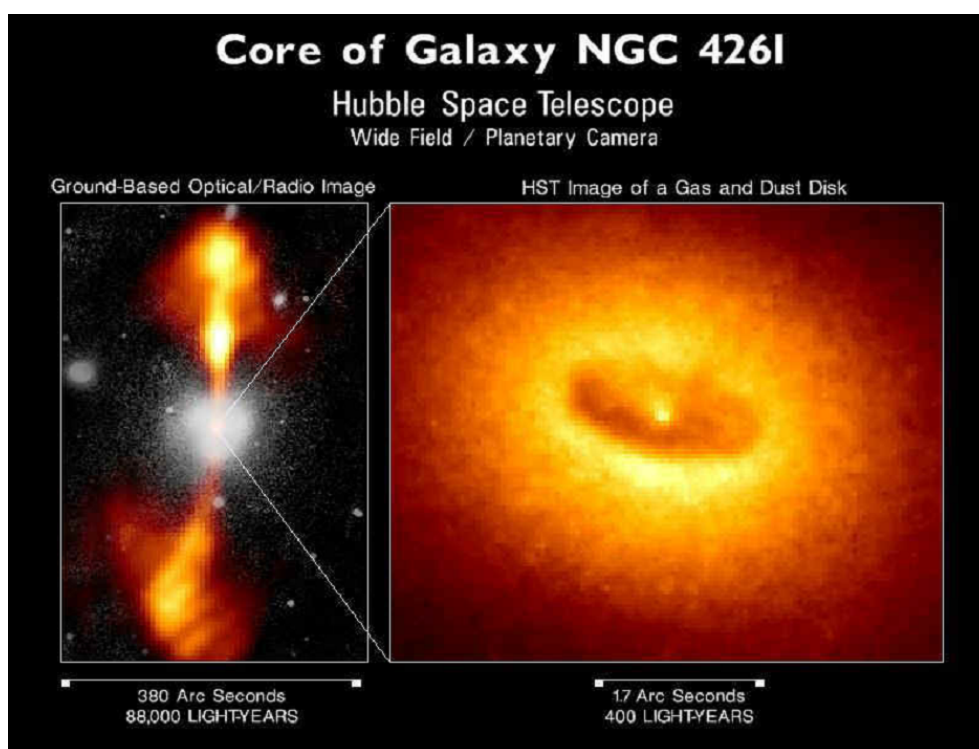


Rysunek 14: Galaktyka spiralna M106 w Psach Gończych o szerokości 30 tysięcy lat świetlnych (oddalona od Drogi Mlecznej o 21 milionów lat świetlnych). W jej centrum zapewne znajduje się najprawdopodobniej jądro będące supermasywną czarną dziurą. (Zdjęcie: Astronomy Picture of The Day)

3 Podsumowanie

Czarne dziury w ogólnej teorii względności:

- dwa podstawowe rozwiązania: **Schwarzschild** (M) i **Kerr** (M,J) ewentualnie z ładunkiem elektrycznym: Reissner-Nordstroem (M,Q) i Kerr-Newman (M,J,Q)
- czarna dziura jest dobrze opisana poza osobliwością w $r^2 + \frac{J}{Mc} \cos^2 \theta = 0$, która nie da się usunąć w żadnym układzie współrzędnych
- hipoteza kosmicznego cenzora: osobliwości przykryte są zawsze horyzontem
- obserwator w nieskończoności nie ujrzy nigdy wpadnięcia do czarnej dziury, ale mimo to obiekt wpadający wpadnie do niej w skończonym (i to niezbyt dużym) czasie
- obracająca się czarna dziura jest otoczona owalną ergosferą, we wnętrzu której wszyscy obserwatorzy zmuszeni są do obracania się w kierunku rotacji czarnej dziury, choć mogą ten obszar opuścić
- po wpadnięciu do czarnej dziury wszystko spada na osobliwość, lecz wcześniej niż osiągniemy osobliwość, trzeba uwzględnić efekty kwantowe w czarnej dziurze, do dziś jednak nie wiemy jak... (brak kwantowej teorii grawitacji)



Rysunek 15: Galaktyka NGC 4261. W jej centrum zapewne znajduje się jądro będące supermasywną czarną dziurą. Widoczne strumienie (dżety) energii i cząstek świecące silnie w pasmie rentgenowskim (X) – pośrednia wskazówka istnienia czarnej dziury.

Czarne dziury w astrofizyce:

- problemy z modelowaniem ze względu na mnogość procesów z różnych dziedzin fizyki
- podstawowe źródło powstawania czarnych dziur: kolaps gwiazdy w ostatnim stadium jej ewolucji po wybuchu supernowej, lub kolaps centrum gromady gwiazd
- czarna dziura powstała w wyniku kolapsu gwiazdy może mieć masę $2M_{\odot} \lesssim M \lesssim 100M_{\odot}$, czarna dziura w galaktyce lub gromadzie gwiazd może mieć masę nawet $\sim 10^{10} M_{\odot}$.
- najlepsze warunki do detekcji czarnych dziur są w układach podwójnych z jednym ciemnym składnikiem będącym silnym źródłem X z dysku akrecyjnego (najważniejszy kandydat: Cygnus X-1)
- jeszcze wiele nie wiemy...

Dodatek A – problem szacowania masy ciemnego towarzysza w układzie podwójnym

W astrofizyce czarnych dziur jest wiele szczegółowych problematycznych zagadnień. Przykładem jest kwestia określenia, czy w źródle rentgenowskim Cygnus X-1 znajduje się czarna dziura.

Jeden z problemów szczegółowych: jak zważyć niewidoczny składnik układu podwójnego (widzimy bowiem nie składnik, ale dysk akrecyjny)?

Istnieje wiele różnych sposobów ważenia. Jeden z nich łączy w sobie kombinację praw Keplera i elementarnych geometrycznych rozważań z następującymi danymi:

1. orbitalna prędkość nadgiganta, określana na podstawie oscylacji linii spektralnych
2. ocena promienia nadgiganta, które pochodzi z:
 - (a) jego widzialnej jasności w pasmie optycznym
 - (b) jego odległości od ziemi określanej na podstawie:
 - i. redshift⁸ (przyjmując, że wiemy, jaka powinna być jego temperatura)
 - ii. krzywej redshiftu w zależności od odległości dla innych gwiazd w tym samym obszarze nieba
 - iii. absolutnego strumienia energii światła widzialnego (określanego na podstawie tego)
3. nieobecność zaćmień rentgenowskich, co określa przedział możliwych kątów pomiędzy płaszczyzną układu podwójnego i linią Ziemia-układ.

Drugi sposób określenia wagi ciała polega na określeniu stopnia deformacji supergiganta przez przyciąganie towarzysza, które można określić na podstawie małych zmian widocznej jasności z okresem 2,8 dnia, zaś trzeci (nieco ryzykowny) sposób ważenia wykorzystuje masę supergiganta ocenioną po jego typie spektralnym. Wszystkie te metody dają w miarę zgodne rezultaty: masa ciemnego towarzysza znajduje się pomiędzy $8M_{\odot}$ a $18M_{\odot}$, a zatem może to być tylko czarna dziura.

⁸Czyli przesunięcie krzywej rozkładu jego promieniowania ku czerwieni spowodowane oddalaniem się od obserwatora (Ziemi).

Dodatek B – Ważne zagadnienia związane z czarnymi dziurami całkiem pominięte w tej pracy

- **Astrofizyka powstawania czarnych dziur w wyniku ewolucji gwiazdy.** Relacja pomiędzy obiektem astrofizycznym, jakim jest zapadająca się gwiazda (składająca się z jak najbardziej energetyczno-pędowych materii i promieniowania) oraz obiektem końcowym – rozwiązaniem *próżniowym* równań Einsteina – nie jest jasna i oczywista. Kwestia ta, tzw. zszywanie rozwiązań Schwarzschilda i Kerra z modelami astrofizyki relatywistycznej, jest wielce skomplikowana!⁹
- **Kwazary.** Odkrycie kwazarów we wczesnych latach '60 XX wieku i ówczesna niezdolność astrofizyków do wyjaśnienia ich źródła energii bez obecności silnego grawitacyjnego źródła spowodowała silny impuls do rozwoju teorii kolapsu grawitacyjnego i czarnych dziur. Kwazary mają olbrzymie rozmiary (np. kwazar 3C 236 ma 6 megaparseków długości), emitują ogromne ilości energii i są bardzo daleko. Masy źródeł energii kwazarów mogą wynosić $\sim 10^8 M_{\odot}$. Są jednakowoż duże problemy z modelowaniem kwazarów z czarnymi dziurami.
- **Jety.** Są to strumienie cząstek i promieniowania emitowane prostopadle do płaszczyzn obrotów galaktyk i kwazarów (acz nie tylko). Jety są jednym z najbardziej popularnych zagadnień astrofizyki relatywistycznej ostatniej dekady.
- **Pierwotne czarne dziury.** Grawitacyjny kolaps obszarów zwiększonej gęstości we wczesnym wszechświecie mógł spowodować powstanie “pierwotnych” (ang. *primordial*) czarnych dziur. Nie ma żadnych wiarygodnych przewidywań ile – i czy w ogóle ilekolwiek – takich czarnych dziur powstało. Ważna cecha tych czarnych dziur: mogły być produkowane na dowolnej skali masowej, włączając masy znacznie mniejsze niż masa Słońca.¹⁰
- **Czarne dziury średnich rozmiarów.** Hit ostatniej pięciolatki – podejrzewane o istnienie na podstawie poszlak – soczewkowania grawitacyjnego światła pochodzącego od gwiazd przez niewidoczne obiekty o masie kilkuset mas Słońca.
- **Produkcja czarnych dziur w akceleratorach.** Strachy na lachy. Ale rzeczywiście rozważano ten problem zupełnie poważnie w związku z budową nowego akceleratora i zderzacza cząstek – LHC w CERN.
- **Izolowane horyzonty.** Czarna dziura jest zjawiskiem globalnym dotyczącej czasoprzestrzeni jako całości. Okazuje się, że dotychczas nie istnieje nawet ogólna definicja czarnej dziury w sensie globalnym, pomijając to, że taka czarna dziura musi mieć izolowany horyzont. Tu rozpościera się gorący współczesny front badań...
- **Termodynamika czarnych dziur.** Okazuje się, że czarne dziury mają swoją termodynamikę. Pod tym hasłem kryją się również dokonania niejakiego (przereklamowanego) Steve’a Hawkinga i innych. Rzecz to wielce pasjonująca i dynamicznie rozwijająca się, o zaskakujących rezultatach i wnioskach – również na polu kwantowej grawitacji.
- **Zasada holograficzna.** Poszukiwania kwantowej grawitacji, oraz termodynamika czarnych dziur doprowadziły do sformułowania zasady holograficznej, która w jednej ze swej wersji traktuje czarną dziurę jak... ekran komputera.
- **i inne... :-)**

⁹Np. pole grawitacyjne wewnątrz zapadającego się obłoku pyłu opisywane jest metryką Friedmanna, a na zewnątrz – Schwarzschilda.

¹⁰Np. czarna dziura Schwarzschilda o masie Ziemi $M_{\oplus} = 6 \cdot 10^{27}$ g ma $r_S = 2GM_E/c^2 \sim 1$ cm. Z drugiej strony dla czasu $\tau \sim 10^{-11}$ s po Wielkim Wybuchu gęstość wszechświata wynosiła $\rho \sim 10^{27}$ g/cm³. Fluktuacja gęstości wielkości $\delta\rho \sim \rho$ na skali 1cm w tym czasie mogła spowodować uformowanie się czarnej dziury.

Podziękowania

Dziękuję Markowi Górskiemu za wyszukanie w internecie grafik i zdjęć obiektów astronomicznych związanych z czarnymi dziurami, Jerzemu Lewandowskiemu za udostępnienie mi notatek Abhaya Ashtekara, oraz Mikołajowi Korzyńskiemu za wyjaśnienie mi kilku rzeczy których nie rozumiałem.

Literatura

- [1] Marek Demiański. *Astrofizyka relatywistyczna*. PWN, Warszawa, 1978.
- [2] Krzysztof Włodarczyk. *Przewodnik po gwiazdnym niebie*. Wydawnictwo Sport i Turystyka, Warszawa, 1989.
- [3] Robert Wald. *General Relativity*. The University of Chicago Press, Chicago, 1984.
- [4] R.D. Blanford and K.S. Thorne. *Black hole astrophysics*, w: *General Relativity*, edited by S.W. Hawking and W. Israel. Cambridge University Press, Cambridge, 1979. (Wyd. ros.: Mir 1983)
- [5] Martin Rees, Remo Ruffini and John Archibald Wheeler. *Black Holes, Gravitational Waves and Cosmology*. Gordon, New York, 1974. (wyd. ros.: Mir 1977)
- [6] Stuart Shapiro and Saul Teukolsky, *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars*. Wiley, 1983. (wyd. ros.: Mir 1985)
- [7] Abhay Ashtekar, Jonathan Engle and Badri Krishnan, *Introduction to Black Holes*. (Nieopublikowane notatki z wykładów.)
- [8] S. Chandrasekhar, *The Mathematical Theory of Black Holes*. Oxford University Press, 1983.



Rysunek 16: Czarna dziura niekoniecznie musi formować dysk akrecyjny lub soczewkować. Może też rozrywać gwiazdy. Na razie jednak jest to jedynie hipoteza i wizja artystyczna nie poparta obserwacjami. (Zdjęcie: Astronomy Picture of The Day)