

Ryszard Kostecki

Wyznaczanie oporu grupy oporników

Warszawa, 27 lutego 2001

Streszczenie

Celem tej pracy jest wyznaczenie wartości średniego oporu grupy kilkudziesięciu badanych oporników.

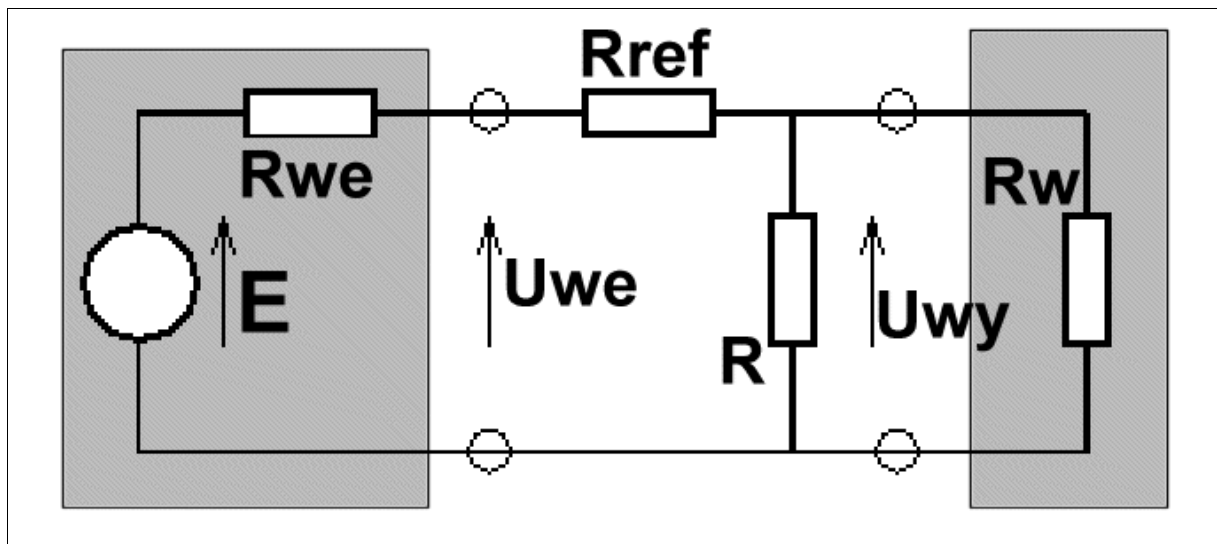
Podstawy teoretyczne

Rozważmy obwód elektryczny, którego schemat znajduje się na rysunku 1.

Oznaczmy przez:

- U_{we} , ΔU_{we} - odpowiednio: wartość napięcia podawanego przez zasilacz i błąd tej wartości
- U_{wy} , ΔU_{wy} - odpowiednio: wartość napięcia mierzonego przez woltomierz i błąd tej wartości
- R_{ref} , ΔR_{ref} - odpowiednio: wartość oporu opornika wzorcowego i błąd tej wartości
- R , ΔR - odpowiednio: wartość oporu opornika badanego i błąd tej wartości
- R_{sr} , ΔR_{sr} - odpowiednio: średnia wartość oporu badanej grupy oporników i jej dyspersja
- R_{we} - wartość rezystancji wyjściowej zasilacza
- R_w - wartość rezystancji wejściowej woltomierza

Rysunek 1



Korzystając ze znajomości praw Kirchhoffa i Ohma, a także z założeń, iż $R_w \gg R$, $R_w \gg R_{ref}$, $R_w \gg R_{we}$, oraz, że zasilacz podaje (w przybliżeniu) stałe napięcie niezależnie od prądu wyjściowego, można uwzględnić rezystancji wyjściowej zasilacza i rezystancji wejściowej woltomierza i napisać, iż:

$$(1) \quad U_{wy} = U_{we} \frac{R}{R + R_{ref}}$$

Przekształcając to równanie ze względu na R otrzymujemy:

$$(2) \quad R = R_{ref} \frac{U_{wy}}{U_{we} - U_{wy}}$$

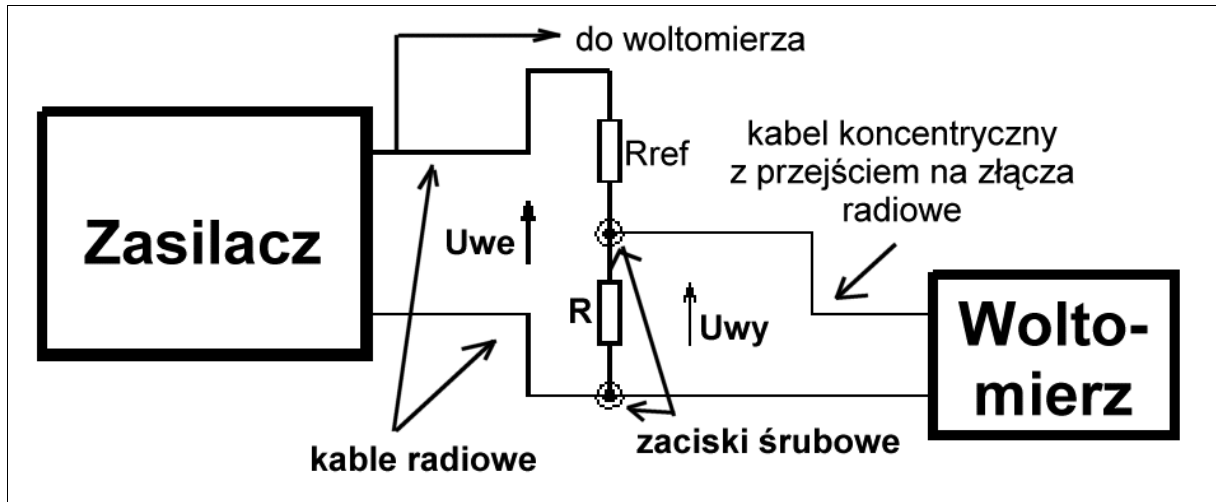
Realizacja techniczna

Do przeprowadzenia doświadczenia użyłem multimetru cyfrowego, zasilacza podającego stałe w czasie napięcie, kabla koncentrycznego, płytki z naniesionymi polami montażowymi, kilkudziesięciu oporników, oraz kilku przewodów.

Doświadczenie rozpocząłem od pomiaru R_{ref} za pomocą multimetru cyfrowego. Następnie zlutowałem obwód, zgodnie ze schematem zamieszczonym na rysunku 2. Zasilanie dzielnika napięcia odbywało się za pośrednictwem przewodów i gniazdek radiowych znajdujących się na płytce. Pomiaru napięcia zasilającego

dzielnik U_{we} dokonywałem także za pomocą przewodu radiowego. Napięcie U_{wy} było doprowadzone do woltomierza za pośrednictwem gniazda BNC i przewodu koncentrycznego. Po zasileniu dzielnika napięciem U_{we} mierzyłem je, następnie w zaciskach śrubowych instalowałem opornik R , po czym mierzyłem U_{wy} . Procedurę tę powtarzałem aż do wyczerpania się zbioru wszystkich nieprzebadanych oporników.

Rysunek 2



Wyniki pomiarów

Poniżej znajdują się wyniki pomiarów zmierzonych wartości R_{ref} , ΔR_{ref} , U_{we} , ΔU_{we} , U_{wy} , ΔU_{wy} , a także obliczonych na ich podstawie wartości R i ΔR , przy czym ΔR wyznaczone zostały ze wzoru na propagację małych błędów:

$$(3) \quad \Delta R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial U_{wy}} \Delta U_{wy}\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial U_{we}} \Delta U_{we}\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_{ref}} \Delta R_{ref}\right)^2}$$

Po połączeniu tego wzoru ze wzorem (2), otrzymujemy właściwy wzór:

$$(4) \quad \Delta R = \frac{1}{U_{we} - U_{wy}} \sqrt{\left(\frac{R_{ref} U_{we} \Delta U_{wy}}{U_{we} - U_{wy}}\right)^2 + \left(\frac{R_{ref} U_{wy} \Delta U_{we}}{U_{we} - U_{wy}}\right)^2 + (U_{wy} \Delta R_{ref})^2}$$

A oto wyniki pomiarów:

$$R_{ref} = (5,117 \pm 0,001) \text{ k}\Omega$$

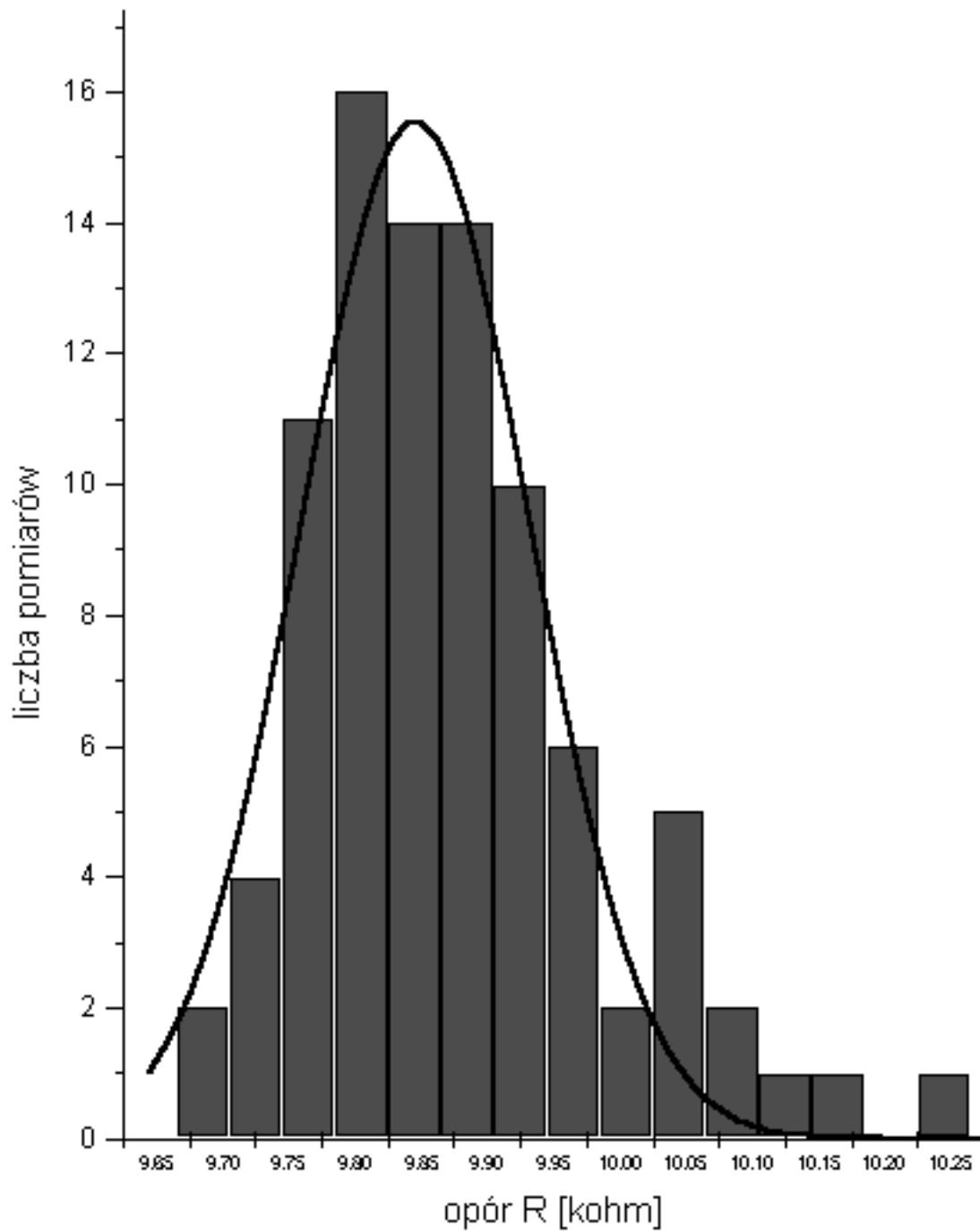
Nr	U_{we} [V]	ΔU_{we} [V]	U_{wy} [V]	ΔU_{wy} [V]	R [k Ω]	ΔR [k Ω]
1	10,003	0,003	6,612	0,003	9,977471	0,016126
2	10,003	0,003	6,574	0,003	9,810195	0,0157447
3	10,003	0,003	6,586	0,003	9,862617	0,0158637
4	10,003	0,003	6,578	0,003	9,827628	0,0157842
5	10,003	0,003	6,559	0,003	9,745181	0,0155978
6	10,003	0,003	6,651	0,003	10,15309	0,0165313
7	10,003	0,003	6,588	0,003	9,87139	0,0158837
8	10,003	0,003	6,581	0,003	9,84073	0,015814
9	10,003	0,003	6,597	0,003	9,910995	0,0159739
10	10,003	0,003	6,571	0,003	9,797147	0,0157152
11	10,003	0,003	6,668	0,003	10,23093	0,0167125
12	10,003	0,003	6,58	0,003	9,83636	0,015804

13	10,003	0,003	6,587	0,003	9,867002	0,0158737
14	10,003	0,003	6,548	0,003	9,697863	0,0154913
15	10,003	0,003	6,567	0,003	9,779784	0,0156759
16	10,003	0,003	6,589	0,003	9,87578	0,0158936
17	10,003	0,003	6,581	0,003	9,84073	0,015814
18	10,003	0,003	6,613	0,003	9,981924	0,0161362
19	10,003	0,003	6,576	0,003	9,818906	0,0157644
20	10,003	0,003	6,589	0,003	9,87578	0,0158936
21	10,003	0,003	6,556	0,003	9,732246	0,0155686
22	10,003	0,003	6,593	0,003	9,893367	0,0159337
23	10,003	0,003	6,585	0,003	9,858234	0,0158537
24	10,003	0,003	6,599	0,003	9,919825	0,0159941
25	10,003	0,003	6,576	0,003	9,818906	0,0157644
26	10,003	0,003	6,56	0,003	9,749498	0,0156075
27	10,003	0,003	6,579	0,003	9,831993	0,0157941
28	10,003	0,003	6,574	0,003	9,810195	0,0157447
29	10,003	0,003	6,6	0,003	9,924243	0,0160042
30	10,003	0,003	6,591	0,003	9,884568	0,0159137
31	10,003	0,003	6,555	0,003	9,727939	0,0155589
32	10,003	0,003	6,572	0,003	9,801493	0,015725
33	10,003	0,003	6,576	0,003	9,818906	0,0157644
34	10,003	0,003	6,63	0,003	10,05802	0,0163112
35	10,003	0,003	6,582	0,003	9,845102	0,0158239
36	10,003	0,003	6,581	0,003	9,84073	0,015814
37	10,003	0,003	6,589	0,003	9,87578	0,0158936
38	10,003	0,003	6,595	0,003	9,902176	0,0159538
39	10,003	0,003	6,582	0,003	9,845102	0,0158239
40	10,003	0,003	6,578	0,003	9,827628	0,0157842
41	10,003	0,003	6,569	0,003	9,78846	0,0156955
42	10,003	0,003	6,579	0,003	9,831993	0,0157941
43	10,003	0,003	6,606	0,003	9,95081	0,0160649
44	10,003	0,003	6,588	0,003	9,87139	0,0158837
45	10,003	0,003	6,603	0,003	9,937515	0,0160345
46	10,003	0,003	6,577	0,003	9,823266	0,0157743
47	10,003	0,003	6,606	0,003	9,95081	0,0160649
48	10,003	0,003	6,57	0,003	9,792802	0,0157053
49	10,003	0,003	6,577	0,003	9,823266	0,0157743
50	10,003	0,003	6,568	0,003	9,784121	0,0156857
51	10,003	0,003	6,6	0,003	9,924243	0,0160042
52	10,003	0,003	6,567	0,003	9,779784	0,0156759
53	10,003	0,003	6,626	0,003	10,04005	0,0162698
54	10,003	0,003	6,599	0,003	9,919825	0,0159941
55	10,003	0,003	6,59	0,003	9,880173	0,0159036
56	10,003	0,003	6,602	0,003	9,933089	0,0160244
57	10,003	0,003	6,611	0,003	9,973021	0,0161158
58	10,003	0,003	6,596	0,003	9,906584	0,0159638
59	10,003	0,003	6,625	0,003	10,03556	0,0162595
60	10,003	0,003	6,592	0,003	9,888966	0,0159237
61	10,003	0,003	6,634	0,003	10,07604	0,0163528
62	10,003	0,003	6,63	0,003	10,05802	0,0163112
63	10,003	0,003	6,572	0,003	9,801493	0,015725
64	10,003	0,003	6,572	0,003	9,801493	0,015725

65	10,003	0,003	6,635	0,003	10,08055	0,0163633
66	10,003	0,003	6,57	0,003	9,792802	0,0157053
67	10,003	0,003	6,554	0,003	9,723635	0,0155492
68	10,003	0,003	6,566	0,003	9,77545	0,0156661
69	10,003	0,003	6,591	0,003	9,884568	0,0159137
70	10,003	0,003	6,628	0,003	10,04903	0,0162905
71	10,003	0,003	6,585	0,003	9,858234	0,0158537
72	10,003	0,003	6,61	0,003	9,968574	0,0161056
73	10,003	0,003	6,561	0,003	9,753817	0,0156172
74	10,003	0,003	6,545	0,003	9,68501	0,0154624
75	10,003	0,003	6,577	0,003	9,823266	0,0157743
76	10,003	0,003	6,59	0,003	9,880173	0,0159036
77	10,003	0,003	6,588	0,003	9,87139	0,0158837
78	10,003	0,003	6,618	0,003	10,00423	0,0161874
79	10,003	0,003	6,562	0,003	9,758138	0,015627
80	10,003	0,003	6,614	0,003	9,986379	0,0161464
81	10,003	0,003	6,6	0,003	9,924243	0,0160042
82	10,003	0,003	6,645	0,003	10,12581	0,016468
83	10,003	0,003	6,568	0,003	9,784121	0,0156857
84	10,003	0,003	6,575	0,003	9,814549	0,0157546
85	10,003	0,003	6,564	0,003	9,766789	0,0156465
86	10,003	0,003	6,604	0,003	9,941944	0,0160446
87	10,003	0,003	6,552	0,003	9,715034	0,0155299
88	10,003	0,003	6,567	0,003	9,779784	0,0156759
89	10,003	0,003	6,585	0,003	9,858234	0,0158537
90	10,003	0,003	1,669	0,003	1,024751	0,0022503
91	10,003	0,003	1,679	0,003	1,032129	0,0022562
92	10,003	0,003	1,681	0,003	1,033607	0,0022574
93	10,003	0,003	1,665	0,003	1,021804	0,002248
94	10,003	0,003	1,642	0,003	1,004917	0,0022346
95	10,003	0,003	1,653	0,003	1,012982	0,002241
96	10,003	0,003	1,662	0,003	1,019596	0,0022463
97	10,003	0,003	1,676	0,003	1,029914	0,0022544
98	10,003	0,003	1,62	0,003	0,988851	0,002222
99	10,003	0,003	1,657	0,003	1,01592	0,0022433

Wyniki o numerach porządkowych od 90 do 99 znacznie odbiegają od reszty. Były to oporniki o całkiem innej rezystancji nominalnej (1 k Ω), należałoby je więc rozpatrzyć osobno. Niestety, wyników dla tej klasy rezystorów jest zbyt mało, aby móc przeprowadzić ich sensowną analizę. W związku z tym w dalszej części tej pracy pomijam je, traktując je w pewnym sensie jako błąd grubo (aczkolwiek trzeba wyraźnie podkreślić, iż wyniki te nie są błędem grubym, ale jedynie przejawem wystąpienia zjawiska o innej charakterystyce!).

Histogram wynikowych wartości R (już po odjęciu błędów grubych) wygląda następująco:



Liczba badanych rezystorów była wystarczająca, by rozkład oporów był dobrze opisywany przez rozkład Gaussa.

Korzystam ze wzoru na średnią wartość rezystancji i jej dyspersję (gdzie N jest liczbą pomiarów):

$$R_{sr} = \frac{\sum_{i=1}^N R_i}{N} \quad \Delta R_{sr} = \frac{\sum_{i=1}^N (R_i - R_{sr})^2}{N}$$

...i otrzymuję następujący końcowy wynik:

$$R_{sr} = (9,87355 \pm 0,104967) \text{ k}\Omega$$

po zaokrągleniu:

$$R_{sr} = (9,87 \pm 0,10) \text{ k}\Omega$$

Wnioski i dyskusja wyniku

Z oznaczeń na badanych opornikach wynikało, iż ich maksymalna rezystancja wynosi 10 k Ω z dokładnością do 5%, czyli 0.5 k Ω .

Wynik otrzymany w doświadczeniu przeprowadzonym przeze mnie jest zgodny w obliczu "testu 3 σ " z wartością nominalną. Jest to wynik zadowolający.

Jak widać, niepewność pojedynczego pomiaru nie ma istotnego wpływu na rozrzut wyników, bowiem niepewności pojedynczego pomiaru wynoszą ok. 0.016 k Ω , natomiast dyspersja histogramu wynika z różnych wartości R wynosi ok. 0.1 k Ω , co jest o rząd wielkości więcej. Nie zmienia to jednak faktu, iż wynik końcowy nie jest dokładny z powodu różnych czynników (poza dokładnością miernika) wprowadzających niepewność. Wśród najbardziej istotnych znajdują się:

- ◆ Nieidealność zasilacza i woltomierza: idealny woltomierz posiada nieskończony opór. W praktyce oczywiście tak nie jest. Idealny zasilacz podaje zawsze stałe napięcie niezależnie od obciążenia. Wprawdzie wszystkie pomiary U_{we} były równe $(10,003 \pm 0,003)V$, lecz były to pomiary w momencie, kiedy żaden opornik R nie był zainstalowany w zaciskach. Nie mierzyłem natomiast U_{we} w chwilach, kiedy mierzyłem U_{wy} , a wtedy przecież zasilacz był bardziej obciążony.
- ◆ Za każdym razem, kiedy umieszczałem w zaciskach śrubowych nowy opornik, dokręcałem je, siłą rzeczy, inaczej. Sądzę, iż czasem niedokładne dokręcenie mogło spowodować (oczywiście - drobne) przekłamanie co do wartości U_{wy} (a w konsekwencji R).
- ◆ Stosowane przeze mnie przewody łączące woltomierz i zasilacz z płytką montażową, a także same wtyki do tych przewodów mogły się także przyczynić do generacji błędów.