УДК 517.98.

Ш. А. АЮПОВ, Р. З. АБДУЛЛАЕВ

АЛГЕБРЫ АРЕНСА НА ЙОРДАНОВЫХ ОПЕРАТОРНЫХ АЛГЕБРАХ И НА ОБЕРТЫВАЮЩИХ АЛГЕБРАХ ФОН НЕЙМАНА

Мақолада JM-алгебралардаги Аренс алгебраларни ва ўралма фон Нейман алгебралардаги Аренс алгебраларни хоссаларп ўрганилган.

Пусть A — обратимая JW-алгебра, U — ее обертывающая алгебра фон Неймана. Известно (подробнее см. [1]), что A совпадает с эрмитовой частью R_s вещественной обертывающей алгебры фон Неймана $R=R(A)$, причем $U=R+iR$.

Рассмотрим на A точный нормальный полуконечный след τ. Известно [2], что τ всегда можно продолжить до точного нормального полуконечного следа τ_0 на U.

Цель настоящей работы - изучить связь между свойствами алгебр Аренса $L^{\omega}(A,\tau)$, построенными на JW-алгебре A со следом τ [3] и алгебрами Аренса $L^{\omega}(U,\tau_0)$ на алгебре фон Неймана U со следом τ_0 [4]. Если A совпадает с эрмитовой частью U, т.е. $A=U_s$, то очевидно $L^{\omega}(A,\tau)=$ $=L^{\omega}(U,\tau_0)_s$. Поэтому в дальнейшем всегда будем считать, что A является чисто вещественной, т.е. $R(A)\cap iR(A)=\{0\}$; иными словами $R=R(A)$ — вещественная алгебра фон Неймана. В этом случае известно [5], что продолжение следа τ с A на $U(A)$ единственно тогда и только тогда, когда A не содержит прямых слагаемых, изоморфных эрмитовой части (комплексной) алгебры фон Неймана, или, что эквивалентно $R=R(A)$, не содержит прямых слагаемых вещественно изоморфных комплексной алгебре фон Неймана. Этот результат мы уточним ниже, где будет описан общий вид продолжения следа τ с A на $U(A)$.

Через τ_0 мы будем обозначать каноническое продолжение τ на $U(A)$, т.е. для $x=a+ib\in U=R+iR$, $x\geq 0$, имеем $\tau_0(x)=\tau(a)$, $a,b\in R$, $a\in R_s$, $b\in R_k$, где R_k — косоэрмитова часть R. Другими словами, каноническое продолжение τ с A на $U(A)$ — это продолжение τ с $A=R_s$ до $R=R_s+R_k$ нулем на косоэрмитовы элементы R_k и далее по комплексной линейности на все $U=R+iR$ [2].

Если τ_1 — произвольное продолжение τ с A до точного нормального полуконечного следа на $U(A)$, то по теореме Радона-Никодима [6] $\tau_1(x)=\tau_0(hx)$, $x\in U$, где $h=\partial\tau_1/\partial\tau_0$ — производная Радона-Никодима является положительным оператором, присоединенным к центру Z_U, алгебры U. В частности, т.к. Z_U — коммутативна, то h лежит в алгебре $S(U)$–τ_0-измеримых операторов относительно U, которая совпадает с пополнением алгебры фон Неймана U в равномерности, порожденной топологией t сходимости по мере τ [7].

Теорема 1. Пусть A — JW-алгебра с точным нормальным полуконечным следом τ, и τ_0 — каноническое продолжение τ на $U=U(A)$. Тогда произвольное продолжение τ до нормального следа на U имеет вид $\tau_1(x)=\tau_0((1+ik)x)$, $x\in U$, где 1 — единица в A, k — центральный косоэрмитовый элемент в R. Обратно, для любого центрального косоэрмитова $k\in R$ такого, что $1+ik\geq 0$, функционал $\tau_0((1+ik)x)$, $x\in U$, задает нормальный полуконечный след на U, продолжающий τ.

Прежде чем доказывать утверждение, приведем ряд вспомогательных результатов.

Пусть U — алгебра фон Неймана с точным нормальным полуконечным следом τ. Топология t сходимости по мере τ задается окрестностями нуля

$$O_{\varepsilon,\delta}=\{x\in U: \exists p\in P_U: \tau(1-p)<\delta,\ \| xp \|<\varepsilon\},$$

где $P_U=P$ решетке проекторов U.

Пусть α — автоморфизм или антиавтоморфизм U.

Предложение 1. В топологии t на U, α является непрерывным.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Сначала заметим, что если $\{p_n\}\subset P_U$ и $\tau(p_n)\underset{n\to\infty}{\to}0$, то $\tau(\alpha(p_n))\underset{n\to\infty}{\to}0$. Переходя к подпоследовательности, можно считать, что $\tau(p_n)\leq 2^{-n}$. Положим $q_n=\vee_{k=n}^{\infty}p_k$. Тогда последовательность q_n убывает и

$$\tau(q_n)\leq\sum_{k=n}^{\infty}\tau(p_k)\leq\sum_{k=n}^{\infty}2^{-k}=2^{-n+1}\to 0$$

при $n\to\infty$. Следовательно, $q_n\downarrow O$. В силу того, что α — автоморфизм P, то $\alpha(q_n)\downarrow 0$, и следовательно $\tau(\alpha(q_n))\to 0$. Так как $p_n\leq q_n$, то $\alpha(p_n)\leq\alpha(q_n)$, поэтому $\tau(\alpha(q_n))\to 0$.

Итак, пусть $\varepsilon,\delta>0$. Выберем δ_1 так, что при $\tau(p)<\delta_1$ выполняется $\tau(\alpha(p))<\delta$. Рассмотрим окрестность $\alpha\left(O_{\varepsilon,\delta_1}\right)$. Пусть $x\in\left(O_{\varepsilon,\delta_1}\right)$, тогда существует $p\in P$ такой, что $\tau(1-p)<\delta_1$, $\| xp \|<\varepsilon$. Тогда для $q=\alpha(p)$ имеем

$\tau(1-q)=\tau(\alpha(1-p))<\delta$, $\| q\alpha(x) \| = \| \alpha(px) \| = \| xp \|<\varepsilon$, т.е. $\alpha(x) \in O_{\varepsilon,\delta}$. Итак, $\alpha\left(O_{\varepsilon,\delta_1}\right)\subset O_{\varepsilon,\delta}$, т.е. α является t — непрерывным.

Пусть $S(U)$ алгебра всех τ — измеримых операторов относительно U [7]. Тогда $S(U)$ совпадает с пополнением U в топологии t. Если $U=R+iR$, где R — вещественная алгебра фон Неймана, то $R=\{x\in U:\alpha(x)=x^*\}$, где α-инволютивный антиавтоморфизм, порожденный R. В силу t-непрерывности α, его можно с U продолжить до инволютивного антиавтоморфизма $\overline{\alpha}$ на $S(U)$. Положим,

$$S(R)=\{\alpha(x) \in S(U) : \overline{\alpha}(x)=x^*\},$$

и назовем $S(R)$ алгеброй τ — измеримых операторов относительно R. Очевидно,

$$S(R)\cap iS(R)=\{0\} \text{ и } S(U)=S(R)+iS(R)$$

(так как $\overline{\alpha}$ — инволютивный антиавтоморфизм $S(U)$). Так как инволюция t — непрерывна, то отсюда следует, что $S(R)=\overline{R}^t$ — замыкание R в топологии t.

Предложение 2. Оператор $a\in S(U)$ измерим относительно R, т.е. $a\in S(R)$ тогда и только, когда в его полярном разложениии $a=u\,|\,a\,|$, модуль $|\,a\,|$ измерим относительно A, т.е. $|\,a\,| \in S(A)$, а частичная изометрия u лежит в R.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Если $|\,a\,| \in S(A)\subset S(R)$ и $u\in R$, то, очевидно $a=u|\,a\,|\in S(R)$.

Обратно, пусть $a\in S(R)$ и $a=u|\,a\,|$ его полярное разложение. Так как $S(A)$ совпадает с замыканием JW — алгебры $A=R_s$ в топологии t, то $S(A)=S(R)_s$.

Имеем $aa^*\in S(R)_s = S(A)$ и, следовательно, $|a|=\sqrt{aa^*}\in S(A)$. Осталось показать, что $u\in R$. Применим α к равенству $a=u|a|$ и учитывая, что $\alpha(a)=a^*$, $\alpha(|a|)=|a|$, получим:

$$a^*=\alpha(a)=\alpha(|a|)\alpha(u)=|a|\alpha(u),$$

т.е. $a=\alpha(u)^*|a|$. В силу единственности полярного разложения (так как $\alpha(u)^*$ также есть частичная изометрия) получим $\alpha(u)^*=u$, т.е. $\alpha(u)=u^*$, т.е.

$$u\in\{x\in U:\ \alpha(x)=x^*\}=R.$$

Предложение 3. Пусть $z=a+ib\in S(U)$, $a,b\in S(R)$, $x\geq 0$. Тогда элемент x ограничен в том и только том случае, когда ограничен элемент a.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Так как $x\geq 0$, то существует $u+iv\in S(U)$ $(u,v\in S(R))$ такой, что $x=(u+iv)(u+iv)^*=(uu^*+vv^*)+i\ (vu^*-uv^*)$. Отсюда, так как $S(R)\cap iS(R)=\{0\}$, то

$$a=uu^*+vv^* \qquad b=vu^*-uv^*.$$

Следовательно, элемент a ограничен тогда и только тогда когда ограничены элементы u,v. В частности, если a — ограничен, то $x=(u+iv)(u+iv)^*$ — ограничен. Обратно, если x — ограничен, то существует $\lambda\geq 0$, такой что $\lambda 1-x\geq 0$. Отображение $\psi : S(U) \to S(R)$, определенное как $\psi(a+ib)=a(a,b\in S(R))$, положительно, так как ψ совпадает с $\frac{1}{2}(Id+\overline{\alpha})$ на $S(U)_s$. Следовательно, из $\lambda 1-x\geq 0$ следует

$\psi(\lambda 1-x)=\lambda 1-a\geq 0$, т.е. $0\leq a\leq \lambda 1$. Это означает, что элемент a — ограничен.

Следствие. Положительный элемент $x=a+ib\in S(U)$, a, $b\in S(R)$, ограничен тогда и только тогда, когда a и b ограничены в $S(R)$.

Произвольный нормальный полуконечный след τ на алгебре фон Неймана U или на JW алгебре A можно продолжить до нормального следа на $S(U)$ (соответственно на $S(A)$), положив для $x\in S^+(U)$ (соответственно $S^+(A)$)

$$\overline{\tau}(x)=\begin{cases}\tau(x), & \text{если} \quad x\in L_1(U,\tau) \quad (\text{соответственно} \quad L_1(A,\tau))\\ +\infty, & \text{если} \quad x\notin L_1(U,\tau) \quad (\text{соответственно} \quad L_1(A,\tau)).\end{cases}$$

Из леммы Фату легко следует, что если $x\in S^+(U)$ (соответственно $x\in S^+(A)$) и сеть центральных элементов Z_α возрастает к $1(Z_\alpha\uparrow 1)$, то для $x\in S^+(U)$ (соответственно $x\in S^+(A)$) имеем $\overline{\tau}(x)=\sup_\alpha \overline{\tau}\left(Z_\alpha x\right)$. В дальнейшем не будем различать следы τ и $\overline{\tau}$.

Предложение 4. Если $a+ib\in S^+(U)$ центральный, $a,b\in S(R)$, τ_0 — каноническое продолжение следа τ с JW — алгебры A на алгебру фон Неймана $U(A)$, то

$$\tau_0(a+ib)=\tau(a).$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Как отмечено в доказательстве предложения 3, элемент $a\in S(R)$ также положителен, т.е. $a\in S^+(A)$.

Пусть $a=\int\limits_0^\infty \lambda\, d e_\lambda$ — спектральное разложение, тогда $e_\lambda\uparrow 1$ — сеть центральных проекторов, причем $0\leq ae_\lambda\leq\lambda 1$, т.е. $ae_\lambda\in A$ (ограничены). В силу предложения 3 элементы $e_\lambda(a+ib)=e_\lambda a+ie_\lambda b$ и $e_\lambda b$ — тоже ограничены. Поэтому

$$\overline{\tau}(a+ib)=\sup_\lambda \tau_0\left(e_\lambda(a+ib)\right)=\sup_\lambda \tau_0\left(e_\lambda a\right)=\overline{\tau}_0(a).$$

Д о к а з а т е л ь с т в о теоремы 1. Пусть τ_1 — произвольное продолжение следа τ с A до нормального следа на $U=U(A)$. Как отмечено выше

$$\tau_1(x)=\tau_0(hx), \qquad x\in U,$$

где h — центральный положительный элемент в алгебре $S(U)$ всех τ_0 — измеримых операторов, присоединенных к U. Так как $S(U)=S(R)+iS(R)$, то $h=a+ib$, где $a,b\in S(R)$. Так как $S(R)\cap iS(R)=\{0\}$, то из $x^*=x$ следует, что $a^*=a$, $-b^*=b$, т.е. $a\in S(R)_s$, $b\in S(R)_k$.

Покажем, что условие $\tau_1\Big|_A=\tau_0\Big|_A=\tau$ влечет, что $a=1$.

Итак, $\tau_0((a+ib)x)=\tau_0(x)=\tau(x)$, для любого $x\in A^+$, т.е. $\tau_0(ax+ibx)=\tau_0(x)$ для любого $x\in A^+$. Так как ax, $bx\in S(R)$, то в силу предложения 4 $\tau_0(ax+ibx)=\tau_0(ax)$, т.е.

$$\tau_0(ax)=\tau_0(x), \qquad \forall x\in A^+,$$

причем $a\in S^+(R)=S^+(A)$ и a — центральный элемент. Пусть p_n — последовательность проекторов из A, возрастающих к 1 и $\tau(p_n)<\infty$ для любого n. Тогда $\tau_0(p_n ax)=\tau_0(p_n x)<\infty$, т.е. $\tau(p_n(ax-x))=\tau(p_n(a-1)x)=0$ для любого $n=1,2,\ldots,x\in A^+$. Пусть $x=s\in A$ такая симметрия, что $(a-1)s=|a-1|$. Тогда $\tau(p_n|a-1|)=0$ для любого $n=1,2,\ldots$ В силу точности τ следует, что

$p_n|a-1|=0$ для любого $n=1,2,\ldots$, т.е. $|a-1|=0$ или $a=1$. Итак, $h=1+ib\in S^+(U)$. В силу предложения 3 элементы h и $b\in S(R)$ ограничены, т.е. $b\in R_k$. Таким образом, $\tau_1(x)=\tau_0((1+ib)x)$, $x\in U$, где $b\in R_k$, b — центральный в R.

Обратно, если $k\in R_k\cap Z_R$ и $1+ik\geq 0$, то легко проверить, что $\tau_1(x)=\tau_0((1+ik)x)$ задает на U — нормальный полуконечный след, причем $\tau_1\big|_A=\tau_0\big|_A=\tau$. Теорема доказана.

Известно [5], что для обратимой JW-алгебры A следующие условия эквивалентны:

(i) антиавтоморфизм α, порождающий $R(A)$, центральный, т.е. действует тождественно на центре U;

(ii) A не содержит прямых слагаемых изоморфных эрмитовой части алгебры фон Неймана;

(iii) $Z_U=Z_A+iZ_A$.

Из (iii) видно, что в этом случае $Z_R=Z_A$ и поэтому $Z_R\cap R_k=\{0\}$, т.е. след τ_0 является единственным продолжением τ с A на $U(A)$.

Для изучения некоммутативных и неассоциативных алгебр Аренса приведем некоторые сведения из [8] и [3].

Пусть U — алгебра фон Неймана (соответственно JW-алгебра) τ — точный нормальный полуконечный след на U. Рассмотрим множество $L^\omega(U,\tau)=\bigcap_{1\leq p<\infty}L^p(U,\tau)$, где $L^p(U,\tau)$ — банаховы пространства относительно норм $\|x\|_p=(\tau|x|^p)^{1/p}$ (см. [7], [9]).

Множество $L^\omega(U,\tau)$ является полной локально выпуклой алгеброй относительно топологии, заданной системой норм $\{\ \|\cdot\|_p\ \}_{p\geq 1}$ ([4], [3]). Обозначим через $L(U,\tau)$ линейную оболочку множества $\bigcap_{1<q\leq\infty}L_q(U,\tau)$.

Следующая теорема доказана в [8] для алгебры фон Неймана U, а в [3] для JW-алгебр.

Теорема 2. Пусть μ и ν точные нормальные полуконечные следы на алгебре фон Неймана U (соответственно JW-алгебре U.) Тогда следующие условия эквивалентны

(i) $L^\omega(U,\mu)\subset L^\omega(U,\nu)$,

(ii) $\dfrac{d\nu}{d\mu}\in L(U,\mu)$.

Из этой теоремы можно получить следующую связь между неассоциативными и некоммутативными алгебрами Аренса.

Теорема 3. Пусть μ и ν — точные нормальные полуконечные следы на чисто вещественной JW-алгебре A, μ_0 и ν_0 — их канонические продолжения на обертывающую W^*-алгебру U. Тогда $L^\omega(A,\mu)\subset L^\omega(A,\nu)$ в том и только в том случае, когда $L^\omega(U,\mu_0)\subset L^\omega(U,\nu_0)$.

Доказательство. Пусть $h=\dfrac{d\nu}{d\mu}$ и $h_0=\dfrac{d\nu_0}{d\mu_0}$ соответствующие производные Радона-Никодима (см. [6], [10]). Из определения ν_0 и μ_0 получаем следующие равенства

$$\mu_0(h_0(a+ib))=\nu_0(a+ib)=\nu(a)=\mu(ha)=\mu_0(ha+ihb),$$

где $a+ib\in U^+$, $a\in R_s$ и $b\in R_k$. Отсюда следует, что $h_0=h$. Условие $h\in L(A,\mu)$ влечет $h_0\in L(U,\mu_0)$, так как $h=h_0\in L(A,\mu)\subset L(U,\mu_0)$. Верно и обратное, т.е.

условие $h_0 \in L(U,\mu_0)$ влечет $h \in L(A,\mu)$, так как $h_0 = h \in S(A,\mu)$ и $L(A,\mu) = L(U,\mu_0) \cap S(A,\mu)$.

Итак, мы получили, что $h \in L(A,\mu)$ тогда и только тогда, когда $h_0 \in L(U,\mu_0)$. В силу теоремы 2 отсюда получаем $L^{\omega}(A,\mu) \subset L^{\omega}(A,\nu)$ тогда и только тогда, когда $L^{\omega}(U,\mu_0) \subset L^{\omega}(U,\nu_0)$.

Следствие. $L^{\omega}(A,\mu) = L^{\omega}(A,\nu)$ тогда и только тогда, когда $L^{\omega}(U,\mu_0) = L^{\omega}(U,\nu_0)$.

Для доказательства следующей теоремы нам понадобится вспомогательная лемма.

Лемма 1. Пусть τ — точный нормальный полуконечный след на алгебре фон Неймана U. Если центральный положительный элемент h принадлежит $L(U,\tau)$, то $he \in L_1(U,\tau)$ для любого центрального проектора e с $\tau(e) < \infty$.

Доказательство. Пусть $h \in L(U,\tau)$ и e центральный проектор, для которого $\tau(e) < \infty$. Тогда h представим в виде $h = hf + hf^{\perp}$ так, что $\tau(hf)^r < \infty$ и $\tau(hf^{\perp})^t < \infty$ для некоторых $1 < r \le t \le \infty$, где f центральный проектор из U. Из этих неравенств следует $\tau(hef)^r < \infty$ и $\tau(hef^{\perp})^t < \infty$. Отсюда, учитывая что $\tau(e) < \infty$, получаем $\tau(hef^{\perp})^r \le$ $\le \tau(hef^{\perp})^t < \infty$. Следовательно,

$$\tau(he) \le \tau(he)^r = \tau(hef + hef^{\perp})^r = \tau(hef)^r + \tau(hef^{\perp})^r < \infty$$

т.е. $he \in L_1(U,\tau)$.

Теорема 4. Пусть A — чисто вещественная JW-алгебра, τ — точный нормальный полуконечный след на A, τ_0 — каноническое продолжение следа с A на обертывающую W^* — алгебру U. Тогда

(i) $L^{\omega}(U,\tau_0) \subset L^{\omega}(U,\tau')$, где τ' произвольное продолжение следа τ_0 с A до точного нормального полуконечного следа на U.

(ii) Существует точный нормальный полуконечный след τ' на U, являющийся продолжением τ, для которого $L^{\omega}(U,\tau_0) \ne L^{\omega}(U,\tau')$.

Доказательство. Утверждение (i) следует из предложения 3 и теоремы 2. Для доказательства утверждения (ii) надо подобрать производную Радона-Никодима $1+ik$ из теоремы 1 так, чтобы $(1+ik)^{-1} \notin L(U,\tau')$. Для этого рассмотрим следующий пример.

Пусть F — фактор типа II_1 с каноническим следом φ. На $L^{\infty}[1,+\infty)$ рассмотрим интеграл Лебега

$$m(f) = \int_1^{\infty} f(\xi)\, d\xi \quad f \in L^{\infty}[1,+\infty).$$

Пусть $N = F \otimes L^{\infty}[1,+\infty)$ алгебра фон Неймана со следом $t = \varphi \otimes m$. Рассмотрим вещественную алгебру фон Неймана

$$R = \left\{ \left(a, a_0^{*}\right), a \in N,\ a_0 \in N_0 \right\},$$

изоморфную N. Тогда $U = U(R) = N \otimes N_0$, причем $Z_U = Z_N \otimes Z_N$, где $Z_N = L^{\infty}[1,+\infty)$. След на JW-алгебре $A = R_s$ имеет вид

$$\tau((a, a_0)) = t(a),\ a \in N_s.$$

При этом, если $a \in Z_N = L^{\infty}[1,+\infty)$, то очевидно

$$\tau\left(\left(a, a_0\right)\right) = t(a) = m(a) = \int_1^{\infty} a(\xi)\, d\xi.$$

Каноническое продолжение τ на U имеет вид

$$\tau_0\big((a,b)\big) = \frac{1}{2}\tau(a+b), \quad a,b \in N^+.$$

Произвольное продолжение τ с A на U имеет вид

$$\tau'\big((a,b)\big) = \tau_0((1-f)a),(1+f)b) = \frac{1}{2}\tau((1-f)a+(1+f)b),$$

где $-1 \le f \le 1$, $f \in Z_N$. Элементу k из теоремы 1 соответствует элемент $(if; -if) \in R_k$. Пусть $f(\xi) = 1-\xi^{-2}$, $\xi \in [1,\infty)$, т.е. $f \in L^\infty[1,+\infty) = Z_N$. Рассмотрим проектор $e = (1,0) \in Z_U$. Тогда

$$\tau'\left(\frac{d\tau_0}{d\tau'}e\right) = \tau_0(e) = \tau_0((1,0)) = \frac{1}{2}\tau(1) = \frac{1}{2}\varphi(1)\int_1^\infty 1\,d\xi = +\infty$$

$$\tau'(e) = \tau_0((1-f),0) = \frac{1}{2}\tau(1-f) = \frac{1}{2}\varphi(1)\int_1^\infty\left[1-\left(1-\xi^{-2}\right)\right]d\xi =$$

$$= \frac{1}{2}\int_1^\infty \xi^{-2}\,d\xi < +\infty.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{d\tau_0}{d\tau'}e \in L_1(U,\tau') \quad \text{и} \quad \tau(e) < \infty.$$

Тогда из леммы 1 получаем, что $\frac{d\tau_0}{d\tau'} \notin L(U,\tau')$, т.е. в силу теоремы 2 включение $L^\omega(U,\tau') \subset L^\omega(U;\tau_0)$ не выполняется.

ЛИТЕРАТУРА

1. А ю п о в Ш. А. Классификация и представление упорядоченных йордановых алгебр. Ташкент: Фан. 1968. 122 с.
2. A j u p o v Sh. A. Extension of trace and type criterious for Jordan algebras of self-adjoint operators. Math. Z. 181, 253—268 (1982).
3. А б д у л л а е в Р. З., Х и к м е т о в Б. Пространства, сопряженные к неассоциативным алгебрам Аренса // Деп. в ГФНТИ ГКНТ РУз, 11.02.98, №2685 — Уз 98.
4. А б у л л а е в Р. З. Пространство сопряженное к некоммутативным алгебрам Аренса//Узб. матем. журн. 1997. № 2. С. 3—7.
5. A j u p o v Sh. A. Traces on JW-algebras and enveloping W^* — algebras. Math. Z. 194, 15—23 (1987).
6. P e d e r s e n G., T a k a s a k i M. The Radon-Nikodym theorem for fon Neumann algebras. Acta Math. 1973. v. 130, № 1—2. P. 53—87.
7. Y e a d o n F. J. Non commutative L^p — spaces. Math. Proc. Camb. Phil. Soc., 1975. v. 77, p. 91—102.
8. А б д у л л а е в Р. З. Изоморфизмы некоммутативных алгебр Аренса. ДАН РУз. 1977. № 8. С. 8—10.
9. А б д у л л а е в Р. З. Неассоциативные пространства L_p // Изв. АН Уз ССР. Сер. физ.-мат. наук. 1983. № 6. С.3,5.
10. A j u p o v Sh. A., A b d u l l a e v R. Z. The Radon — Nikodym theorem for weights on semi-finite JBW — algebras. Math. Z., 1985. v. 188, p. 475—484.

Институт математики имени
В. И. Романовского АН РУз

Дата поступления
25.02.98

ARENS ALGEBRAS ON JORDAN OPERATOR ALGEBRAS AND INVOLVING VON NEUMANN ALGEBRAS

Sh.A.Ajupov, R.Z.Abdullaev

(Summary)

In this paper we study the connection between properties of Arens algebras on JW-algebras and Arens algebras on involving von Neumann algebras.