数 学 年 刊
8A (1) 1987

Orlicz 空间的 H 性质

陈述涛 王玉文
(哈尔滨师范大学) (哈尔滨科技大学)

提 要

本文给出 Orlicz 空间具有 H 性质和 H 严格凸的判别准则，推广 L^p 空间已有的结果.

Banach 空间 X 具有 H 性质是指 $x_n\in X(n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$，$x_n\xrightarrow{w}x_0$ 且 $\|x_n\|\to\|x_0\|$ 蕴涵 $\|x_n-x_0\|\to0$. 如果 X 具有 H 性质且是严格凸的，就说它是 H 严格凸的.

H 性质和 H 严格凸是 Banach 空间的重要几何概念，它们在逼近论和概率论等方面有重要应用. 一个著名的结果是空间 $L^p(p>1)$ 具有 H 性质，它的最初的直接证明视 $p>2$ 和 $p\leqslant2$ 而分别依赖于两个巧妙的不等式[2]. 本文将上述结果推广到 Orlicz 空间，证明方法是全新的(L^p 空间的证明技巧无法移植到 Orlicz 空间).

我们用 $M\in\Delta_2$ 表示 N 函数 $M(u)$ 对较大 u 满足 Δ_2 条件，$L^*_{(M)}(L^*_M)$ 是由 $M(u)$ 生成的，赋 Luxemburg(Orlicz) 范数的 Orlicz 空间，$u\in L^*_M$ 的模为

$$\rho_M(u)=\int_G M(u(t))dt.$$

其他无说明的记号见[3].

本文的主要结果是

定理 下述说法等价

(i) $M\in\Delta_2$ 且 $M(u)$ 严格凸，

(ii) $L^*_{(M)}$ 具有 H 性质，

(iii) L^*_M 具有 H 性质，

(iv) $L^*_{(M)}$ H 严格凸，

(v) L^*_M H 严格凸.

定理的证明依赖于下述诸引理.

引理 1[4] a) $L^*_{(M)}$ 严格凸的充要条件是 $M\in\Delta_2$ 且 $M(u)$ 严格凸，

b) L^*_M 严格凸当且仅当 $M(u)$ 严格凸.

引理 2[5] $L^*_{(M)}$ 局部一致凸的充要条件是 $M\in\Delta_2$ 且 $M(u)$ 严格凸.

引理 3 若 $M\notin\Delta_2$，则 $L^*_{(M)}$ 与 L^*_M 均无 H 性质.

证 由条件，可选序列 $\{u_k\}_{k=1}^\infty$ 及 G 的两两不交子集 $\{G_k\}_{k=1}^\infty$ 使得

$$M\left[\left(1+\frac{1}{k}\right)u_k\right]>2^kM(u_k),\quad 2^kM(u_k)\operatorname{mes}G_k=1, \tag{1}$$

本文1984年6月5日收到，1984年10月14日收到修改稿.

定义
$$x(t)=\sum_{k=1}^{\infty}u_k\chi_{G_k}(t),\quad x_n(t)=\sum_{k\neq n}u_k\chi_{G_k}(t)-u_n\chi_{G_n}(t),$$
这里 $\chi_{G_n}(t)$ 表示 G_n 的特征函数，则显然 $\|x\|_M=\|x_n\|_M$, $\|x\|_{(M)}=\|x_n\|_{(M)}$, $(n=1, 2, \cdots)$.

对任给 $f\in(L_M^*)^*$, 由[3], Ch. 2, 定理 5.6知, 存在 $v(t)\in L_N^*$ 使得
$$f(u)=\int_G u(t)v(t)dt\quad (u\in E_M),\tag{2}$$
这里 $N(v)$ 为 $M(u)$ 余 N 函数. 因对每个 $t\in G$,
$$x(t)-x_n(t)=2u_n\chi_{G_n}(t)\to 0\quad (n\to\infty).$$
由 Lebesgue 控制收敛定理, $f(x-x_n)\to 0$, 即 $x_n\xrightarrow{w}x$.

另一方面, 对任何正整数 n, 由(1)
$$1\geqslant\int_G M\left(\frac{\chi_{G_n}(t)}{\|\chi_{G_n}\|_{(M)}}\right)dt=M\left(\frac{1}{\|\chi_{G_n}\|_{(M)}}\right)\frac{1}{2^nM(u_n)}>M\left(\frac{1}{\|\chi_{G_n}\|_{(M)}}\right)\frac{1}{M[(1+1/n)u_n]}$$
故 $\|\chi_{G_n}\|_{(M)}>\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)u_n\right]^{-1}$, 从而
$$\|x-x_n\|_M\geqslant\|x-x_n\|_{(M)}=2u_n\|\chi_{G_n}\|_{(M)}>2\left(1+\frac{1}{n}\right)^{-1},$$
这说明 $L_{(M)}^*$ 与 L_M^* 都不具有 H 性质.

引理 4 对 G 的任何有界可测闭子集 E, 存在 E 的不交子集 E_n'、E_n'' 使得
$$E=E_n'\cup E_n'',\ \operatorname{mes}E_n'=\operatorname{mes}E_n''\quad (n=1, 2, \cdots)$$
且对 G 上任何可积函数 $v(t)$ 有
$$\lim_{n\to\infty}\int_G v(t)[\chi_{E_n'}(t)-\chi_{E_n''}(t)]dt=0.\tag{3}$$

证 任取 E 的一个可数稠集 $\{t_k\}_{k=1}^{\infty}$ 对每个自然数n, 记
$$U_{n,k}=\left\{t\in E: |t-t_k|<\frac{1}{n}\right\}\quad (k=1, 2, \cdots),$$
然后对每个 $k\geqslant 1$, 将 $U_{n,k}\setminus\bigcup_{j=1}^{k-1}U_{n,j}$ (这里 $\bigcup_{j=1}^{0}U_{n,j}=\emptyset$) 依测度等分为 $E_{n,k}'$、$E_{n,k}''$, 再令 $E_n'=\bigcup_{k=1}^{\infty}E_{n,k}'$, $E_n''=\bigcup_{k=1}^{\infty}E_{n,k}''$, 则 E_n' 与 E_n'' 不交, $E_n'\cup E_n''=E$ 且 $\operatorname{mes}E_n'=\operatorname{mes}E_n''$.

对 G 上任何可积函数 $v(t)$ 及 $\varepsilon>0$, 选 E 上连续函数 $g(t)$ 使得
$$\int_E|v(t)-g(t)|dt<\frac{\varepsilon}{2}.$$
因 $g(t)$ 在 E 上一致连续, 存在 $\delta>0$ 使得当 $t_1, t_2\in E$, $|t_1-t_2|<\delta$ 时,
$$|g(t_1)-g(t_2)|<\frac{\varepsilon}{2\operatorname{mes}E}.$$
令 $N=\left[\frac{2}{\delta}\right]$, 则当 $n>N$ 时对所有 $k\geqslant 1$ 和 $t_1, t_2\in E_{n,k}'\cup E_{n,k}''$ 有 $|t_1-t_2|<\frac{2}{n}<\delta$, 从而有
$$\left|\int_G v(t)[\chi_{E_n'}(t)-\chi_{E_n''}(t)]dt\right|$$
$$\leqslant\int_E|v(t)-g(t)|dt+\left|\int_{E_n'}g(t)dt-\int_{E_n''}g(t)dt\right|$$

$$<\frac{\varepsilon}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}\left|\int_{E'_{n_k}}g(t)dt-\int_{E''_{n_k}}g(t)dt\right|<\varepsilon,$$

即(3)成立.

引理 5　若 $M(u)$非严格凸,则 $L^*_{(M)}$ 与 L^*_M 都不具有 H 性质.

证　由假定,存在 $a, b, \varepsilon>0, a<b$ 使 $M(u)$在区间$[a-\varepsilon, b+\varepsilon]$上线性

$$M(u)=Au+B,\quad u\in[a-\varepsilon, b+\varepsilon], \tag{4}$$

选 G 的有界闭子集 E 使得 $0<\operatorname{mes}E<\operatorname{mes}G$ 且

$$M\left(\frac{a+b}{2}\right)\operatorname{mes}E\leqslant 1,\quad N(A)\operatorname{mes}E\leqslant 1,$$

对此 E, 取满足引理条件的 E'_n、E''_n 并令

$$c=M^{-1}\left[\frac{1}{\operatorname{mes}G\backslash E}\left(1-M\left(\frac{a+b}{2}\right)\operatorname{mes}E\right)\right] \tag{5}$$

$$u(t)=\frac{a+b}{2}\chi_E(t)+c\chi_{G\backslash E}(t),$$

$$u_n(t)=a\chi_{E'_n}(t)+b\chi_{E''_n}(t)+c\chi_{G\backslash E}(t)$$

则由(4), (5), $\rho_M(u_n)=\rho_M(u)=1$ 所以

$$\|u_n\|_{(M)}=\|u\|_{(M)}=1\quad(n=1, 2, \cdots).$$

对任给 $f\in(L^*_M)^*$, 选 $v(t)$满足(2). 因 $u, u_n\in E_M$, 由(3),

$$f(u-u_n)=\frac{b-a}{2}\int_G v(t)[\chi_{E'_n}(t)-\chi_{E''_n}(t)]dt\to 0,$$

即 $u_n\xrightarrow{w}u$. 再由 $\|u_n-u\|_{(M)}=\frac{b-a}{2}\|\chi_E\|_{(M)}>0$ 便知 $L^*_{(M)}$ 无 H 性质.

下面考虑 L^*_M. 取正数 k_0 和 $G\backslash E$ 的子集 F 满足

$$N(A)\operatorname{mes}E+N[p(k_0)]\operatorname{mes}F=1, \tag{6}$$

其中 $p(u)$为 $M(u)$的右导数. 定义

$$x(t)=\frac{1}{2k_0}(b+a)\chi_E(t)+\chi_F(t),$$

$$x_n(t)=\frac{a}{k_0}\chi_{E'_n}(t)+\frac{b}{k_0}\chi_{E''_n}(t)+\chi_F(t),$$

$n=1, 2, \cdots$. 因在$[a, b]$上 $p(u)\equiv A$, 由(6), $\rho_N(p(k_0x))=\rho_N(p(k_0x_n))=1$, 所以由[3], Ch. 2, 定理 2.1

$$\|x\|_M=\int_G x(t)p(k_0x(t))dt=\int_G x_n(t)p(k_0x_n(t))dt=\|x_n\|_M$$

$(n=1, 2, \cdots)$. 仿照 $L^*_{(M)}$ 情形,不难验证 $x_n\xrightarrow{w}x$. 再由

$$\|x_n-x\|_M=\frac{b-a}{2k_0}\|\chi_E\|_M>0,$$

即知 L^*_M 也无 H 性质.

引理 6[6]　若 $M\in\Delta_2$,则对任何 $L>0$ 和 $\varepsilon>0$, 存在 $\delta>0$ 使得 $\rho_M(u)\leqslant L$, $\rho_M(v)\leqslant\delta$ 蕴涵 $|\rho_M(u+v)-\rho_M(u)|<\varepsilon$.

引理 7　设 $M\in\Delta_2$, 则 $\rho_M(x_n)\longrightarrow\rho_M(x)$且 $x_n(t)\xrightarrow{\mu}x(t)$ 蕴涵$\|x_n-x\|_M\longrightarrow 0$.

证 设 L 为 $\{\rho_M(x_n)\}_{n=1}^{\infty}$ 的上确界. 对给定的 $\varepsilon>0$, 由引理6, 存在 $\delta'>0$ 使得当 $\rho_M(u)\leqslant L$, $\rho_M(v)\leqslant\delta'$ 时,

$$|\rho_M(u+v)-\rho_M(u)|<\frac{\varepsilon}{4}, \tag{7}$$

取正数 δ 使得 $G_0\subset G$, $\operatorname{mes} G_0<\delta$ 蕴涵

$$\int_{G_0} M[x(t)]dt\leqslant\min\left(\delta',\ \frac{\varepsilon}{4}\right).$$

因为 $x_n(t)\xrightarrow{\mu}x(t)$, 所以存在常数 N' 和 $E_n\subset G$ 使得 $\operatorname{mes} E_n<\delta$ 且

$$\int_{G\setminus E_n} M[x_n(t)-x(t)]dt<\min\left(\delta',\ \frac{\varepsilon}{4}\right)\quad(n>N'). \tag{8}$$

注意到 $\int_{E_n} M[x(t)]dt<\min\left(\delta',\ \frac{\varepsilon}{4}\right)$, 我们有

$$\int_{G\setminus E_n} M[x(t)]dt=\rho_M(x)-\int_{E_n} M[x(t)]dt>\rho_M(x)-\frac{\varepsilon}{4}, \tag{9}$$

联系(7)、(8)、(9), 当 $n>N'$ 时有

$$\begin{aligned}\int_{E_n} M[x_n(t)]dt&=\rho_M(x_n)-\int_{G\setminus E_n} M[x(t)+(x_n(t)-x(t))]dt\\&<\rho_M(x_n)-\int_{G\setminus E_n} M[x(t)]dt+\frac{\varepsilon}{4}<\rho_M(x_n)-\rho_M(x)+\frac{\varepsilon}{2}\end{aligned}$$

结合 $\rho_M(x_n)\to\rho_M(x)$, 知存在 $N>N'$ 使得当 $n>N$ 时成立

$$\int_{E_n} M[x_n(t)]dt<\frac{\varepsilon}{2}.$$

顾及 $\int_{E_n} M[x(t)]dt<\delta'$, 由(7)、(8), 当 $n>N$ 时,

$$\begin{aligned}\int_G M[x_n(t)-x(t)]dt&<\int_{G\setminus E_n} M[x_n(t)-x(t)]dt+\int_{E_n} M[x_n(t)]dt+\frac{\varepsilon}{4}\\&<\frac{\varepsilon}{4}+\frac{\varepsilon}{2}+\frac{\varepsilon}{4}=\varepsilon.\end{aligned}$$

再由 $M\in\Delta_2$, 便知 $\|x_n-x\|_M\to0$.

引理8 若 u_k, $u\in L_M^*$, $u_k\xrightarrow{w}u\neq\theta$, 则存在正常数 α, ε 使得当 k 充分大时成立

$$\operatorname{mes} G(|u_k(t)|\geqslant\alpha)>\varepsilon. \tag{10}$$

证 因 $u\neq\theta$, 我们可取 $\beta>0$ 使得 $\delta=\operatorname{mes} E>0$, 这里 $E=G(|u(t)|\geqslant\beta)$. 选正整数 n_0 使得 $2^{n_0}<\frac{2}{\delta}$. 如果引理不真, 则存在 $\{u_k\}$ 的子列 $\{u_{k_n}\}$ 满足

$$\operatorname{mes} G\left(|u_{k_n}(t)|\geqslant\frac{\beta}{2}\right)<\frac{1}{2^{n_0+n}}\quad(n=1,\ 2,\ \cdots).$$

记 $F=\bigcup_{n=1}^{\infty}G\left(|u_{k_n}(t)|\geqslant\frac{\beta}{2}\right)$, 则 $\operatorname{mes} F<\frac{1}{2^{n_0}}<\frac{\delta}{2}$ 且对所有 $t\in G\setminus F$ 成立

$$|u_{k_n}(t)|<\frac{\beta}{2}\quad(n=1,\ 2,\ \cdots).$$

今命 $v(t)=\chi_{E\setminus F}(t)\operatorname{sgn}u(t)$, 则 $v\in(L_M^*)^*$ 且

$$\left|\int_G[u(t)-u_{k_n}(t)]v(t)dt\right|\geqslant\beta\operatorname{mes} E\setminus F-\frac{\beta}{2}\operatorname{mes} E\setminus F>\frac{\beta}{2}\,\frac{\delta}{2}>0$$

$(n=1, 2, \cdots)$. 这与条件 $u_k \xrightarrow{w} u$ 矛盾.

引理 9　在引理 8 的假定下, 若

$$\|u_n\|_M=\frac{1}{k_n}[1+\rho_M(k_n u_n)] \quad (n=1, 2, \cdots),$$

则集合 $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ 有界.

证　因 $u_n \xrightarrow{w} u$, 所以集合 $\{\|u_n\|_M\}_{n=1}^{\infty}$ 有界. 如果引理不真, 则有 $\{k_n\}$ 的子列 $\{k_{n_i}\}_{i=1}^{\infty}$ 趋于无穷. 取 α, $\varepsilon>0$ 满足(10), 顾及 $\lim\limits_{u\to\infty}\dfrac{M(u)}{u}=\infty$, 便得到矛盾:

$$\|u_{n_i}\|_M \geqslant \frac{1}{k_{n_i}}\int_{G(|u_{n_i}(t)|>\alpha)} M[k_{n_i}u_{n_i}(t)]\,dt \geqslant \frac{\varepsilon}{k_{n_i}} M(k_{n_i}\alpha)\to\infty \quad (i\to\infty).$$

引理 10　假定 $M(u)$ 严格凸, 则对任何 $[a, b]\subset(0, 1)$ 和 L, $\sigma>0$, 存在 $\delta>0$ 使得 $\alpha\in[a, b]$, $|u|\leqslant L$, $|v|\leqslant L$ 且 $|u-v|\geqslant\sigma$ 蕴涵

$$M[\alpha u+(1-\alpha)v]\leqslant(1-\delta)[\alpha M(u)+(1-\alpha)M(v)]. \tag{11}$$

证　由 $M(u)$ 的连续性即得.

引理 11　设 $M(u)$ 严格凸,

$$1=\|u_n\|_M=\frac{1}{k_n}[1+\rho_M(k_n u_n)] \quad (n=0, 1, 2, \cdots), \tag{12}$$

且 $\{k_n\}_{n=0}^{\infty}$ 有界, 则 $\|u_n+u_0\|_M\to 2$ 蕴涵 $k_n u_n(t) \xrightarrow{\mu} k_0 u_0(t)$.

证　用反证法. 不妨假定存在 $\sigma_0>0$, $\varepsilon_0>0$ 使得对一切 $n\geqslant 1$ 有

$$\operatorname{mes} G(|k_n u_n(t)-k_0 u_0(t)|\geqslant\sigma_0)\geqslant\varepsilon_0. \tag{13}$$

设 d 为 $\{k_n-1\}_{n=0}^{\infty}$ 的上确界. 记 $L=M^{-1}\left(\dfrac{3d}{\varepsilon_0}\right)$, 则由(12)

$$d\geqslant\int_{G(|k_n u_n(t)|>L)} M[k_n u_n(t)]dt\geqslant\frac{3d}{\varepsilon_0}\operatorname{mes} G(|k_n u_n(t)|>L),$$

从而

$$\operatorname{mes} G(|k_n u_n(t)|>L)<\frac{\varepsilon_0}{3} \quad (n=0, 1, 2, \cdots). \tag{14}$$

记

$$G_n=G(|k_n u_n(t)|\leqslant L,\ |k_0 u_0(t)|\leqslant L,\ |k_n u_n(t)-k_0 u_0(t)|\geqslant\sigma_0),$$

则由(13)、(14), $\operatorname{mes} G_n>\dfrac{\varepsilon_0}{3}$ 且由(12), 有

$$1<k_n=1+\rho_M(k_n u_n)\leqslant 1+d.$$

因而

$$0<\frac{k_0}{k_0+d+1}\leqslant\frac{k_0}{k_0+k_n}<\frac{k_0}{k_0+1}<1,\ 0<\frac{1}{k_0+1}<\frac{k_n}{k_0+k_n}\leqslant\frac{d+1}{k_0+d+1}<1$$

$(n=0, 1, 2, \cdots)$. 再记

$$a=\min\left(\frac{k_0}{k_0+d+1}, \frac{1}{k_0+1}\right),$$

$$b=\max\left(\frac{k_0}{k_0+1}, \frac{d+1}{k_0+d+1}\right),$$

则 $[a, b]\subset(0, 1)$. 据引理 10, 存在 $\delta>0$ 使得(11)式对一切 $\alpha\in[a, b]$ 和 u, v, $|u|\leqslant L$, $|v|\leqslant L$, $|u-v|\geqslant\sigma_0$ 成立. 于是由[3], Ch. 2, 定理 2.2 得

$$\begin{aligned}
\|u_n+u_0\|_M &\leqslant \frac{k_0+k_n}{k_0k_n}\left[1+\rho_M\left(\frac{k_0k_n}{k_0+k_n}(u_n+u_0)\right)\right] \\
&\leqslant \frac{k_0+k_n}{k_0k_n}\left\{1+(1-\delta)\int_{G_n}\left[\frac{k_0}{k_0+k_n}M(k_nu_n(t))+\frac{k_n}{k_0+k_n}M(k_0u_0(t))\right]dt\right. \\
&\quad \left.+\int_{G\setminus G_n}\left[\frac{k_0}{k_0+k_n}M(k_nu_n(t))+\frac{k_n}{k_0+k_n}M(k_0u_0(t))\right]dt\right\} \\
&=2-\delta\int_{G_n}\left[\frac{1}{k_n}M(k_nu_n(t))+\frac{1}{k_0}M(k_0u_0(t))\right]dt \\
&\leqslant 2-\frac{2\delta}{1+d}\int_{G_n}M\left[\frac{k_nu_n(t)-k_0u_0(t)}{2}\right]dt \\
&<2-\frac{2\delta}{1+d}M\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)\frac{\varepsilon_0}{3}<2.
\end{aligned}$$

这与条件 $\|u_n+u_0\|_M\to 2$ 矛盾.

本文定理的证明. 由引理 2, (i)⇒(iv)⇒(ii). 再由引理 3.3, (ii)⇒(i)且(v)⇒(iii)⇒(i). 最后证明 (i)⇒(v). 但由引理 1, 这等价于验证(i)⇒(iii). 设 $u_n\xrightarrow{w}u_0$ 且 $\|u_n\|_M\to\|u_0\|_M$, 须证 $\|u_n-u_0\|_M\to 0$. 不失一般性, 可设 $\|u_n\|_M=1(n=0,1,2,\cdots)$. 据[3], Ch. 2, 定理 2.3, 对每个 $n=0,1,2,\cdots$, 可选得 $k_n>1$ 满足(12)式. 由引理 9, $\{k_n\}_{n=0}^{\infty}$ 有界. 又 $\|u_n\|_M=\|u_0\|_M=1$ 且 $u_n\xrightarrow{w}u_0$蕴涵 $\|u_n+u_0\|_M\to 2$, 所以由引理 11 知

$$k_nu_n(t)\xrightarrow{\mu}k_0u_0(t)$$

如果我们能够说明 $k_n\to k_0$, 那么据(12), $\rho_M(k_nu_n)\to\rho_M(k_0u_0)$. 于是由引理 7,

$$\|k_nu_n-k_0u_0\|_M\to 0,$$

从而定理的证明便告完成.

对任给 $\varepsilon>0$, 取 $v\in E_N$ 使得 $\rho_N(v)\leqslant 1$ 且

$$\int_G u_0(t)v(t)dt>1-\varepsilon. \tag{15}$$

因 $u_n\xrightarrow{w}u_0$, 所以当 n 充分大时 $\int_G u_n(t)v(t)dt>1-\varepsilon$. 注意到 v 具有绝对连续范数, 可选到 $\delta>0$ 使得 $E\subset G$, mes $E<\delta$ 蕴涵

$$\int_E|u_0(t)v(t)|dt\leqslant\|v\chi_E\|_{(N)}<\varepsilon, \tag{16}$$

又由 $k_nu_n(t)\xrightarrow{\mu}k_0u_0(t)$, 知有 $E_n\subset G$ 且 mes $E_n<\delta$ 使得当 n 充分大时有

$$|k_nu_n(t)-k_0u_0(t)|<\frac{\varepsilon}{\|\chi_G\|_M}\quad(t\in G\setminus E_n)$$

因此, 当 n 充分大时,

$$\begin{aligned}
1-\varepsilon&<\int_G u_n(t)v(t)dt<\int_{G\setminus E_n}\frac{k_0}{k_n}u_0(t)v(t)dt+\varepsilon+\|u_n\|_M\|v\chi_{E_n}\|_{(N)} \\
&\leqslant\frac{k_0}{k_n}\|u_0\|_M+2\varepsilon=\frac{k_0}{k_n}+2\varepsilon.
\end{aligned}$$

这说明
$$\varliminf_{n\to\infty}\frac{k_0}{k_n}\geqslant 1.$$

另一方面, 由(15)、(16), 当 n 充分大时,

$$1 \geqslant \int_G |u_n(t)v(t)|dt \geqslant \int_{G\setminus E_n} \frac{k_0}{k_n} |u_0(t)v(t)|dt - \varepsilon \geqslant \frac{k_0}{k_n}(1-2\varepsilon) - \varepsilon,$$

故 $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}} \dfrac{k_0}{k_n} \leqslant 1$. 定理获证.

参 考 文 献

[1] Diestol, J., Geometry of Banach Spaces-Selected Topics, Springer-Verlag, Berlin, 1975.
[2] Riesz F. and Nagy B.Sz., Lecons D'analyse Fonctionelle, Budapest, 1955.
[3] 吴从炘、王廷辅，奥尔里奇空间及其应用，黑龙江科技出版社，1983.
[4] 吴从炘、赵善中、陈俊澳，哈尔滨工业大学学报，3(1978), 1—12.
[5] 陈述涛、王玉文，数学杂志，**5A**: 1(1985), 9—14.
[6] 陈述涛，数学年刊，**6A**: 5(1985), 619—624.