АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ имени В. И. РОМАНОВСКОГО

На правах рукописи

КОДИРОВ КОМИЛЖОН РАХИМОВИЧ

СУБАДДИТИВНЫЕ МЕРЫ НА ЙОРДАНОВЫХ БАНАХОВЫХ АЛГЕБРАХ

01.01.01 — математический анализ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Ташкент — 1997

Работа выполнена в отделе алгебры и анализа Института математики имени В. И. Романовского АН Республики Узбекистан.

Научный руководитель: академик АН Республики Узбекистан, доктор физико математических наук, профессор **Ш. А. Аюпов.**

Официальные оппоненты: член корр. АН РУ, доктор физ.-мат. наук, профессор **Дж. Х. Хаджиев,** кандидат физико-математических наук, доцент **Ф. М. Закиров**

Ведущая организация — Самаркандский Государственный Университет

Защита диссертации состоится « 11 » июня 1997 г. в 14 часов на заседании Объединенного Специализированного Совета Д.015.17.01 в Институте математики имени В. И. Романовского АН Республики Узбекистан по адресу: 700143, г. Ташкент-143, ул. Ф. Ходжаева, 29.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института математики имени В. И. Романовского АН Республики Узбекистан.

Автореферат разослан « 8 » мая 1997 г.

Ученый секретарь
Специализированного Совета
доктор физико-математических наук **Ш. А. ХАШИМОВ.**

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.

Актуальность темы. Теория операторных алгебр и теория меры на этих алгебрах являются актуальными областями математики. Теория интегрирования относительно меры в алгебрах операторов возникла в связи с задачами математического обоснования квантовой механики; в настоящее время интенсивно развивается теория субаддитивных мер в алгебрах операторов в гильбертовом пространстве.

Субаддитивные меры на булевых алгебрах и логиках были рассмотрены в работе Сарымсакова Т.А. и Исламова Т.А. (О существовании внешней меры на алгебрах Буля и некоторые вопросы сходимости в топологических полуполях. ДАН УзССР, 1974, №4. с.3-5.), где субаддитивные меры были названы соответственно внешними мерами и внешними изучались вопросы существования внешных мер и топологическая структура логик. Теория субаддитивных мер на операторных алгебрах начала развиваться в работе Сейча (Ciach L.J., Subadditive measures on projections of a von Neumann algebra. 1990, Warszawa, 68p.)

Сейчом были рассмотрены субаддитивные меры на проекторах алгебры фон Неймана и построена их теория аналогично исследованиям Сигала для мер на проекторах алгебры фон Неймана..

Сейч построил алгебру измеримых операторов относительно субаддитивной меры и изучил сходимость по мере с помощью субаддитивной меры на алгебрах фон Неймана. На множестве m-измеримых операторов он ввел топологию сходимости по мере и доказал, что множество m - измеримых операторов относительно топологии сходимости по мере является топологической *-алгеброй. Были изучены различные топологии, связанные с субаддитивной мерой, развита теория L_p-пространств. Кроме того, Сейч определил понятия s-чисел проекторов и изучил их свойства, рассмотрел различные сходимости, связанные с s-числами и связи между ними и топологией сходимости по мере.

Алгебраический подход к квантовой механике был предложен в работе Мюррея и фон Неймана (Murray F., von Neumann J., On rings of operators, I, Ann. of Math. 1936, Vol. 37, p. 116-229.) В этом подходе основной объект - W^* - алгебры - это слабо замкнутые комплексные $*$-алгебры ограниченных операторов с единицей в гильбертовом пространстве, получившие также название алгебр фон Неймана. В этом случае наблюдаемым соответствуют самосопряженные операторы, а состояниям - положительные функционалы на алгебре фон Неймана, принимающие значение 1 на единичном операторе. Обычное ассоциативное произведение ab двух самосопряженных операторов a и b не является, вообще говоря, самосопряженным оператором. Этому произведению, в отличие от Йорданова произведения $a\circ b=\frac{1}{2}(ab+ba)$, трудно придать какой - либо физический смысл (Эмх Ж. Алгебраические методы статистической механики и квантовой теории поля. М.: "Мир", 1976, 424с.). Как числовые характеристики наблюдаемых, существенное место занимают меры на проекторах (Segal.I. A non commutative extension of abstract integration. Ann. of Math., 1953, Vol.57, p.401-457.), продолжения которых на всю алгебру являются, вообще говоря, состояниями. Хорошо развита теория интегрирования в случае, когда продолжение меры является следовым состоянием.

В 1953 году в вышеуказанной работе Сигала были заложены основы некоммутативного интегрирования. Он рассмотрел алгебру неограниченных операторов, присоединенных к алгебре фон Неймана, являющуюся некоммутативным аналогом пространства измеримых функций на пространстве с мерой.

Нельсон (Nelson E., Note on non commutative integration theory. J. Func. Anal. 1974, vol. 15, p.103-116.) построил алгебру измеримых операторов как пополнение алгебры фон Неймана в топологии сходимости по мере и развил теорию интегрирования.

Развитие теории алгебр фон Неймана и некоммутативного интегрирования дало толчок исследованиям по теории вероятностей на алгебрах фон Неймана.

В работе (Сарымсаков Т.А., Аюпов Ш.А., Хаджиев Дж., Чилин В.И. Упорядоченные алгебры. Ташкент, "Фан", 1983, 304с.) было доказано, в частности, что * - алгебра всех измеримых операторов относительно алгебры фон Неймана, действующей в гильбертовом пространстве H, является O^* - алгеброй.

Ш.А.Аюповым было введено понятие упорядоченной йордановой алгебры (OJ - алгебры) и понятие измеримого элемента для JBW-алгебр (Топологические частично упорядоченные йордановы алгебры. УМН, 1980, т.35, вып.3 (213), с. 138-140.). Были изучены йордановы банаховы алгебры с конечным следом и была определена топология сходимости по мере относительно следа на JBW - алгебрах.

Ш.А.Аюпов доказал, что алгебра измеримых элементов для JBW - алгебр со следом является OJ - алгеброй (Интегрирование на йордановых алгебрах. Известия АН СССР, серия математическая, 1983, т.47, №1, с. 3-25.). Кроме того, задача о продолжении меры на идемпотентах JBW - алгебр до положительного нормального функционала и строение конечно-аддитивных мер на JBW - алгебрах исследованы на основе метода, разработанного Ш.А.Аюповым.

В связи с этим возникает вопрос о возможности получения аналогичных результатов для субаддитивных мер на JBW - алгебрах и дальнейшем развитии работы Сейча.

В работах, посвященных мерам на проекторах алгебры фон Неймана и на идемпотентах йордановых банаховых алгебрах используется один важный факт, что продолжение произвольной унитарно инвариантной меры на проекторах на всей алгебре является следом и любое состояние выражается через след с помощью оператора плотности.

Аналогичный результат для субаддитивных мер не имеет места и на алгебре фон Неймана, и в йордановых банаховых алгебрах. Поэтому приходится искать связи между субаддитивной мерой и обычной мерой, которые дают возможность для продолжения субаддитивной меры до некоторого унитарно инвариантного полуаддитивного функционала.

В работе Банса и Хамхальтера (Bunce L.J., Hamhalter J., Traces and subadditive measures on projections in *JBW* - algebras and von Neumann algebras. Proc. Amer. Math. Soc. 123 (1995), N1, 157-160) эта проблема была решена для полуаддитивных мер с условием аддитивности на ортогональных проекторах. Было доказано, что продолжение таких субаддитивных мер на идемпотентов на всю алгебру является следом.

Цель работы - продолжить исследования Сейча для алгебр фон Неймана и доказать, что * - алгебра всех измеримых операторов относительно субаддитивной меры на алгебре фон Неймана является O^*- алгеброй;

- изучить субаддитивные меры на *JBW* - алгебрах, определить множество измеримых элементов относительно субаддитивных мер и доказать, что это множество является *OJ* - алгеброй.

Общая методика исследования.

При решении этих задач нельзя применять технику, хорошо развитую для алгебр фон Неймана. Это обусловлено тем, что в йордановых алгебрах произведение элементов неассоциативно и нет операции инволюции.

При построении теории субаддитивных мер и в доказательстве некоторых теорем важную роль играет порядок, и поэтому наши исследования основаны на модификации алгебраического подхода к классической и некоммутативной теории меры на основе понятий полуполя и O^* - алгебры, предложенного Т.А.Сарымсаковым из вышеуказанных статей.

Научная новизна. Все результаты диссертации являются новыми. В работе получены следующие основные результаты:

доказано, что в непрерывном измеримом пространстве с мерой μ любая субаддитивная мера m имеет вид: $m(A)=\gamma(\mu(A))$, для некоторой полуаддитивной функции γ на числовой полуоси R^+.

Доказано, что любой положительный полуаддитивный функционал l на JBW - алгебре со свойством $l(U_s a) = l(a)$ на множестве идемпотентов является субаддитивной мерой и обратно, в конечных JBW-алгебрах любая субаддитивная мера на идемпотентах продолжается на всю алгебру до полуаддитивного унитарно инвариантного функционала.

Доказано, что Φ - алгебра измеримых операторов относительно субаддитивной меры на алгебре фон Неймана является O^*-алгеброй.

Доказано, что из топологии сходимости по мере m не следует сходимость по мере τ и приведен пример алгебры типа I_∞, в которой существуют элементы не измеримые по следу, но измеримые по субаддитивной мере.

Доказано, что множество m - измеримых самосопряженных операторов является топологической йордановой алгеброй, а в случае конечных алгебр универсальной OJ-алгеброй.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты и методы диссертации могут быть использованы при исследовании операторных алгебр и при решении ряда задач квантовой статистической механики.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на городском семинаре по функциональному анализу в ТашГУ (1996-1997гг.), на семинаре "Операторные алгебры и их приложения" в Институте математики им.В.И.Романовского АН РУ. (1995-1997гг.), на Республиканской научной конференции молодых ученых в Намангане (1994 г.), на ежегодных конференциях молодых ученых Института математики АН РУ (1994 - 1996гг.), на II Республиканской научной конференции молодых ученых, посвященной 660-й годовщине Амира Темура (Ташкент, 1996г.), на Республиканской научной конференции по теории вероятностей и математической статистики, посвященной памяти С.Х.Сиражиддинова (Фергана,1995г.) и на Международной научной конференции в Самарканде (1996 г.).

Публикации.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1-6]. Результаты работы [3] получены независимо автором и А.К.Каримовым, и опубликованы совместно. В работах [2], [6] идея доказательств принадлежит М.А.Бердикулову, диссертантом получена ее реализация.

Структура и обьем работы.

Диссертация состоит из введения и восьми параграфов, и списка литературы из 48 наименований. Общий объем работы - 77 страниц машинописного текста.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ.

Во введении обосновывается тема исследования, формулируются цели задачи диссертационной работы и проводится обзор ее содержания.

В первом параграфе приведены необходимые сведения из теории алгебр фон Неймана, теории йордановых банаховых алгебр (JB и JBW - алгебр), теории упорядоченных йордановых алгебр (OJ - алгебр), и теории субаддитивных мер.

Во втором параграфе расмотрены примеры субаддитивных мер в пространстве с мерой и доказано, что если μ непрерывная мера, то любая субаддитивная мера m, имеет вид: $m(A)=\gamma(\mu(A))$, для некоторой полуаддитивной функции γ на числовой полуоси R^{+}.

Третий параграф посвящен изучению субаддитивных мер на идемпотентах йордановых банаховых алгебр. Известно, что продолжение меры с идемпотентов на всю алгебру является следом.

Аналогичный факт для субаддитивных мер не имеет места на алгебрах фон Неймана и в йордановых банаховых алгебрах. Доказано, что любой положительный полуаддитивный функционал l на JBW - алгебре со свойством $l(U_s a) = l(a)$ на множестве идемпотентов является субаддитивной мерой и обратно, в конечных JBW-алгебрах любая субаддитивная мера на идемпотентах продолжается на всю алгебру до полуаддитивного унитарно инвариантного функционала.

В четвёртом параграфе доказано, что $*$-алгебра всех измеримых операторов относительно субаддитивной меры m, определенной на алгебре фон Неймана M, является O^{*}- алгеброй.

Пусть M - алгебра фон Неймана, ∇ - логика проекторов M, m - субаддитивная мера на M.

Пусть L_m - $*$-алгебра всех m-измеримых операторов относительно алгебры фон Неймана M, действующей в гильбертовом пространстве.

Рассмотрим множество вида:

$$N_{\varepsilon,\delta}(m) = N_{\varepsilon,\delta} = \{a\in L_m,\ \exists p\in\nabla,\ pa\in M,\ \|pa\|\leq\varepsilon,\ m(p^{\perp})\leq\delta\}, \text{для } \varepsilon,\delta>0$$

Определение 1.7. Топологией сходимости по мере m на L_m назовем топологию, в которой базис окрестностей нуля образуют множества вида: $\{N_{\varepsilon,\delta}\}$

Доказаны следующие результаты.

Теорема 4.2. $*$ - алгебра L_m является O^*-алгеброй. Множество ограниченных элементов в L_m совпадает с $\mathbf{M}$.

Следствие 4.3. Йорданова алгебра $E=(L_m)_{sa}$ является топологической OJ - алгеброй, в топологии сходимости по мере. Множество ограниченных элементов E совпадает с JW-алгеброй $\mathbf{M}_{sa}$.

Теперь рассмотрим связь между топологией сходимости по мере, определенной по следу, и топологией сходимости по мере, определенной по субаддитивной мере в L_m.

Пусть $\mathbf{M}$ алгебра фон Неймана типа I_∞, τ-полуконечный след на $\mathbf{A}$, m - субаддитивная мера на $\mathbf{M}$. Тогда из топологии сходимости по мере m не следует сходимость по мере τ (Теорема 4.5).
В конце параграфа приведен пример алгебры типа I_∞, в которой существуют элементы не измеримые по следу, но измеримые по субаддитивной мере.

В пятом параграфе доказано, что топология сходимости по мере m в $(L_m)_{sa}$ совпадает с (o) - топологией, и топология сходимости по мере m в L_m является R - топологией.

Доказаны следующие теоремы.

Теорема 5.3. Топология сходимости по мере в L_m индуцирует в $(L_m)_{sa}$ (o)-топологию

Теорема 5.5. Топология сходимости по мере m на O^*-алгебре L_m является R-топологией.

§6 посвящен исследованиям субаддитивных мер на JBW - алгебрах и определению топологии сходимости по мере относительно субаддитивной меры.

Пусть $\mathbf{A}$ - JBW - алгебра, m - субаддитивная мере на $\mathbf{A}$. Рассмотрим множество вида:

$$N(\varepsilon,\delta)=\{a\in\mathbf{A} \mid \exists\, p\in\nabla,\ \|U_p a\|\leqslant\varepsilon,\ m(p^{\perp})\leqslant\delta,\ \},\ \text{для } \varepsilon,\delta>0$$

Т е о р е м а 6.1. Множество $N(\varepsilon,\delta)$ обладает следующими свойствами:

I) $N(\varepsilon_1,\delta_1)+N(\varepsilon_2,\delta_2)\subset N(\varepsilon_1+\varepsilon_2,\delta_1+\delta_2)$;

2) $\lambda N(\varepsilon,\delta)\subset N(|\lambda|\varepsilon,\delta)$, $\lambda\in R$;

3) $(-\lambda,\lambda)x\subset N(\lambda\|x\|\varepsilon,\delta)$, где $\lambda\in R$, $\lambda\geqslant 0$, для любого $\delta\geqslant 0$;

4) $N^2(\varepsilon,\delta)\subset N(\varepsilon^2,2\delta)$, где $N^2(\varepsilon,\delta)=\{a^2,\ a\in N(\varepsilon,\delta)\}$;

5) $x\, N(\varepsilon,\delta)\subset N(\|x\|\varepsilon,3\delta)$;

6) если $\varepsilon<1$, то $N(\varepsilon,\delta)\cap\nabla=\{e\in\nabla, m(e)\leqslant\delta\}$;

7) $\bigcap_{\varepsilon,\delta>0}N(\varepsilon,\delta)=\{0\}$;

8) если $0\leqslant y\leqslant x\in N(\varepsilon,\delta)$, то $y\in N(\varepsilon,\delta)$, т.е. все множества $N(\varepsilon,\delta)$ заполнены.

О п р е д е л е н и е 6.2. Топологией сходимости по мере m на JBW-алгебре $\mathbf{A}$ назовем топологию, в которой базис окрестностей нуля образуют множества $\{N(\varepsilon,\delta)\}_{\varepsilon,\delta>0}$.

Обозначим топологию сходимости по мере через t. Пополнение $\mathbf{A}$ по t обозначим через $\hat{\mathbf{A}}$. Тогда $(\hat{\mathbf{A}},t)$- топологическое пространство. Из теоремы 6.1 вытекает, что алгебра $\hat{\mathbf{A}}$ относительно топологии t сходимости по мере m является отделимой топологической йордановой алгеброй, т.е. операции сложения и умножения элементов непрерывны по совокупности переменных (Следствие 6.3).

По аналогии со случаем следа ; $\hat{\mathbf{A}}$ назовем алгеброй измеримых элементов относительно субаддитивной меры m.

В седьмом параграфе определяется множество измеримых элементов для JW - алгебр с использованием иного подхода, чем в §6.

Пусть A - JW- алгебра, ∇ - множество проекторов в A, m - субаддитивная мера на A.

Определение 7.1. Самосопряженный оператор a называется *присоединенным* к A (обозначается $a\eta A$), если все его спектральные проекторы принадлежат A.

Область определения $D(a)$ оператора $a\eta A$ называется m-*плотной* в H, если для любого $\varepsilon>0$, существует проектор $p\in\nabla$ такой, что $p(H)\subset D(a)$ и $m(p^{\perp})\leqslant\varepsilon$.

Самосопряженный оператор a называется m - *измеримым*, если

(i) $a\eta A$;

(ii) Область определения $D(a)$ оператора a m-плотна;

Множество m-измеримых операторов обозначим через L_m. Мы можем теперь определить топологию в L_m, согласованную с алгебраической структурой в L_m.

Определение 7.6 Топологией сходимости по мере m на L_m назовем топологию, в которой базис окрестностей нуля образуют множества следующего вида: $\varepsilon,\delta>0$

$$M_{\varepsilon,\delta}(m)=M_{\varepsilon,\delta}=\{a\in L_m,\ \exists p\in\nabla,\ U_p a\in A,\ \|U_p a\|\leqslant\varepsilon,\ m(p)\leqslant\delta\}$$

Оказывается, если a и b m-измеримые операторы, тогда замыкания $a+b$ и $a\circ b$ - m- измеримы (Теорема 7.3 и 7.4).

Определение 7.7. Будем говорить, что последовательность m- измеримых самосопряженных операторов $\{a_n\}$ *сходится по мере* m к оператору $a\in L_m$, если $\{a_n\}$ сходится к a в топологии на L_m с базисом окрестностей нуля $M_{\varepsilon,\delta}$ (обозначается: $a_n \xrightarrow{m} a$.).

Доказано, что все операции непрерывны относительно этой топологии (теорема 7.5)

Теорема 7.8. Множество m - измеримых самосопряженных операторов L_m является топологической Йордановой алгеброй.

Теперь рассмотрим связь между множеством m - измеримых операторов L_m и топологической йордановой алгеброй $\hat{A}$, определенной в §6, в случае, когда **A** - *JW*- алгебра.

Т е о р е м а 7.9. Если **A** - *JW* - алгебра, то топологическая йорданова алгебра $\hat{A}$ совпадает с множеством m - измеримых операторов L_m.

В восьмом параграфе доказано, что алгебра измеримых элементов является *OJ* - алгеброй

Пусть **A** - конечная *JBW* - алгебра, τ-точный нормальный конечный след на **A**, m - конечная субаддитивная мера на **A**.

Теорема 8.2. Если последовательность элементов $\{x_n\} \subset A$ t-сходится к нулю и ограничена по норме ($\|x_n\| \leqslant 1$, $n=1,2,\ldots$), то она $*$-слабо сходится к нулю в **A**.

Т е о р е м а 8.3. Единичный шар в *JBW* - алгебре **A** полон в равномерности, порожденной топологией t.

Теорема 8.5. Алгебра $\hat{A}$ является универсальной *OJ* - алгеброй, совокупность ограниченных элементов которой совпадает с **A**.

Автор выражает глубокую признательность своему научному руководителю Шавкату Абдуллаевичу Аюпову за постановку задачи, постоянное внимание и помощь при работе над диссертацией.

Пользуясь случаем, выражаю искренную благодарность к.ф.-м.н. М.А.Бердикулову за полезные обсуждения при написании этой работы.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах

1. **К о д и р о в К.Р.**, *OJ*-алгебра измеримых элементов относительно субаддитивной меры на *JBW* - алгебрах. Тезисы докл. Респ. науч.конф. "Новые теоремы молодых математиков-94" г.Наманган. с.41.

2. **Б е р д и к у л о в М.А., К о д и р о в К.Р.** Свойства топологии

сходимости по мере относительно субаддитивной меры / Тезисы докл.Респ. науч.конф. по теор.вероят. и мат.стат. Фергана-95, с.24.

3.**К а р и м о в А.К., К о д и р о в К.Р.**, Йордановы алгебры измеримых элементов относительно субаддитивной меры. Деп. ГФНТИ ГКНТ РУ. 2503-96. I7с.

4.**К о д и р о в К.Р.** O^*-алгебра измеримых элементов относительно субаддитивной меры. Узб.мат.журн., 1996, №3, с.53-61.

5.**К о д и р о в К.Р.**, m- измеримых операторы на *JW* - алгебрах Тезисы докл.Респ.науч.конф. ТашГУ Ташкент-96, с.75.

6.**Б е р д и к у л о в М.А., К о д и р о в К.Р.**, *OJ* - алгебры измеримых элементов относительно субаддитивной меры. Доклады АН РУ. 1997, №1, с.6-9.

К Ход

Йордан банах алгебраларида субаддитив ўлчовлар.

Ушбу диссертацияда классик ўлчовли фазоларда субаддитив ўлчовнинг оддий ўлчов билан, чекли фон Нейман ва Йордан Банах алгебраларида из билан боғланишлари ўрганилган. Ушбу боғланиш ёрдамида, Йордан Банах алгебрасининг идемпотентларида берилган субаддитив ўлчовни яримаддитив унитар инвариант функционалга давом эттириш масаласи ҳал қилинган.

Шунингдек фон Нейман алгебрасидаги субаддитив ўлчовга нисбатан қурилган ўлчовли операторлар алгебраси ва ундаги ўлчов бўйича яқинлашиш топологияси ўрганилган. Ўлчовли операторлар алгебраси O^* - алгебра эканлиги исботланган. Ярим чекли коммутатив фон Нейман алгебраларида субаддитив ўлчов бўйича ўлчанувчанлик из бўйича ўлчанувчанлик билан бир хил эмаслиги, субаддитив ўлчов бўйича яқинлашиш из бўйича яқинлашишдан фарқланиши кўрсатилган.

Ўлчовли операторлар алгебрасида субаддитив ўлчов бўйича яқинлашиш билан тартиб бўйича яқинлашиш орасидаги боғланиш топилган. Йордан Банах алгебраларида субаддитив ўлчов бўйича ўлчовли элементлар алгебраси қурилган ва бу алгебранинг тузилиши ўрганилган.

Subadditive measures on Jordan Banach algebras.

In the dissertation connections between subadditive measures and ordinari measures on a classical measurable space, on finite von Neumann's algebras with traces and on Jordan Banach algebras are invectigated.

One of the main results of the Dissertation is the solution of the problem of extension of subadditive measures on idempotents of Jordan Banach algebras to unitary invariant semiadditive functional on all elements of algebra. Further, the algebras of measurable operators of a von Neumann's algebra with subadditive measures are studied and the topologies of converqence by measure on the algebras are considered. It is proved that an algebra of measurable operators is O^*-algebra, and it is also established that measurability by subadditive measures and measurability by a trace on semifinite von Neumann's algebras don't coinside. An example is given which shows that convergence by subadditive measure differs from convergence in measure for a trace.

A connection between the convergence by subadditive measure and (o)-convergence has been found.

For Jordan Banach algebras the algebra of measurable elements has been constructed and its structure has been studied.

Заказ №0375 Отпечатано способом ротопринта. Формат $60\times84^{1}/_{16}$, 1,0 п. л. Тираж 100. Отпечатано на Ташкентской книжно-журнальной фабрике Государственного комитета Республики Узбекистан по печати. Ташкент, Юнусабад, ул. Мурадова, 1.