УДК 517.98

А. М. МЕДЖИТОВ, Ф. А. СУКОЧЕВ

ИЗОМЕТРИИ НЕКОММУТАТИВНЫХ ПРОСТРАНСТВ ЛОРЕНЦА

(Представлено акад. АН УзССР Т. А. Сарымсаковым)

В работе дается полное описание изометрий некоммутативных пространств Лоренца, ассоциированных с конечными непрерывными алгебрами фон Неймана. Используются обозначения и терминология из [1—3].

Пусть A — конечная непрерывная алгебра фон Неймана; τ — точный нормальный нормированный след на A; $S(A)$ — кольцо измеримых операторов, присоединенных к A [3]. Перестановкой оператора $x \ni S(A)$ называется функция

$$\tilde{x}(t) = \inf\{\lambda > 0;\ \tau(\mathbf{1} - e_\lambda) < t\},$$

где $\{e_\lambda\}$ — спектральное семейство оператора $|x|$; $\mathbf{1}$ — единица алгебры A.

Пусть $\psi(t)$ — возрастающая вогнутая функция на отрезке $[0, 1]$, $\psi(0)=0$. Положим

$$\Lambda_\psi(A, \tau) = \left\{x \in S(A) : \|x\|_{\Lambda_\psi} = \int_0^1 \tilde{x}(t)\, d\psi(t) < \infty\right\}.$$

Множество $\Lambda_\psi(A, \tau)$ с нормой $\|x\|_{\Lambda_\psi}$ образует банахово симметричное пространство измеримых операторов [2], которое называется некоммутативным пространством Лоренца.

Пусть B — также конечная непрерывная алгебра фон Неймана, снабженная точным нормальным нормированным следом ν. Йорданов изоморфизм алгебр A и B есть линейная биекция $\Phi : A \to B$, удовлетворяющая условиям $\Phi(x^*) = \Phi(x)^*$ и $\Phi(x^2) = \Phi(x)^2$ при всех $x \in A$. Будем предполагать, что функция $\psi(t)$ строго вогнута.

Теорема 1. Линейное непрерывное отображение T пространства $\Lambda_\psi(A, \tau)$ на $\Lambda_\psi(B, \nu)$ является изометрией тогда и только тогда когда существуют единственные унитарный оператор $u \in B$ и йорданов изоморфизм $\Phi : A \to B$ такие, что $\tau(x) = \nu(\Phi(x))$ и $T(x) = u\Phi(x)$ для всех $x \in A$.

Пространством Марцинкевича [2] на алгебре A называется совокупность $M_\psi(A, \tau)$ всех таких операторов $x \in S(A)$, для которых конечна норма

$$\|x\|_{M_\psi} = \sup_{0<t<1} \frac{1}{\psi(t)} \int_0^t \tilde{x}(\alpha)\, d\alpha.$$

Предположим, что $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{t}{\psi(t)} = 0$. Тогда через $M_\psi^0(A, \tau)$ обозначается замыкание в $M_\psi(A, \tau)$ алгебры A.

Теорема 2. Линейное непрерывное отображение T пространства $M_\psi^0(A, \tau)$ на $M_\psi^0(B, \nu)$ является изометрией тогда и только тогда, когда существуют единственные унитарный оператор $u \in B$ и йорданов изоморфизм $\Phi : A \to B$ такие, что $\tau(x) = \nu(\Phi(x))$ и $T(x) = u\Phi(x)$ для всех $x \in A$.

Из теоремы 1 следует, что если между алгебрами A и B нет йорданова изоморфизма, то соответствующие пространства Лоренца не изометричны. В частности, это означает, что некоммутативные пространства Лоренца образуют класс банаховых пространств, существенно отличный от класса функциональных пространств Лоренца. То же верно и для пространств M_{ψ}^{0}.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Takesaki M. Theory of operator algebras. I. New York: Springer Verlag, 1979. [2] Овчинников В. И.//Труды НИИ матем. ВГУ. 1971. Вып. 3. С. 88—107. [3] Segal I. E.//Ann. Math. 1953. V. 57. P. 401—457.

Ташкентский
ордена Трудового Красного Знамени
государственный университет
им. В. И. Ленина

Поступило
06. 05. 87 г.