

Р.И.Пименов

ДОСТОЕВСКИЙ И ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ.
ПРОБЛЕМЫ ИСТОРИОГРАФИИ.*

Указывается ошибка комментаторов академического собрания сочинений Ф.М. Достоевского, допущенная ими неоднократно, к словам Карамазова о пересечении параллельных линий в бесконечности. Показано, что эта ошибка возникла не только из-за самонадеянности комментаторов, но и по объективным причинам: из-за того положения, которое сложилось с преподаванием проективной геометрии и ее истории. В связи с этим вводится понятие "болевая точка историографии". Предлагается новая редакция литературоведчекого примечания к указанным словам Карамазова, а также намечается путь конкретно-исторических исследований в литературоведении.

Возникновение проблемы

Комментаторы к собранию сочинений Достоевского сделали удивительно неверные комментарии к фразе Ивана Карамазова: "Но вот, однако, что надо отметить: если БОГ есть и если ОН действительно создал землю, то, как нам совершенно известно, создал он ее по эвклидовой геометрии, а ум человеческий с понятием лишь о трех измерениях пространства. Между тем находились и находятся даже и теперь геометры и философы, и даже из замечательнейших, которые сомневаются в том, чтобы вся вселенная или, еще обширнее — все бытие было создано лишь по эвклидовой геометрии, осмеливаются даже мечтать, что две параллельные линии, которые, по Эвклиду, ни за что не могут сойтись на земле, может быть, и сошлись бы где-нибудь в бесконечности. Я, голубчик, решил так, что если я даже этого не могу понять, то где мне про БОГА понять."

* Настоящая статья является первой частью доклада, читанного автором в заседании Системного Семинара им. С.Ю. Маслова в сентябре 1986 г. Выражаю свою признательность за ценное обсуждение Н.Б. Крейнвичу и А.Б. Рогинскому. Вторая часть была посвящена богословским проблемам, соотношенным с этой тематикой комментариями к сочинениям Ф.М. Достоевского.

Я смиренно сознаюсь, у меня нет никаких способностей разрешать такие вопросы, у меня ум эвклидовский, земной, а потому где там решать о том, что не от мира сего. Да и тебе советую никогда об этом не думать, друг Алеша, а пуще всего насчет БОГА: есть Он или нет? Все это вопросы совершенно несвойственные уму, созданному с понятиями лишь о трех измерениях", - говорит Иван Алеше [6, Т.4. С. 214]. Достоевсковеды комментируют эту цитату следующими высказываниями: "Отталкиваясь от геометрических идей Н.И.Лобачевского, Достоевский непосредственно устами Ивана перекидывает мост к великим физическим открытиям, новым философским идеям XX века [6. Т.15. С. 437]. "Почему именно Достоевский, он один из числа современных ему писателей, не только понял, но и усвоил, естественно включил в систему своего представления о мироздании основные идеи неэвклидовой геометрии, с трудом осваивавшиеся специалистами-математиками? Пытаясь ответить на этот вопрос, нельзя забывать о том, что Достоевский получил основательные знания по математике в инженерном училище [11]. Все эти комментарии первично неверны по той причине, что в геометрии Лобачевского параллели не пересекаются так же, как в эвклидовой. На самом деле пересечься параллельные могут только в рамках ПРОЕКТИВНОЙ геометрии. И проблема состоит в том, чтобы понять, каким образом в умах достоевсковедов, формировавшихся в сороковые-пятидесятые годы, могло возникнуть столь ошибочное представление.

Идентификация геометрии. Могли ли бы литературоведы установить, о какой геометрии идет речь? Не будучи сами специалистами ни в одной геометрии? Да, могли бы, владея они методами структуралистского анализа. Речь Ивана имеет в виду предполагаемую геометрию, в которой ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ЛИНИИ СХОДЯТСЯ ГДЕ-НИБУДЬ В БЕСКОНЕЧНОСТИ. Поэтому литературоведы могли бы поступить, как следователь, обращающийся к экспертам (мысль уместная, ибо в "Братьях Карамазовых" ведется следствие об убийстве). Они должны были бы признать, что слово ГЕОМЕТРИЯ им понятно не более, чем слово ПАПАГИГЛЕММА, а фраза о параллельных - не более, чем фраза ГЛОКИЕ ХАБИУСЫ БУДРЯТ ГДЕ-ТО В ШУЗДРЕ. Затем поставить перед специалистами-математиками вопросы: 1) Перечислить все папагиглеммы (геометрии), которые были известны на дату написания "Братьев Карамазовых"; 2) Ответить по каждой папагиглемме на следующие четыре вопроса: "Есть ли в данной папагиглемме глокие хабиусы (параллельные линии,?)", "Есть ли в данной папагиглемме Шуздра (бесконечность)?", "Будрят ли

(сходятся ли) в данной папагиглемме глокия хабиусы?", "В шуздре ли будрят они, есль будрят?". Тогда, выслушав скучные профессионально-снобистские оговорки, что вместо "линии" полагается говорить "прямые", вместо "сходятся" надо "пересекаются", что строго говоря речь может идти не вообще о папагиглемме, но только о двумерных геометриях (о планиметрии), что имеются иные тонкости, которыми можно пренебречь, не различая, например, сферическую и эллиптическую геометрии, — литературоведы получили бы в ответ названия семи геометрий и таблицу:

Претенденты	Есть ли параллели?	Есть ли бесконечность?	Пересекаются ли параллели?	Именно в бесконечности пересекаются?
ЭВКЛИД	да	да	нет	бессмысл.
ЛОБАЧЕВСКИЙ	да	да	нет	бессмысл.
сферическая	нет	нет	бессмысленно	нет
проективная	да	да	да	да
риманова	бессмысл.	бессмысл.	бессмысл.	бессмысл.
многомерная	бессмысл.	бессмысл.	бессмысл.	бессмысл.
комплексная	бессмысл.	бессмысл.	бессмысл.	бессмысл.

Из таблицы неоспоримо ясно, что ЕДИНСТВЕННАЯ геометрия, в которой МОГЛО БЫ случиться потрясшее Ивана пересечение параллельных, — это проективная геометрия с ее "бесконечно-далекими точками".

Но литературоведы преимущественно учились и писали в те времена, когда структуралистский подход был клеймен как формалистический, поэтому задать таких вопросов не умели.*

Задуматься же литературоведы имели все основания: ведь

* Еще в одной науке — в истории — сказываются отрицательные последствия того, что структурализм был изгнан из преподавания. Е дискуссии относительно подлинности-подложности переписки Курбского-Грозного [15,21] советские историки просто не слышат, не понимают структуралистской схемы параллелей Кинана. В дискуссии относительно "концепции Морозова" [5,16] историки тоже не понимают аргументации математиков, недоуменно всплескивающих руками при виде неправдоподобного сходства графиков длительности правления. Возможно и там и там оппоненты не правы, но советские историки пока не умеют доказать этой неправоты, а лишь заглушают своих оппонентов, ибо говорят не по существу утверждений последних.

достаточно было бы вслушаться, обратив внимание на ПРОШЕДШЕЕ ВРЕМЯ в словах Ивана "находились и находятся и теперь геометры и философы, и даже из замечательнейших". Значит, факт слияния параллельных линий в бесконечности утверждался кем-то задолго до рождения Ивана Карамазова. И не просто кем-то, а одним из ЗАМЕЧАТЕЛЬНЕЙШИХ ФИЛОСОФОВ. Очевидно, что ни по возрасту, ни по престижу в ученом мире, ни по известности у дилетантов не мог Лобачевский (да и никто из ученых XIX века) ни для Карамазова, ни для Достоевского выглядеть "философом из замечательнейших". Следовательно, кто-то другой. И небольшой мостик из философа Ньютона (стихи, что "может собственных Платонов и быстрых разумом Невтонов российская земля рождать" заучивались в гимназии и Достоевским, и Карамазовым, а главный труд его назывался *Principia mathematica Philosophiae naturalis*), с небольшой справкой в энциклопедии Брокгауза опять привел бы достоевсковедов к тому факту, что речь идет о проективной геометрии. Ибо старинная энциклопедия писала: "Дезерг 1639 называл параллельными прямые, имеющие общую точку на бесконечно большом расстоянии. К этому определению примкнул Ньютон". Так что, действительно, НАХОДИЛИСЬ геометры и философы, и даже из замечательнейших, в незапамятные времена, за двести с лишком лет до Достоевского и Карамазова (и Лобачевского тоже), которые учили тому, что повторяет Карамазов! Впрочем, может быть, Иван имеет в виду еще не названного энциклопедией Паскаля, который ему, Ивану, мог быть известен своими религиозными исканиями. Но это все равно XVIII век, а не век XIX. Мог это быть и Лейбниц, тоже философ из первостепенных.

Вкратце об истории проективной геометрии. Проективная геометрия возникла в XVIII веке. Фактически же ее идеи (и как раз идея о пересечении параллельных на бесконечности) возникли за два века до того. Но не в геометрии, не в математике, а в живописи. В попытках передать перспективу художники стали рисовать параллельные линии сближающимися к краю холста. Два века бессловесно бились со своими углами и кистями искусники, пытались выразить, как прямые, все время остающиеся на одном и том же расстоянии друг от друга, на полотне становятся сближающимися. Мучительно трудно это было. Говорят, Бартоломел Монтанья даже сошел с ума на почве надрыва над перспективой. И только через 200 лет идея эта обрела терминологическое выражение в определении Дезарга; не случайно такое определение и называется "перспективным определением параллелизма". И Ньютон присоединился к дефиниции Дезарга из практических соображений: ему,

занимавшемся оптикой телескопов и наблюдением за светом далеких звезд, приходилось ставить фокус своих объективов "на бесконечность". Лейбниц прямо считал такое определение параллелизма "оптическим". Очень естественно, прямым обобщением (генерализацией) практики выглядело дезарговское "перспективное определение" параллельных линий. Так не из внутренне-геометрических потребностей рождалась геометрия проективная. Речь шла о нахождении правил изображения трехмерных, телесных предметов на плоскости (картине, полотне, стене). Изобретались термины: проекция, проецирование; задавались вопросом - что сохраняется при проецировании?

Далеко не всеми эта новая идея в геометрии признавалась как законнорожденная. "Бесконечность" - сие слово звучало дурно, несерьезно. От Аристотеля до Гаусса считалось недопустимым пользоваться им для выражения каких-либо позитивных утверждений. Наука, которая оперирует этим термином, - подозрительна. Так и пребывала до 1822 г. в подозрении проективная геометрия. В ее "реабилитации" опять же немалую роль сыграла практика, ПОЛЕЗНОСТЬ ЕЕ МЕТОДОВ. Засекреченное двадцатилетнее применение в конце XVIII века Монжем "начертательной геометрии", "теории теней" в целях военных (фортификация) создало Монжу авторитет у Бонапарта, который, став Наполеоном, осенил Монжа своей славой, и только после этого стал возможен Понселе с его аксиоматизацией проективной геометрии. Только в двадцатые-тридцатые годы XIX века проективная геометрия под именем "высшая геометрия" вошла в состав обязательной программы университетских и инженерных курсов. Впечатление, произведенное ею на тогдашний ученый мир, сравнимо с эффектом, произведенным в начале XX века "теорией относительности". Не случайно Келли писал: "Проективная геометрия это вся геометрия". Конечно, такое преувеличение неверно, но оно характерно.

Об историографии проективной геометрии. Ничего этого не знают достоевскоеды. К нашей цитате они делают примечание:

"Одна из аксиом геометрии Эвклида заключается в том, что параллельные линии, как бы они не были продолжены, никогда не пересекаются, даже в бесконечности. Русский математик Н. И. Лобачевский создал новую систему геометрии, заменив аксиому Эвклида о параллельных линиях противоположной. /.../ Достоевский был знаком с основными принципами геометрии Лобачевского, по-видимому, еще в инженерном училище". [6. Т. 15. С. 551].

Этот по всем пунктам ошибочный комментарий опубликован в

1976 году, в академическом издании, тиражом 200000. В более раннем (1958, с другим составом комментаторов) десятитомном издании Достоевского ошибок меньше, но комментарий все равно небезразличен: "Эвклид /.../ создал геометрию, исходя из нескольких аксиом, в том числе и о параллельных линиях, которые не пересекаются даже в бесконечности. Учение это оставалось неизменным до XIX века, когда знаменитый /.../ Лобачевский заменил аксиому Эвклида о параллельных линиях противоположной и создал новую систему геометрии - неевклидовой. Аналогия с евклидовой и неевклидовой геометрией помогает Ивану объяснить свою мысль о непонятности и неприемлемости для его "земного", "эвклидовского" ума божественной гармонии, когда сойдутся параллельные линии, "когда мать обнимется с учителем ее ребенка"... [7].

Главное отличие комментаторов 1958 г. от комментаторов 1976 г. в том, что ранние еще старались держаться в рамках литературоведческих проблем, тогда как поздние уже смело вторгаются и в совсем несвойственные им области физических открытий XX века, и в историко-математические сферы. Общим для этих (и других) комментаторов является то, что они слышали ТОЛЬКО О ДВУХ ГЕОМЕТРИЯХ: Эвклида и Лобачевского, и вторую воспринимают как революционный переворот, отрицающий старье, векового Эвклида. В такой их позиции, по нашему мнению, виновны не они, а историографы геометрии. Вот одно из самокритичных признаний:

"Надо сказать, что вообще история проективной геометрии является уникальной по своей драматичности /.../. В нашем сегодняшнем восприятии геометрии XIX в. мы склонны переоценивать место в ней неевклидовой* геометрии, и не случайно большинство крупных геометров XIX в. не были вовлечены в разработку неевклидовой геометрии, а ее окончательное признание связано с включением ее в рамки проективной геометрии. Вехами генеральной линии развития проективной геометрии являются не отдельные яркие результаты, но появление новых видов геометрического видения..."

Но многие ли прочтут эту статью [4], узко-специально

* В математической литературе принято писать "эвклидова", "неевклидова". В гуманитарной - "эвклидова", "неевклидова". Будучи математиком, я тем не менее полагаю, что гуманитарии правы, и пишу согласно словарям и Достоевскому. В цитатах сохраняю написание <торов.

озаглавленную и опубликованную в сборнике тиражом 1250 экземпляров? Напротив, в таком рассчитанном на массовое восприятие документе, как современная программа [17] по единственному из курсов, который предполагает исторические сведения по геометрии, именно, по "Основаниям геометрии", сказано об исторической части лишь следующее: "Возникновение геометрии ("Начала Эвклида - первое аксиоматическое изложение математической теории). Создание Лобачевским неевклидовой геометрии и значение этого шага в развитии математики. Построение Гильбертом законченной системы аксиом евклидовой геометрии". Я вовсе не хочу сказать, будто бы у нас проективную геометрию никто не знает и нет никаких хороших книг по ее истории. Нет, имеются, и можно, например, назвать [12,18]. Мысль моя другая: нам надо проследить, как отдельное сведение из геометрии искаженно воспринимается непрофессионалами, нематематиками. Для этой цели разумнее проследить не изложение в хороших узко специальных сочинениях, а освещение этого вопроса в массовых или нацеленных на массы документах или изданиях.

Обращаясь же к курсам по Основаниям геометрии пятидесятих годов, можно видеть, что в них порой отсутствовало упоминание о проективной геометрии даже в части собственно-математической. Исторические сведения о ней не приводились тогда совершенно, например, в таком ведущем центре математической культуры, как Ленинградский университет: ни в курсе "Основания геометрии" (читал член-корреспондент, позже академик, А.Д.Александров), ни в курсе "История математики" (читал доцент Ф.П.Отрадных). Добавим, что нынешняя университетская программа [17] не предусматривает курса "История математики" вообще.

Попробуем оценить КОЛИЧЕСТВЕННО меру перекосов в знаниях (массовых) о проективной геометрии сравнительно со знаниями о геометрии Лобачевского, для чего применим метод контент-анализа. Бурбаки в очерке истории математики [2] называют семь выдающихся достижений в геометрии XIX века. Из них три относятся к ПРОЕКТИВНОЙ геометрии, одно - к геометрии ЛОБАЧЕВСКОГО. В статье же "Геометрия" (БСЭ, второе издание) [3] из 300 строк раздела "Развитие геометрии" меньше десяти отведено проективной геометрии (не только за XIX век, но и за все века), тогда как геометрии Лобачевского уделено свыше 70 строк. Это значит, что Бурбаки придает вес геометрии Лобачевского в XIX веке равным $1/7$, а БСЭ - $7/30$ - во все века! Соотношение все же - единственно существенное для нашей темы - между весом геометрии Лобачевского-

и весом проективной геометрии меняется с 1:3 до 7:1 или даже больше, т.е. грубо в 20 раз.

Могут возразить, что мол Бурбаки – компатриоты Паскаля и Моргжа, посему пристрастно затирают значимость Лобачевского. Но, во-первых, рассуждение это обоюдоостро: ведь А.Д.Александров, автор статьи в БСЭ, – соотечественник Лобачевского.... Во-вторых, пропорция практически не изменится, если мы подчитаем число строк не у Бурбаки, а у американца Белла [1], который отнюдь не единоплеменен Дезаргу*).

Зато, если мы обратимся к другим советским геометрам того периода, то перекося в сторону Лобачевского и умаление роли проективной геометрии станут еще разительнее. Например, в многократно с 1948 г. по 1978 г. переиздававшемся учебном пособии [8] профессор (позже член-корреспондент АН СССР) Н.Ф.Ефимов в историческом очерке в главе "Основания геометрии" из 1400 строк отводит Лобачевскому 450, а с учетом тематики предшественников этой геометрии – все 1000 строк. На проективную же геометрию в этом очерке отведено 8 строк. Даже если к ним добавить еще строки, на которых упоминаются даты доказательства тех или иных теорем проективной геометрии в гл. V (где излагается собственно математическая, а не историческая часть), то общим числом наберется менее сорока строк**). Итак, по Ефимову вес геометрии Лобачевского равен 5/7, а вес проективной 2/70. Следовательно, взаимное отношение упоминаемости геометрии Лобачевского к упоминаемости проективной равно по этому "московскому счету" 25:1. Напомним, что по "ленинградскому счету" получалось 7:1. Значит, сравнительно с Бурбаки тут неевклидова геометрия котируется с перекосям в 170 раз. Но все это "перекрывается" книгой В.Ф.Кагана "Основания геометрии", 1949 [10]. На 130 страницах истории автор ни разу не упоминает ни проективной геометрии, ни ее предшественников. История же предшественников Лобачевского занимает свыше 30 страниц. Сама геометрия Лобачевского заполняет весь оставшийся том (330 страниц). Упоминание во втором томе (1956, издан посмертно)

*) Я не привожу цифр по Беллу только потому, что при переводе советский переводчик переделал главу о Лобачевском, так что первичный материал смещен. Сверять же с английским оригиналом – выходит за рамки статьи.

**) Повторяю, что нам важна лишь доля ИСТОРИЧЕСКИХ сведений. Только они как-то могут запастись в умы гуманитариев, а не теоремы и не дефиниции.

проективной геометрии сводится только к применению ее в развитии идей Лобачевского. Третье издание БСЭ, 1971, в этом отношении не вносит ничего нового сравнительно со вторым: там помещена та же статья А.Д.Александрова "Геометрия", только тираж вырос до 630 тыс.

Упоминание в таком контексте Кагана может вызвать яростные нападки на нас: мол автор должен был бы знать, что Каган был высокообразованным геометром! Раз Каган не писал, то у него были основания, а поэтому автор неправ в своей озабоченности проективной геометрией. Но эти возражения были бы основаны на недоразумении. Да, Каган знал все в геометрии гораздо лучше автора. А что он писал или не писал в 1949 г., легче всего понять, если обратиться к первому изданию БСЭ [9]. Тогда сразу вскрыется механизм забвения проективной геометрии в массовом образовании. Оказывается, в статье "Геометрия" этого издания (1929 г.) не менее 456 строк посвящено именно истории и значению проективной геометрии, а неэвклидовой отведено только 365 строк (а если приплюсовать и предшественников, то всего 437). Соотношение примерно 1:1. Это, конечно, не то, что 1:3 согласно Бурбаки, но и не 7:1 и не 25:1. А кто авторитетнее - автор этой статьи или Бурбаки - в данном вопросе, еще можно поспорить. Даже если это и преувеличение, то вполне можно его разумно объяснить: французы, мол, вдвое преувеличивают из патриотизма значение Паскаля и Монжа, а русские тоже примерно вдвое преувеличивают из чувства вины перед Лобачевским. Ведь, в самом деле, соотечественники долго не признавали Лобачевского, издевались над его писаниями и даже препятствовали их появлению в печати. Только тогда, когда иностранцы Бельтрами, Гельмгольц и Клейн признали, тогда только распался единый фронт от Остроградского до Чернышевского и в Казани начали ценить Лобачевского. И появился естественный "комплекс вины" перед тенью Лобачевского. Да и нет ничего худого преувеличивать похвалы - покамест другие имена не забываются, покамест не создается культ одной личности.

Вспомогательная еще в статье "Геометрия" БСЭ 1-го издания. Двух обстоятельств нельзя не заметить. Первое: ее автор - тот самый В.Ф.Каган, который в 1949 г. вовсе не упомянул проективную геометрию. Оказывается, что в 1929 г. Каган - этот "сумасшедший профессор математики" по словам "Четвертой прозы" О.Мандельштама - прекрасно все знает в истории проективной геометрии, начиная с ее античных предшественников, вроде Менелая.

Во-вторых, в 1929г. Каган, говоря о неевклидовой геометрии, называет ее создателем Гаусса - за четверть века до Лобачевского, а Лобачевскому в истории неевклидовой геометрии из 437 строк отводит строк 30 или, по самому щедрому счету, до 50. Почему знающий Каган писал в 1949 г., словно скрывши свое знание? В поисках ответа на этот вопрос мы выходим на понимание второй причины, почему не в 2-3 раза стали преувеличивать, а во многие десятки раз, почему в БСЭ 1952 г. соотношение геометрий сдвинулось с 1:1 к 7:1 (помноженное на возрастание тиража впятеро и неведомо во сколько раз помноженное на изъятие старого, досталинского издания энциклопедии), а сам Каган и вовсе довел его до 1:0. Ведь годы 1948 - 1952 вошли в историю как годы ожесточенной "борьбы с безродными космополитами". Хотя хронологически отрезок ничтожен, он оказался поразительно значимым для формирования множества вкусов, пристрастий, установок. Может быть, это связано с тем, что в 1956 г. очистительному ветру обновления не позволили дуть даже вполсилы. Может быть, это связано с хрупкостью настоящей культуры мышления. Может быть - с силой репрессий. Может быть - с идеологизацией кадровой политики. Может быть, причины иные. Но совершенно ясно, что профессору Кагану не предложили писать статью для БСЭ. Совершенно ясно, что он не смел и заикаться о роли каких-то там иностранцев в развитии науки. И если в "Основаниях геометрии" он все же языком, внятным специалистам, еще не сдает своих позиций насчет того, что создателем неевклидовой геометрии был Гаусс, то в части исторической (там, где прочесть сможет любой, не специалист-математик, а спец по диамату) он пишет про одного Лобачевского. И если, по свидетельству той же "Четвертой прозы" Мандельштама, в двадцатые годы Каган еще хлопотал за арестованных по обвинению в политическом заговоре, то в сороковые, когда бред достиг такой степени, что "политикой" и "идеологией" сделался узко специальный вопрос (кто - Гаусс или Лобачевский - является "настоящим создателем" неевклидовой геометрии - геометрии, которая создавалась от Хайяма из XI века до Гильберта из XX века*), В.Ф.Каган сдался, швырнул кось, спрятался, жаждал только выжить, остаться на свободе, сохраниться при любимом деле преподавания. И умер он в мае 1953 г. заведующим

*) Без аксиомы Паша, приведенной в аксиоматике Гильберта, все построения как Гаусса, так и Лобачевского, строго говоря, некорректны. Гаусс это сознавал, и не умея нащупать нужную аксиому, потому и не публиковал ничего на эту тему.

кафедрой. Вот этот второй фактор и обусловил такой сдвиг в оценке значимости тех или иных геометрий.

Последствия описанного подхода к историографии. Поэтому нет ничего удивительного, что литературоведы, лишенные опоры формального, подхода, в этой атмосфере сразу с чьих-то слов поверили, якобы, есть всего две геометрии: Евклида и Лобачевского, и зачислили Ивана Карамазова по ведомству второй. Примеряя, куда бы отнести "пересечение параллельных в бесконечности", достоевковеды, естественно, могли и не заметить "неприметного островка Проективной Геометрии" на фоне "континента Геометрии Лобачевского" на карте создававшихся тогда фикций и в мглистом море непонятных им математических терминов.

У литературоведов были и свои заботы. В 1948 г. В.В.Ермилов от лица общества "Знание" издал брошюрку тиражом 75 тыс. "Против реакционных идей в творчестве Достоевского". В ней, в частности, он громыхал: "Так же, как и при своей жизни, Достоевский и в наши дни оказывается в авангарде реакции. Его творчество широко и всесторонне используется в том остервенелом походе на человека, который предпринят идеологическими лакеями Уолл-стрит. И это вполне понятно, потому что всю мощь своего таланта Достоевский израсходовал на доказательство слабости, греховности, преступности человеческой натуры". Примерно теми же словами поносил Достоевского А.А.Фадеев в докладе, посвященном памяти Белинского и опубликованном в "Литературной газете" от 9 июня 1948 г. Ермилов же входил в состав редколлегии, издававшей сочинения Достоевского в 1958 г., да и в шестидесятые годы с таким воинственным отношением к Достоевскому приходилось считаться. Поэтому увязать Достоевского с великим русским Лобачевским выглядело тактически безопасным и полезительным для целей издания. Мысль же о каких-то там "французиках" из Бордо" не могла бы задержаться в нацеленных на такие околичности мозгах.

Но прежде, чем переходить к вытекающим отсюда искажениям образа Ивана Карамазова, возвратимся к математике. Сформированное атмосферой послевоенных лет научное сообщество оказалось неспособным даже в "Математической энциклопедии" 1977 - 1985 гг. дать корректное описание объектов, связанных с проективной геометрией. Именно, Л.А.Сидоров пишет [4. Т.4. С. 983], что "система аксиом трехмерной Римана геометрии может быть построена на основе ТЕХ ЖЕ ПОНЯТИИ, что и Гильберта система аксиом евклидовой геометрии...", - а дальше поясняет, что геометрия Римана (это один метризованный вариант проективной геометрии)

обосновывается посредством ЧЕТЫРЕХМЕСТНОГО ОТНОШЕНИЯ. В той же энциклопедии в статье В.Т.Базылева [Т. 1. С. 969] сказано, что "ПОНЯТИЯМИ" являются объекты и ОТНОШЕНИЯ между ними", а также, что эвклидова геометрия по Гильберту строится посредством ТРЕХМЕСТНОГО ОТНОШЕНИЯ. Получается, что редакция не видит разницы между трехместным и четырехместным отношениями, а эту разницу знает всякий грамотный программист. Неумение математически культурно организовать объемный материал энциклопедии по математике - это тоже последствие тех лет 1948-1952, результат селекции по нематематическим признакам.

Оппозиция геометрий для образа Ивана Карамазова. Имеет ли какое-нибудь значение для трактовки образа Ивана Карамазова та или иная "атрибуция" его слов о параллельных линиях: атрибутировать ли их проективной геометрии или атрибутировать их неэвклидовой геометрии? Да, имеет. Оппозиция (пользуясь термином в филологическом смысле) между геометрией Эвклида и неэвклидовой геометрией является РЕВОЛЮЦИОННОЙ оппозицией, вторая взрывает и свергает первую. Оппозиция между геометрией Эвклида и проективной геометрией является оппозицией между ШКОЛЬНЫМ знанием, общедоступным, и ВЫСШИМ знанием, преподаваемым в высших учебных заведениях. Трудным знанием, которое большинству приходится принимать на веру. Выбор между эвклидовой и неэвклидовой геометриями - это выбор между двумя РАВНОПРАВНЫМИ научными теориями-гипотезами (Гаусс грезил произвести такой выбор измерениями элементов реальных треугольников на земной поверхности или между звездами). Выбор между эвклидовой и проективной геометрией - это выбор между простым - доступным ЗНАНИЕМ и ВЕРОЙ, т.е. тем знанием, которое приходится принимать на веру, полагаясь лишь на авторитет тех, кто этим занимался*).

Ведь проективная геометрия НЕ ОТМЕНЯЛА собой ничего из геометрии Эвклида, она лишь пополняла эвклидово пространство НОВЫМИ трудными для уразумления объектами (бесконечно-удаленными точками**) и

*) Я излагаю архивизованное восприятие проективной геометрии, которого, конечно, нет у специалистов - математиков XX века, для которых проективная геометрия - одна из простейших аксиоматических систем.

**) Наличие БЕСКОНЕЧНОСТИ в тогдашнем изложении проективной геометрии при полной неразработанности идеи бесконечности в математике и пришедшем от Средних веков представлении, будто БЕСКОНЕЧНОСТЬ и БОГ тождественны, вносило в восприятие ощущение, будто эти идеи по сути связаны с верой в БОГА, с религией.

использовала эти объекты для того, чтобы проще решать те задачи из евклидовой геометрии, которые трудно решались без применения этих новых "понятийных конструктов": задачи о проектировании трехмерных тел на плоскость, задачи об обнаружении инвариантов при проектировании. Не ставила проективная геометрия революционной дилеммы: "Кто кого?", Или-или!".

В этой трактовке Иван Карамазов предстает как недоучившийся школьник, от нетерпения чего-то недопонимающий в высшей мудрости мироздания и от неумения бравировать своим непониманием. Здесь неуместно входить в литературоведческий анализ, который, по моему мнению, убедительно показал бы, что именно так нарисован этот персонаж и в других эпизодах романа. Для нашей статьи достаточно вывода, что такая интерпретация следует из правильной атрибуции геометрии. Напротив, отнесение слов Карамазова к неевклидовой геометрии рисовало бы Ивана как человека, защищающего новую истину, признанием коей рушится старая, вековечная истина, обертывающаяся ложью.

Что знал Достоевский о параллельных линиях? Обратимся теперь к мнению комментаторов о якобы высокой геометрической грамотности Ф.М. Достоевского. Мог ли автор "Карамазовых" знать про существование проективной геометрии, про какие-нибудь факты-теоремы-идеи ее? И то же насчет геометрии Лобачевского.

Абстрактно говоря, про проективную геометрию мог, хотя едва ли под таким названием. Первые теоремы этой геометрии возникли еще в XVII с., а в XVIII в. они нашли прикладное (военно-инженерное) воплощение под названиями "начертательная геометрия" и "теория теней". В год рождения Достоевского было дано исчерпывающее математическое обоснование предмету и методам этой геометрии^{*}), что и преподавалось в XIX в. под названием "высшая геометрия" или "дескриптивная (описательная) геометрия" во всех высших и специальных учебных заведениях. Корректное обоснование проективной геометрии явилось громадным прорывом геометрии и всей математики вперед, открывши собой, как выражаются Бурбаки [2], "золотой век геометрии". Новая область знания, новые методы, сказочно простые приемы получения результатов ("по воздуху", как выражались), огромные последствия для множества других дисциплин.

^{*)} Поэтому отдельные математики исчислят [8] рождение проективной геометрии только с 1822 г. Но это педантизм. При таком счете математика вообще еще не родилась: ведь ее непротиворечивость доселе не доказана.

Достоевский учился в военно-инженерном училище. По выпуску он именно чертежник. Слово "параллель" входило в обязательный словарь-минимум фортификационного и инженерного образования*). Начертательная геометрия преподавалась в том училище, где он пребывал. Так что едва ли бы он смог отвертеться от настырного следователя, который занес бы он в протокол формулировку НЕ МОГ НЕ ЗНАТЬ. Но в процессе учебы Достоевский не проявлял никакого интереса к математике [6. Т.27. С. 59]:

"Сколько есть великих произведений гениев математики и воюющих гениев на французском языке. Вижу необходимость читать это; ибо я страстный охотник до наук военных, хотя не терплю математики. Что за странная наука! и что за глупость заниматься ею. С меня довольно столько, сколько требуется инженеру или еще и побольше. Но к чему мне сделаться Паскалем или Осроградским. Математика без приложенья чистый 0, и пользы в ней столько же, как в мыльном пузыре". Память у Достоевского, по его многочисленным признаниям, была очень и очень слабая. Эффективность преподавания расценивалась М.В.Остроградским, задавшим в ту пору военно-учебные заведения [13], по достоинству: "Преподаватели точных наук в гимназиях, лицеях, военно-учебных заведениях признают, что в общем они читают свои лекции скорее скамейкам и стульям, чем пытливым, внимательным умам". Поэтому я заменил бы "протокольную" формулировку на НЕ МОГ НЕ СЛЫХИВАТЬ. Хотя многозначительно упоминание именно Паскаля. Имени Лейбница в записях Достоевского не встречается.

В оценке сведений, могших быть почерпнутыми Достоевским насчет проективной геометрии в училище, надлежит быть тем осторожнее, что сама по себе формула этой геометрии: "Параллельные пересекаются в бесконечности" — многими математиками, включая таких корифеев XVIII-XIX вв., как Гаусс и Коши, признавалась НЕКОРРЕКТНОЙ. Ведь "актуальная бесконечность" (будь то "бесконечно-малые" или "бесконечно-удаленные") казалась опровергнутой бесчисленными "парадоксами бесконечности" и словоблудием философов на тему нуля, нулю не равному. Поэтому, если в Училище кадетам и сообщали про это пересечение в бесконечности, то скорее всего сопровождали оговорками: не все, мол, геометры согласны с таким словоупотреблением. Или резче: это ошибочное выражение, так отвечать на экзамене нельзя: хотя инь-

*) Хотя фортификационное значение этого термина иное: ров, вырытый на равном расстоянии перед (вокруг) стенами осаждаемой крепости.

знаменитости вроде Ньютона или Паскаля и позволяли себе прибегать к таким большим речам, но ...

Однако даже если Достоевский НИЧЕГО из сказанного не слышал на уроках в Училище, читая тайком под партой укасы романов Радклифф, то о пересечении параллельных на бесконечности ОН ВСЕ РАВНО ЗНАЛ-из художественной литературы! Как вошла эта идея в беллетристику? Почему она не осталась достоянием исключительно специалистов-геометров? Да потому, что идея эта родилась В ЖИВОПИСИ. А из-за специфического положения эстетики для образования в XVIII-XIX веках про "закон перспективы" поневоле узнавали и те образованные (воспитанные) люди, которые были столь же далеки от искусства и от геометрии, как ныне, увы, знает про атомную энергию лица, невесть как далеко отстоящие от физики. В этих условиях нет ничего удивительного, что в 1863 г. М.Н.Катков в полемике против Достоевского издевался над ожиданиями "торжественной встречи параллельных линий" [20]*). Неважно, что именно Катков или кто другой швырялся подобными фразами**). Значимо то, что фразу эту в тогдашней духовной атмосфере можно было произносить как общепонятную, не нуждающуюся в расшифровке. А для Достоевского, при его сложных и длительных отношениях с Катковым, при его самолюбии, было совершенно немислимо пройти мимо такой насмешки.

Итак, про идею пересечения параллельных, т.е. про факт-парадокс из проективной геометрии, с которого начинает Иван Карамазов, Достоевский знал в 1863 г. и мог знать около 1837-1843 гг. Мог ли он знать про неэвклидову геометрию Лобачевского или, шире поставим вопрос, про другие геометрии, возникшие к дате написания "Карамазовых"? И, если да, то каким годом нам датировать?

Ну, эвклидову геометрию он учил и даже до конца своих дней помнил слово "треугольник", а вместо слова "параллельные" писал стандартный школьный знак. Сферическую геометрию он мог сдать на экзаменах в разделе "математическая география", но едва ли что из нее осилил. Да и не имеет она отношения к проблеме параллельности! Конечно, любые два меридиана, перпендикулярные экватору, пересекаются в полюсах, но разве же такое банальное

*) Цитирующий фразу Каткова Г.М.Фридлендер не понимает ее значения и полагает, будто речь идет о неэвклидовой геометрии.

***) В.А.Твардовская высказала мне гипотезу, что этот образ мог подсказать Каткову его образованный в физике и математике сотружник Любимов.

сведение заставило бы трепетать Алену и Ивана Карамазовы?!*). Ведь для них слияние параллельных линий где-то там, в бесконечности, отражает нечто мистическое, потустороннее. Пошло и подумать, будто здесь речь может идти о "меридианах"! Эллиптическая геометрия, отличающаяся от сферической лишь одним обстоятельством**), что всякие две прямые в ней пересекаются не в паре точек, а в единственной точке, точно так же не имеет отношения к проблеме пересечения параллельных в бесконечности***).

Но как раз она могла сделаться понаслышке известной Достоевскому. Дело в том, что про нее сообщалось в русском переводе статьи мыслителя Гельмгольца - в 1876 г. Гельмголец, не будучи профессиональным геометром (ниже - математиком), обиделся на формулировку Римана "О гипотезах, лежащих в основаниях геометрии" и написал очень интересное сочинение "О фактах, лежащих в основаниях геометрии", стимулировавшее так называемый теоретико-групповой подход к основаниям геометрии, непрерывные группы Ли и мн. др. Н.Н.Страхов, прочтя маловразумительный перевод популярной статьи Гельмгольца на эти темы, загорелся желанием изложить правильные философские взгляды по поводу ошибок и Гельмгольца, и Римана; об этом (нереализованном) намерении он писал Л.Н.Толстому, и Е.И.Кийко обоснованно предполагает [11], что Страхов сообщил свой замысел также Достоевскому, передав ему гипотетически содержание современных геометрических открытий и, возможно, даже снабдив его экземпляром сборника. Беседа со Страховым и вид заумного сборника могли стимулировать у Достоевского воспоминания: а как и что учили мы в своем кадетском детстве? В сборнике рассказывалось о неевклидовых геометриях Лобачевского, эллиптической, о доказательстве их непротиворечивости посредством проективной

* Вот этой психологической стороны дела не берет в учет Кийко, когда допускает, будто бы речь идет об эллиптической геометрии.

** Для математика это тривиальное различие, и существенная одинаковость сферической и эллиптической геометрии очевидны. Не так для нематематика, и не так было исторически. Геометрии эти очень разные и генетически и для интуиции.

*** Уже математическая ошибка Кийко в [11] заключается в том, что она рассуждает о бесконечности в эллиптической геометрии, тогда как в ней нет и не может быть бесконечного пространства: объем эллиптического пространства конечен.

модели Клейна, о многомерных и римановых обобщениях геометрии. Следы знакомства Достоевского с этим развитием геометрических представлений можно усмотреть в словах Карамазова из цитаты (1) насчет числа измерений пространства, но доказательство это слабое, ибо еще Лейбниц (XVIII век) писал о допустимости "представлять более трех измерений". Впрочем, тема числа измерений у Достоевского не развивается и понятно почему: в ней нет образности, присущей параллельным, обреченным всегда оставаться на одном и том же расстоянии друг от друга и все же получающим возможность где-то там, в Бесконечности, у БОГА - слиться воедино. Но самая ранняя дата, к которой восходит знакомство с этим источником, - 1876 г., тогда как выпад Каткова с этой идеей восходит к 1863 г., так что Гельмгольц нерелевантен.

Наконец, с идеями геометрии Лобачевского Достоевский едва ли мог бы познакомиться раньше все того же сборника 1876 г. Ведь в не узчайше-математической прессе до того фамилия Лобачевского упоминалась только дважды: в 1834 и 1865 гг. В 1834 г. в "Отечественных записках" (которые мог читать Достоевский-кадет) было помещено язвительное высмеивание книги Лобачевского, в коей она "хвалилась" как прекрасная пародия на наукообразие сочинений по геометрии, а "единственный" упрек высказывался: зачем автор скрыл, что пишет ПАРОДИЮ? Так мол и надо было написать в титуле! Никаких идей параллельных в рецензии не упоминается. В 1865 г. вице-президент Академии Наук Буняковский написал похвальное слово ректору Казанского университета по случаю десятилетия его кончины, но вопрос о параллельных обошел стороной. За десять лет до того в своем "исчерпывающем обзоре" темы "параллельные" тот же Буняковский ни словом не упомянул Лобачевского.

Ничего специфического из неевклидовых геометрий Лобачевского или Римана ни в словах Карамазовых, ни в черновых набросках Достоевского не содержится. Напротив, Иваном Карамазовым к отвержению идеи евклидовости мира приплетается открытие многомерности пространства, что, конечно, геометрически несостоятельно (эти аспекты взаимно нейтральны). Полный обзор всех хотя бы отдаленно касающихся этой темы мест из романа и черновых к нему записей обнаруживает, что слова "неевклидова геометрия" Достоевским вообще не употребляются, а эпитет "евклидов", "евклидовский" употребляется скорее не в геометрическом смысле, а как синоним, "понятный уму человеческому".

Выводы. Во-первых, предложим проект правильного примечания к

первой цитате, которое должно бы заменить вопиющую ошибку на 214 странице 14 тома академического собрания сочинений Достоевского. Вот он:

"Эвклид (минус третий век) - математик, создавший систематический курс геометрии, по которому до XIX века преподавали ее в школах; отсюда синонимичность: "эвклидовская геометрия" = "школьная геометрия"; согласно определению Эвклида "параллельные прямые - это прямые, лежащие в одной плоскости и никогда не пересекающиеся". В XVII веке возникла проективная геометрия, которая в XVIII-XIX вв. преподавалась в высших учебных заведениях обычно под названием "Высшей геометрии"; согласно проективной геометрии "параллельные прямые пересекаются в бесконечно-удаленной точке", как и говорит Карамзов. Из-за трудностей, связанных с понятием "бесконечности", это определение иногда (до 1822 г.) подвергалось сомнению и критике (и внутри и вне математики) и влекло обращение к идее БОГА, которому согласно богословию только и присуща идея Бесконечности; это также присутствует в словах Карамзова. Упоминание Карамзовым современности может отражать знакомство Достоевского с оживлением геометрической мысли в XIX веке, но конкретные пути ознакомления его со слухами об этом оживлении еще не прослежены литературоведчески. Оппозиция "эвклидовских свойств" и "суждения параллельных в бесконечности" носит характер противопоставления "школьного знания" "высшему знанию", а не характер противопоставления "правды" "лжи" или "революционного опровержения".

Разбор вопроса, "какую геометрию имел в виду Иван", выявляет новое направление исследований для историков литературы. Вместо того, чтобы вторгаться в неведомые области современной физики и физической философии или же в непонятное содержание разных геометрий, им следует заняться конкретно-историческим анализом наследия М.Н. Каткова, дабы установить: откуда почерпнул Катков образ "торжественная встреча параллельных"? Из беллетристики? Из публицистики? Из философских сочинений? Из русской или английской литературы? Кто помимо Каткова пользовался таким тропом? К сожалению, единственное монографическое исследование о Каткове [26] подчинено политическим задачам и названными вопросами не интересуется. А принимая во внимание тесную связь между Катковым и Достоевским, на этом пути можно ожидать обнаружить много неожиданного и важного.

Второй вывод несколько шире. Всякий раз, когда историки культуры или литературы обращаются за справками по дисциплине, не являющейся их прямой специальностью, они должны прежде обращения к источникам отдавать себе отчет относительно наличия "болевых точек" в историографии по этой дисциплине. Иначе источники могут их существенно подвести. Как скажем, если бы историк литературы стал оценивать высказывания тех или иных литературных персонажей насчет проблем биологии, руководствуясь энциклопедией 1950 г. издания. Для того же, чтобы такие историки могли бы знать о существовании "болевых точек историографии", сами специалисты по конкретной дисциплине должны написать о них.

Список литературы

1. Белл Э.Т. Творцы математики. М.:Наука, 1979. С. 71-74, 151-177.
2. Бурбаки Н. Алгебра: М.: Наука, 1969. С. 530-534.
3. Геометрия / Большая Советская Энциклопедия. 2-е изд. М., 1952. С. 533.
4. Гиндикин С.Г. Идеи Плякера в современной математической физике / Историко-математические исследования. М.:Наука, 1986. Вып. XXX. С. 248-249
5. Голубцева Е.С., Завенягин К.А. Еще раз о "новых методиках" и хронологии древнего мира / Вопр. истории. 1983. 12. С. 68-83.
6. Достоевский Ф.М. Полное собрание соч.: В 30 тт.
7. Достоевский Ф.М. Собр. соч.: В 10 тт. М., 1958. С. 497-498.
8. Ефимов Н.В. Основания геометрии. М., 1978. С. 9-40, 242.
9. Каван В.Ф. Геометрия / Большая Советская Энциклопедия. 1-е изд. М., 1929.
10. Он же. Основания геометрии. М., 1949. Т. 1.
11. Кийко Е.И. Восприятие Достоевским неевклидовой геометрии / Достоевский : Материалы и исследования. Л.: Наука, 1986. С. 120-126.
12. Лаптев Б.Л., Розенфельд Б.А. Математики XIX века. М., 1981.
13. Марон И.А. Академик М.В. Остроградский как организатор преподавания математических наук в военно-учебных заведениях России / Историко-математические исследования. М.; Л., 1980. Вып. II.
14. Математическая энциклопедия: В 5-ти тт. М., 1976-1985.
15. Постников М.М., Фоленко А.Т. Новые методики статистического анализа нарративно-цифрового материала древней истории. М.: АН СССР, 1980. С. 30,32.
16. Программа дисциплин по специальности 2013 - математика для государственных университетов. М., 1986. С. 59.
17. Розенфельд Б.А. История неевклидовой геометрии. М. 1976.
18. Твардовская В.А. Идология пореформенного самодержавия: М.Н. Катков и его издания. М.; Наука, 1978.
19. Фришлендер Г.М. Достоевский: об итогах и перспективах изучения / Достоевский: Материалы и исследования. Наука, 1985. Вып. 6. С. 38.
20. Keenan E.L. The Kurbski-Groznyi spocrypha, Cambridge, Mass. 1971. P. 51.

Револьт Иванович Пименов

Родился 16 мая 1931 г., скончался в раковой клинике в Берлине 19 декабря 1990 г. После окончания матмеха Ленинградского университета в 1954 г. работал старшим редактором в Библиотеке АН СССР, ассистентом каф. математики Ленинградского технологического института пищевой промышленности. С 1963 по 1970 г.г. Р.И.Пименов работал научным сотрудником Ленинградского отделения математического института АН СССР, где вел научный семинар по математическим проблемам теории пространства-времени, читал лекции по геометрии студентам матмеха ЛГУ, защитил кандидатскую (1965 г.) и докторскую (1969 г.) диссертации по специальности "геометрия и топология". Однако в связи со своей мужественной правозащитной деятельностью он сумел получить в ВАК СССР свой докторский диплом только через 20 лет - в конце 1988 г. С 1972 г. и до своей кончины Р.И.Пименов работал в Коми филиале АН СССР (впоследствии - Коми научный центр Уральского отделения АН СССР).

Р.И.Пименов – ученый с мировым именем, он имеет крупнейшие научные достижения в области неевклидовой геометрии и теории относительности, его книги переведены на иностранные языки.

С юношеских лет Р.И.Пименов боролся за демократические преобразования в нашей стране. Он распространял листовки в связи с событиями 1956 г. в Венгрии, комментировал известный закрытый доклад Н.С.Хрущева на XX съезде КПСС, требовал проведения выборов по многомандатной системе – за что и был осужден на 10 лет заключения. В тюрьме он продолжал интенсивно размышлять над проблемами геометрии и получил важные результаты, которые сумел переправить в АН СССР. По ходатайству президента АН СССР М.В.Келдыша и поэта А.Т.Твардовского, он был освобожден после 6 лет заключения. Однако он мужественно продолжал свою правозащитную деятельность, за что в 1970 г. был выслан из Ленинграда и таким образом оказался в Сыктывкаре.

В 1990 г. он был избран народным депутатом РСФСР по 828 Эжвинскому округу и чрезвычайно интенсивно работал в Конституционной комиссии, внося весьма заметный вклад в разработку конституции РСФСР.

Револьт Иванович был исключительно талантливым человеком. Он отличался широчайшими гуманитарными интересами и глубокими познаниями в истории, социологии и политологии, знал целый ряд иностранных языков. Например, в последний год своей жизни он читал в Сыктывкарском университете блестящий курс лекций "История русской революции", который представлял собой изложение одной из его замечательных книг. Впрочем, большая часть его исторических и художественных сочинений в нашей стране еще не опубликована. Публикуемая статья (кстати сказать, отвергнутая в свое время редколлегией журнала "Природа") – лишь небольшая часть его замечательного литературного наследия.