Ф. А. СУКОЧЕВ, В. И. ЧИЛИН

КРИТЕРИЙ СХОДИМОСТИ В ПРАВИЛЬНЫХ НЕКОММУТАТИВНЫХ СИММЕТРИЧНЫХ ПРОСТАНСТВАХ

Тўғри коммутатив бўлмаган симметрик фазони $\{T_n\}$ элементларининг кетма-кетлиги фақат $\{T_n\}$ имкониятли яқинлашганда ва T_n тенг даражада абсолют узлуксиз меъёрга эга бўлганда яқинлашади. Шунингдек, $\{T_n\}$ элементларининг кетма-кетлигидаги яқинлашишнинг фазовий яқинлашиш билан алоқаси борлиги аниқланган.

Последовательность $\{x_n\}$ элементов банахова идеального пространства X с порядково непрерывной нормой сходится по норме в том и только том случае, когда $\{x_n\}$ сходится по мере и $\{x_n\}$ имеют равностепенно абсолютно непрерывные нормы (см., например, [5, с. 92]). В настоящей работе аналогичный результат получен для правильного некоммутативного симметричного пространства E. Установлена также связь сходимости последовательности $\{T_n\}$ из E со сходимостью перестановок $\{\mu_t(T_n)\}$. Используется терминология и обозначения теории алгебр фон Неймана из [13] и теории некоммутативного интегрирования из [9, 11, 12, 14].

Пусть M — полуконечная алгебра фон Неймана, μ — точный нормальный полуконечный след на M, $\mathcal{P}(M)$ — решетка всех проекторов из M, $K(M, \mu)$ — $*$-алгебра всех μ-измеримых операторов, присоединенных к M. Для каждого подмножества $E \subset K(M, \mu)$ положим $E_h = \{T \in E : T = T^*\}$, $E_+ = \{T \in E, T \geqslant 0\}$.

$T_n \xrightarrow{\mu} T$ означает, что последовательность $\{T_n\}$ из $K(M, \mu)$ сходится к T в топологии сходимости по мере τ. Для каждого $T \in K_h(M, \mu)$ запись $\{T > s\}$ соответствует спектральному проектору для T. Через $\mu_t(T)$ обозначим перестановку оператора $T \in K(M, \mu)$, т. е. функцию на $(0, \infty)$, определенную равенством

$$\mu_t(T) = \inf\{s > 0 : \mu(\{|T| > s\}) \leqslant t\}, \quad t > 0.$$

Линейное подпространство E в $K(M, \mu)$ с банаховой нормой $\|\cdot\|_E$ называется симметричным пространством на (M, μ), если из того, что $T \in E$, $S \in K(M, \mu)$ и $\mu_t(S) \leqslant \mu_t(T)$ для всех $t > 0$, следует, что $S \in E$ и $\|S\|_E \leqslant \|T\|_E$. Всякое симметричное пространство непрерывно вложено в $(K(M, \mu), \tau)$ [3] и имеют место непрерывные вложения [4] $L_1(M, \mu) \cap M \subset E \subset L_1(M, \mu) + M$, где $L_1(M, \mu)$ — банахово пространство всех μ-интегрируемых операторов из $K(M, \mu)$.

Норма $\|\cdot\|_E$ на симметричном пространстве E называется порядково непрерывной если для любой убывающей к нулю последовательности $\{T_n\}$ из E_+ следует, что $\|T_n\|_E \to 0$ при $n \to \infty$. Симметричное пространство с порядково непрерывной нормой называется правильным. Очевидно следующее

Предложение 1. Если $(E, \|\cdot\|_E)$ — правильное симметричное пространство, то $\mu_\infty(T) = \lim\limits_{t \to 0} \mu_t(T) = 0$ для всех $T \in E$.

Рассмотрим полуинтервал $[0, \mu(1))$ с мерой Лебега, где 1 — единица в M и для симметричного пространства E на M через $E(0, \alpha)$, где $\alpha = \mu(1)$, обозначим множество всех действительных измеримых функций f на $[0, \alpha)$, для которых существует такое $T_f \in E$, что $\mu_t(T_f) = \tilde{f}(t)$, $t > 0$ (для функций f из $L_1(\Omega, \Sigma, \mu) + L_\infty(\Omega, \Sigma, \mu)$ вместо $\mu_t(f)$ используется символ $\tilde{f}(t)$). Положим $\|f\|_{E(0, \alpha)} = \|T_f\|_E$.

Предложение 2. Если M — непрерывная алгебра фон Неймана, E — симметричное пространство на M, то $E(0, \alpha)$ — симметричное функциональное пространство на $[0, \alpha)$; при этом если норма $\|\cdot\|_E$ порядково непрерывна, то $\|\cdot\|_{E(0, \alpha)}$ — также порядково непрерывна.

Доказательство использует следующие две леммы.

Лемма 1. Пусть M — непрерывная алгебра фон Неймана,

$$T \in K_+(M, \mu), \quad p = \{T > \mu_\infty(T)\}, \quad N = pMp.$$

Тогда в N существует непрерывная коммутативная подалгебра фон Неймана $\mathcal{U}$, содержащая все проекторы $\{T > \lambda\}$, $\lambda > \mu_\infty(T)$, и такая, что сужение μ на $\mathcal{U}$ — σ-конечно (т. е. $p = \sup p_n$, $p_n \in \mathcal{P}(\mathcal{U})$, $\mu(p_n) < \infty$, $n = 1, 2, \ldots$).

Доказательство. Поскольку $p = \sup\{\{T > \lambda\} : \lambda > \mu_\infty(T)\}$ и $\mu(\{T > \lambda\}) < \infty$ при $\lambda > \mu_\infty(T)$, то в качестве $\mathcal{U}$ достаточно взять любую максимальную коммутативную $*$-подалгебру в N, содержащую все проекторы $\{T > \lambda\}$, $\lambda > \mu_\infty(T)$.

Отождествим $\mathcal{U}$ с $*$-алгеброй $L_\infty(\Omega, \Sigma, \mu)$, где (Ω, Σ, μ) — измеримое пространство с полной непрерывной σ-конечной мерой. Пространство $L_1(\mathcal{U}, \mu) + \mathcal{U}$ отождествляется с $L_1(\Omega, \Sigma, \mu) + L_\infty(\Omega, \Sigma, \mu)$, которое будем записывать в виде $L_1(\Omega)+L_\infty(\Omega)$. Пусть $x\in L_1(\Omega)+L_\infty(\Omega)$ и $E_1(x)=\{\omega\in\Omega:|x(\omega)|>\tilde{x}(\infty)\}$, $E_2(x)=\{\omega\in\Omega:|x(\omega)|=\tilde{x}(\infty)\}$. Положим $E(x)=E_1(x)$, если $\mu(E_1(x))=\infty$ и $E(x)=E_1(x)\cup E_2(x)$, если $\mu(E_1(x))<\infty$. Известно [8, с. 49], что в случае, когда $\mu(\Omega)<\infty$, для любого $x\in L_1(\Omega)$ существует такое сохраняющее меру отображение φ из Ω на $[0,\mu(\Omega)]$, что $|x(\omega)|=\tilde{x}(\varphi(\omega))$, $\omega\in\Omega$. Используя этот результат, легко устанавливается следующая

Лемма 2. Если $\mu(\Omega)=\infty$, то для любого $x\in L_1(\Omega)+L_\infty(\Omega)$ существует сохраняющее меру сюръективное отображение φ из $E(x)$ на $(0,\infty)$, для которого $|x(\omega)|=\tilde{x}(\varphi(\omega))$ при всех $\omega\in E(x)$.

Переходим к доказательству предложения 2. Пусть $\mathcal{U}$ — коммутативная алгебра фон Неймана из леммы 1, построеная для такого T из E, у которого $\{T>\mu_\infty(T)\}\neq 0$. Алгебру $\mathcal{U}$ отождествим с $L_\infty(\Omega,\Sigma,\mu)$ и рассмотрим сохраняющее меру отображение φ из $E(T)=\Omega$ на $(0,\alpha)$ (см. лемму 2). Для любого $f\in E(0,\alpha)$ положим $S_f(\omega)=f(\varphi(\omega))$, $\omega\in\Omega$. Тогда $S_f\in L_1(\Omega)+L_\infty(\Omega)\subset K(M,\mu)$ и $\mu_t(S_f)=\tilde{f}(t)$; откуда $S_f\in E$. Ясно, что $S_{\beta f+g}=\beta S_f+S_g$ для любых функций f, $g\in E(0,\alpha)$ и числа β. Следовательно, $E(0,\alpha)$ подпространство в $L_1(0,\alpha)+L_\infty(0,\alpha)$. Аналогично устанавливается, что $\|\cdot\|_{E(0,\alpha)}$ есть норма на $E(0,\alpha)$, при этом если $f\in E(0,\alpha)$, $g\in L_1(0,\alpha)+L_\infty(0,\alpha)$, $\tilde{g}(t)\leqslant\tilde{f}(t)$, $t>0$, то $g\in E(0,\alpha)$ и $\|g\|_{E(0,\alpha)}\leqslant\|f\|_{E(0,\alpha)}$. Пусть $\{f_n\}$ — фундаментальная последовательность в $(E(0,\alpha),\|\cdot\|_{E(0,\alpha)})$, тогда f_n сходится по мере к некоторой измеримой функции f на $(0,\alpha)$ [1, с. 139], и поэтому $\{\tilde{f}_n\}$ сходится к $\tilde{f}$ почти всюду [2, с. 93]. Поскольку последовательность $\{T_{f_n}\}$ фундаментальна в $(E,\|\cdot\|_E)$, то существует такое $T\in E$, что $\|T_{f_n}-T\|_E\to 0$ при $n\to\infty$. Следовательно, T_n сходится к T по мере [3], и поэтому $\mu_t(T_n)\to\mu_t(T)$ почти всюду [9, лемма 3.4]. Используя равенства $\mu_t(T_n)=\tilde{f}_n$, $n=1,2,\ldots$ получаем, что $\mu_t(T)=\tilde{f}$ почти всюду. Это означает, что $f\in E(0,\alpha)$, т. е. $\|\cdot\|_{E(0,\alpha)}$ — банахова норма. Таким образом $E(0,\alpha)$ — симметричное функциональное пространство на $(0,\alpha)$. Аналогично устанавливаеття правильность $E(0,\alpha)$ в случае, когда E правильно.

Лемма 3. Пусть E — правильное симметричное пространство на непрерывной алгебре фон Неймана M, T, $S\in K(M,\mu)$, T^*T, $S^*S\in E$. Тогда $T^*S\in E$ и $\|T^*S\|_E\leqslant\|T^*T\|_E^{1/2}\cdot\|S^*S\|_E^{1/2}$.

Доказательство Можно считать, что $\|T^*T\|_E=\|S^*S\|_E=1$. Запись $T\prec S$ означает, что $\int\limits_0^s\mu_t(T)\,dt\leqslant\int\limits_0^s\mu_t(S)\,dt$ для всех $s>0$. В силу следствия 2 из [6] имеем

$$\mu_t(T^*S)\prec\mu_t(T^*)\mu_t(S)=\mu_t(T)\mu_t(S)\leqslant 2^{-1}\left(\mu_t(T^*T)+\mu_t(S^*S)\right).$$

Пространство $\left(E(0,\alpha),\|\cdot\|_{E(0,\alpha)}\right)$ — правильно (см. предложение 2), поэтому оно интерполяционно [2]. Поскольку $2^{-1}\left(\mu_t(T^*T)+\mu_t(S^*S)\right)\in E(0,\alpha)$, то (см. [2]) функция $\mu_t(T^*S)$ также принадлежит $E(0,\alpha)$ и

$$\|\mu_t(T^*S)\|_{E(0,\alpha)} \leqslant 2^{-1}\left(\|\mu_t(T^*T)\|_{E(0,\alpha)} + \|\mu_t(S^*S)\|_{E(0,\alpha)}\right) = 1.$$

Таким образом, $T^*S \in E$ и $\|T^*S\|_E \leqslant 1$.

Предложение 3. Пусть E — правильное симметричное пространство на непрерывной алгебре фон Неймана M, $p_n \in \mathcal{P}(M)$, $p_n \downarrow 0$. Тогда $\|Tp_n\|_E \to 0$ при $n \to \infty$ для любого $T \in E$.

Доказательство. Достаточно показать, что $\|Tp_n\|_E \to 0$ для каждого $T \in E_+$. Положим $S_n = p_n \sqrt{T}$. Имеем $S_n S_n^* = p_n T p_n \in E$, $n = 1, 2, \ldots$ Так как $\mu_t(S_n S_n^*) = \mu_t(S_n^* S_n)$ [14], то $\sqrt{T} p_n \sqrt{T} = S_n^* S_n \in E$. Поскольку $\sqrt{T} p_n \sqrt{T} \downarrow 0$, то $\|p_n T p_n\|_E = \|\sqrt{T} p_n \sqrt{T}\|_E \to 0$ при $n \to \infty$. В силу леммы 3 $\|Tp_n\|_E = \|\sqrt{T}(\sqrt{T} p_n)\|_E \leqslant \|T_n\|_E^{1/2} \|p_n T p_n\|_E^{1/2} \to 0$ при $n \to \infty$.

Будем говорить, что последовательность $\{T_n\}$ из симметричного пространства E на M имеет равностепенно абсолютно непрерывные нормы (р.а.н.н.), если $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}} \sup\limits_{m\geqslant 1} \|T_m p_n\|_E = 0$ для любой убывающей к нулю последовательности проекторов $\{p_n\}$ из M.

Теорема 1. Пусть E — правильное симметричное пространство на непрерывной алгебре фон Неймана M, T_n, $T \in E$, $n = 1, 2, \ldots$. Тогда $\|T_n - T\|_E \to 0$ в том и только том случае, когда $T_n \xrightarrow{\mu} T$ и $\{T_n\}$ имеет р.а.н.н.

Доказательство. Если $\|T_n - T\|_E \to 0$, то $T_n \xrightarrow{\mu} T$ [3], и в силу предложения 3 $\{T_n\}$ имеет р.а. н.н. $T_n \xrightarrow{\mu} T$ и $\{T_n\}$ имеет р.а.н.н. Используя предложение 3 и непрерывность модуля в топологии сходимости по мере [7], можно считать, что $T_n \xrightarrow{\mu} 0$ и $T_n \geqslant 0$, $n = 1$, 2, ... Положим $e = \sup\limits_{n\geqslant 1} \sup\limits_{\lambda>0} \{T_n > \lambda\}$. Ясно, что $T_n e = T_n$ для любого $n = 1, 2, \ldots$ В силу предложения 1 $\mu(\{T_n > \lambda\}) < \infty$ для всех $\lambda > 0$ и $n = 1, 2, \ldots$ Поэтому сужение μ на eMe — σ-конечно. Выберем такую последовательность проекторов $f_n \uparrow e$, что $\mu(f_n) < \infty$, $n = 1, 2, \ldots$ Зафиксируем произвольное число $\varepsilon > 0$. Поскольку $\{T_n\}$ имеет р.а.н.н., то существует такое n_0, что

$$\|(e - f_{n_0}) T_m\|_E = \|T_m(e - f_{n_0})\|_E < \varepsilon$$

при всех $m = 1, 2, \ldots$ Таким образом,

$$\|T_m\|_E = \|eT_m\|_E \leqslant \|f_{n_0} T_m\|_E + \varepsilon, \quad m = 1, 2, \ldots$$

Так как $S_m = f_{n_0} T_m \xrightarrow{\mu} 0$ при $m \to \infty$, то, переходя к подпоследовательности, можно предполагать, что для некоторой последовательности проекторов q_m имеем $S_m q_m \in M$, $\|S_m q_m\|_M < 2^{-m}$, $\mu(\mathbf{1} - q_m) < 2^{-m}$, $m = 1, 2, \ldots$ Положим $p_m = \inf\limits_{i\geqslant m} q_i$. Поскольку $\mu(\mathbf{1} - p_m) < 2^{-m+1}$, то $p_m \uparrow \mathbf{1}$. Ясно также, что $\|S_m p_n\|_M \to 0$ при $m \to \infty$ и любом фиксированном n. Далее $S_m p_n \in L_1(M, \mu)$ и

$$\|S_m p_n\|_{L_1(M,\mu)} = \|f_{n_0} S_m p_n\|_{L_1(M,\mu)} \leqslant \|f_{n_0}\|_{L_1(M,\mu)} \|S_m p_n\|_M =$$
$$= \mu(f_{n_0}) \|S_m p_n\|_M \to 0$$

при $m \to \infty$ и фиксированном n, т. е. $\|S_m p_n\|_0 \to 0$, где $\|\cdot\|_0$ — норма в пространстве $L_1(M, \mu) \cap M$. В силу непрерывности вложения этого пространства в E получим, что $\|S_m p_n\|_E \to 0$ при $m \to \infty$ и фиксированном n. Опять, используя р.а.н.н. для последовательности $\{T_m\}$, выберем номер n_1 так, чтобы $\|S_m(1-p_{n_1})\|_E < \varepsilon$ для всех $m=1, 2, \ldots$, тогда

$$\underline{\lim}\|T_m\|_E \leqslant \overline{\lim}\|S_m\|_E + \varepsilon \leqslant \overline{\lim}\|S_m p_{n_1}\|_E +$$

$$+\overline{\lim}\|S_m(1-p_{n_1})\|_E + \varepsilon \leqslant 2\varepsilon.$$

Следствие. Если в условиях теоремы 1 $\|T_n - T\|_E \to 0$, то $\||T_n| - |T|\|_E \to 0$.

Укажем на связь сходимости последовательности $\{T_n\}$ из симметричного пространства со сходимостью их перестановок $\{\mu_t(T_n)\}$.

Теорема 2. Пусть E — симметричное пространство на непрерывной алгебре фон Неймана (M, μ) с порядково непрерывной нормой, $\alpha = \mu(1)$, T_n, $T \in E$. Тогда $\|T_n - T\|_E \to 0$ в том и только том случае, когда $T_n \xrightarrow{\mu} T$ и $\|\mu_t(T_n) - \mu_t(T)\|_{E(0, \alpha)} \to 0$ при $n \to \infty$.

Доказательство. Если $\|T_n - T\|_E \to 0$, то $T_n \xrightarrow{\mu} T$ (см. теорему 1), а из соотношения $\mu_t(T_n) - \mu_t(T) \prec \mu_t(T_n - T)$ [10] и интерполяционности пространства $E(0, \alpha)$ (см. предложение 2 и [2]) вытекает, что

$$\|\mu_t(T_n) - \mu_t(T)\|_{E(0, \alpha)} \leqslant \|\mu_t(T_n - T)\|_{E(0, \alpha)} = \|T_n - T\|_E \to 0$$

при $n \to \infty$,

Предположим, что $T_n \xrightarrow{\mu} T$ и $\|\mu_t(T_n) - \mu_t(T)\|_{E(0,\alpha)} \to 0$. Будем считать, что $\alpha = \infty$ (в случае $\alpha < \infty$ доказательство проводится аналогично). Зададимся произвольным числом $\varepsilon > 0$, а через g_r обозначим характеристическую функцию полуинтервала $[r, \infty)$. Поскольку $\{\mu_t(T_n)\}$ имеют р.а.н.н. и норма в $E(0, \alpha)$ порядково непрерывна, то существует такое число $r > 0$, что $\|\mu_t(T_n) g_r\|_{E(0, \alpha)} < \varepsilon$ для всех $n = 0, 1, \ldots$ (считаем, что $T_0 = T$). Пусть $p_n = \{|T_n| > 0\}$, $N_n = p_n M p_n$ и $\mathcal{U}_n$ — непрерывная коммутативная подалгебра фон Неймана в N_n, содержащая все проекторы $\{|T_n| > \lambda\}$, $\lambda > 0$ (см. лемму 1). Алгебра $\mathcal{U}_n$ отождествляется с алгеброй $L_\infty(\Omega_n, \Sigma_n, \mu_n)$, а пространство $L_1(\mathcal{U}_n, \mu) + \mathcal{U}_n$ с пространством $L_1(\Omega_n) + L_\infty(\Omega_n)$. По лемме 2 существуют сохраняющие меру сюръективные отображения φ_n из $E(T_n) = \Omega_n$ на $(0, \alpha_n)$, где $\alpha_n = \mu_n(\Omega_n)$, такие, что $|T_n|(\omega) = \tilde{T}_n(\varphi_n(\omega))$, $\omega \in \Omega_n$, $n = 0, 1, \ldots$. Положим $f_n(\omega) = g_r(\varphi_n(\omega))$, $\omega \in \Omega_n$. Тогда f_n — проектор в $\mathcal{U}_n$, и

$$(|T_n| f_n)(\omega) = |T_n|(\omega) f_n(\omega) = (\tilde{T}_n g_r)(\varphi_n(\omega))$$

для всех $\omega \in \Omega_n$, $n = 0, 1, \ldots$, отсюда

$$\|T_n f_n\|_E \leqslant \||T_n| f_n\|_E = \|\mu_t(T_n) g_r\|_{E(0, \alpha)} < \varepsilon,$$

$n=0, 1, \ldots$. Положим $e_n = p_n - f_n = (1-g_r)(\varphi_n(\omega))$, $\omega \in \Omega_n$. Ясно, что $\mu(e_n)=r$ для всех $n=0, 1, \ldots$ Положим далее $r_n=(1-e_n) \wedge \wedge (1-e_0)$, $n=0, 1, \ldots$ Используя равенство $T_n p_n = T_n$, получаем, что

$$\|T_n r_n\|_E = \|T_n(1-e_n)r_n\|_E = \|T_n f_n r_n\|_E < \varepsilon, \quad n=0, 1, \ldots$$

Так как $T_n^* \xrightarrow{\mu} T^*$ и $\sup\limits_{n\geqslant 1}\|e_n \vee e_0\| < 1$, то $(e_n \vee e_0)(T_n^* - T^*) \xrightarrow{\mu} 0$. Переходя к подпоследовательности, используя неравенство $\mu(e_n \vee e_0) < 2r$ при всех $n=1, 2, \ldots$ и повторяя доказательство теоремы 1, найдем такую последовательность проекторов $q_m \uparrow 1$, что $\mu(1-q_m)<\infty$ и $\left\|(e_n \vee e_0)(T_n^* - T^*)q_m\right\|_E \to 0$ при $n \to \infty$ и любом фиксированном m. Поскольку (см. [6]) $\mu_t\left(T_n^*(1-q_m)\right) \prec \mu_t(T_n)\mu_t(1-q_m)$, то из интерполяционности пространства $E(0, \alpha)$ вытекает, что $\left\|T_n^*(1-q_m)\right\|_E \leqslant \|\mu_t(T_n)\mu_t(1-q_m)\|_{E(0,\alpha)}$. Так как $\mu_t(1-q_m)$ есть характеристическая функция множества $(0, \mu(1-q_m))$, то из р.а.н.н. последовательности $\{\mu_t(T_n)\}$ вытекает существование такого m_0, что $\|\mu_t(T_n)\mu_t(1-q_{m_0})\|_{E(0,\alpha)} < \varepsilon$ для всех $n=0, 1, \ldots$. Таким образом, $\left\|(e_n \vee e_0)(T_n^* - T^*)(1-q_{m_0})\right\|_E < 2\varepsilon$ для любого $n=1, 2, \ldots$ Следовательно, существует такой номер $n(\varepsilon)$, что $\|(T_n - T) \times \times (e_n \vee e_0)\|_E = \left\|(e_n \vee e_0)(T_n^* - T^*)\right\|_E < 3\varepsilon$ при $n \geqslant n(\varepsilon)$. Отсюда $\|T_n - T\|_E \leqslant \|(T_n - T)(e_n \vee e_0)\|_E + \|(T_n - T)r_n\|_E < 5\varepsilon$ для $n \geqslant n(\varepsilon)$. Это означает, что $\|T_n - T\|_E \to 0$ при $n \to \infty$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. М.: Наука. 1977. 742 с.
2. Крейн С. Г., Петунин Ю. И., Семенов Е. М. Интерполяция линейных операторов. М.: Наука. 1978. 400 с.
3. Овчинников В. И.//Труды НИИ матем. ВГУ. 1971. Вып. 3. С. 88—107.
4. Овчинников В. И.//Докл. АН УзССР. 1970. Т. 191. № 4. С. 769—771.
5. Справочная математическая библиотека. Функциональный анализ/Под ред. С. Г. Крейна. М.: Наука. 1972. 544 с.
6. Сукочев Ф. А., Чилин В. И.//Изв. АН УзССР. Сер. физ.-мат. наук. 1988. № 4. С. 44—50.
7. Тихонов О. Е.//Изв. вузов. Математика. 1987. № 1. С. 77—79.
8. Chong K. H., Rice N. M.//Queen's papers. Pure Appl. Math. 1971. V. 28. P. 1—177.
9. Fack T., Kosaki H.//Pacific J. Math. 1986. V. 122. P. 269—300.
10. Hiai F., Nakamura Y.//Math. Z. 1987. V. 195. P. 17—27.
11. Nelson E.//J. Funct. Anal. 1974. V. 15. P. 109—116.
12. Segal I. E.//Ann. Math. 1953. V. 57. P. 401—457.
13. Takesaki M. Theory of operator algebras. I. New York: Springer Verlag. 1979. 1979. 416 p.
14. Yeadon F. T.//Proc. Cambridge Phil. Soc. 1975. V. 77. P. 91—102.

Ташкентский государственный университет
имени В. И. Ленина

Поступила
16. 04. 89