III.3 Transformacja Lorentza położenia i pędu cd.

- Interwał, geometria czasoprzestrzeni
- Konsekwencje tr. Lorentza: dylatacja czasu i kontrakcja długości

Geometria czasoprzestrzeni- interwał.

Ponieważ prędkość światła wynosi c w U i U′ właściwie nie musimy dowodzić, że wyrażenie zwane interwałem:

$$s^2 = (ct)^2 - \left(x^2 + y^2 + z^2\right)$$

przedstawiające równanie frontu fali świetlnej wychodzącej z O w chwili t=0 jest <u>niezmiennikiem transformacji Lorentza:</u>

$$s^2 = (ct)^2 - \left(x^2 + y^2 + z^2\right) = s'^2 = (ct')^2 - \left(x'^2 + y'^2 + z'^2\right)$$

Można to sprawdzić bezpośrednim rachunkiem, stosując wzory na ct′ i x′ wyprowadzone powyżej.

Interwał dwóch zdarzeń

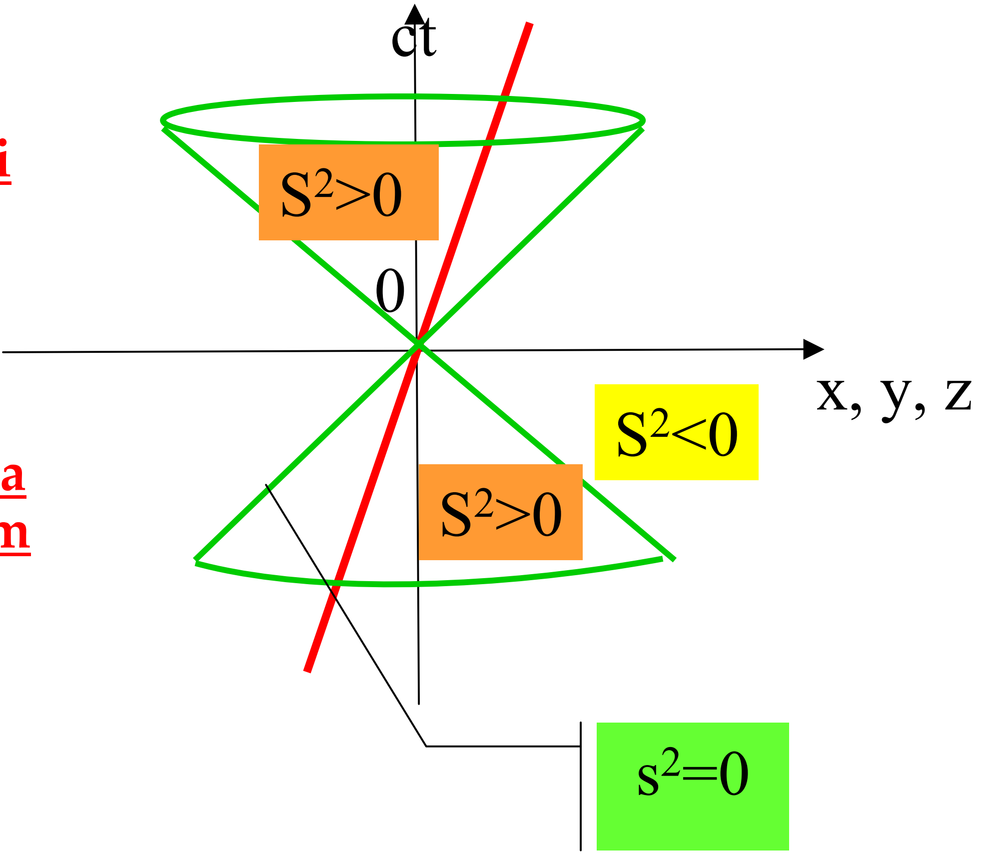
Interwał dwóch zdarzeń, P_1 i P_2 , $-\Delta s^2 = s_{12}{}^2$ tworzymy w następujący sposób:

$$\Delta s^2 = s_{12}{}^2 = \left(c\Delta t\right)^2 - \left(\Delta\vec{r}\right)^2$$

Δs^2 jest niezmiennikiem Transformacji Lorentza, a więc m.in.. żadna transformacja Lorentza nie może zmienić znaku Δs^2 czyli zmienić związku przyczynowo- skutkowego dwóch zdarzeń.

Podział przestrzeni Minkowskiego na obszary o ustalonym znaku interwału s^2

- $s^2>0$ – interwał czasopodobny, obszary przeszłości i przyszłości
- $s^2<0$ – interwał przestrzennopodobny, obszar teraźniejszości
- $s^2=0$ interwał zerowy, stożek świetlny, zdarzenia, które można połączyć z 0 sygnałem świetlnym



Znak interwału i przyczynowośc

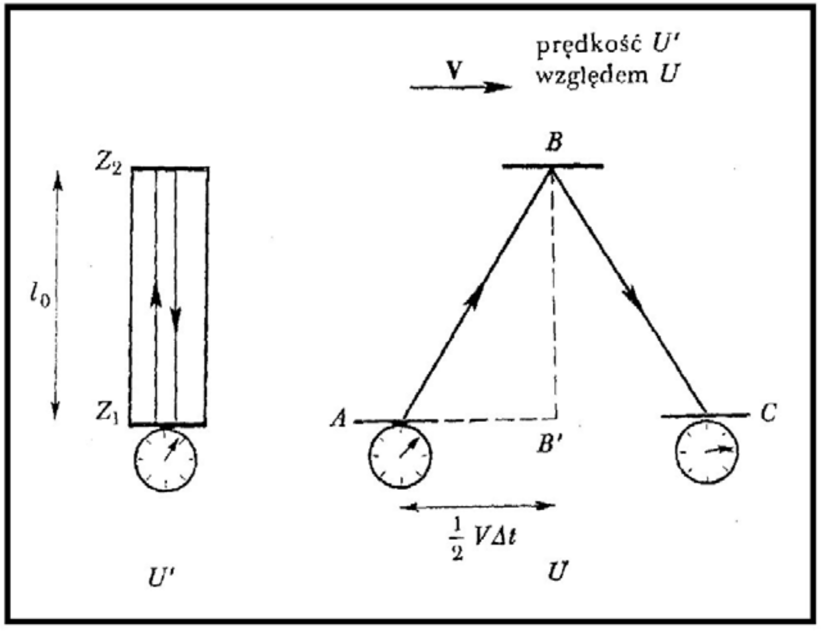
Pary zdarzeń możemy więc podzielić na:

– czasopodobne $\Delta s^2 > 0$, mogące pozostawać w związku przyczynowo- skutkowym. **Możemy znaleźć taki UO, że oba zdarzenia zachodzą w tym samym miejscu ale w różnych czasach. Nie możemy odwrócić kolejności zdarzeń w żadnym UO.**

–przestrzennopodobne $\Delta s^2 < 0$, nie mogące pozostawać w takim związku. **Możemy znaleźć taki UO, że oba zdarzenia zachodzą w tym samym czasie ale w różnych miejscach.**

–Zerowe, na stożku świetlnym $\Delta s^2 = 0$

Dylatacja czasu



W U′ znajduje się zegar „radarowy”: światło biega między zwierciadłami Z_1 i Z_2, licznik zlicza przyjścia impulsu świetlnego do Z_1. Stąd $\Delta t' = 2l_0/c$.

W układzie U, w którym zegar porusza się z prędkością V, światło pokonuje dłuższą drogę i dostaje on $\Delta t = 2l_0/\sqrt{c^2 - V^2}$

Dla obserwatora O zegar O′ chodzi wolniej:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma \Delta t'$$

Pozorny brak symetrii

Dlaczego w układzie poruszającym czas miałby płynąć wolniej? Czy wszystkie układy nie są równoważne? Żaden nie powinien być wyróżniony.

W rozważanym zagadnieniu sytuacja nie jest symetryczna:

- **W układzie spoczynkowym zegara U′ pomiar następuje w 1 miejscu, O′ używa więc jednego zegara.**
- **W układzie U obserwator musi użyć dwóch zsynchronizowanych zegarów w dwóch miejscach.**
- **Zegary O nie są poprawnie zsynchronizowane dla O′.**
- **O′ także stwierdzi, że względem jego zsynchronizowanych zegarów czas O płynie wolniej.**

Dylatacja czasu odgrywa ważną rolę w świecie nietrwałych cząstek elementarnych

Miony- nietrwałe leptony o średnim czasie życia $\tau = 2.2\,\mu s$ **rozpadają się wg. schematu:**

$$\mu^{+} \rightarrow e^{+}\nu_{e}\bar{\nu}_{\mu}$$

$$\mu^{-} \rightarrow e^{-}\bar{\nu}_{e}\nu_{\mu}$$

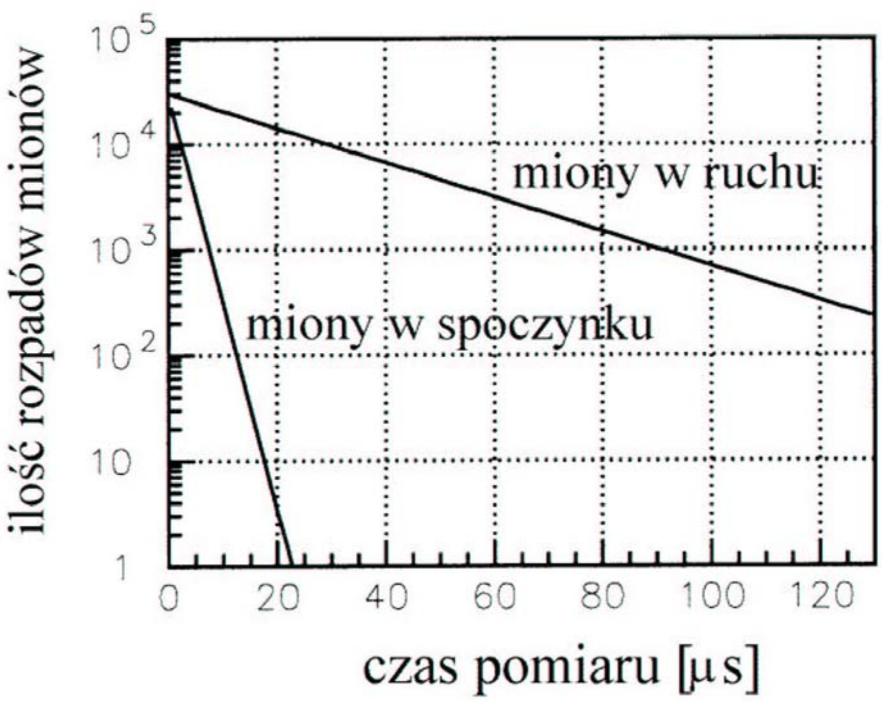
Liczba mionów pozostałych po czasie t- N(t) opisywana jest prawem zaniku promieniotwórczego:

$$N(t) = N_{0}e^{-t/\tau}$$

Energetyczne miony wytwarzane są na dużych wysokościach w atmosferze w rozpadów mezonów π, które powstały w oddziaływaniach wysokoenergetycznego promieniowania kosmicznego z atmosferą.

Gdyby nie było dylatacji czasu średni zasięg mionów byłby mniejszy od $c\tau = 658\,\mathrm{m}$ **.**

W wyniku dylatacji czasu miony żyją w układzie Ziemi γ>1 razy dłużej. Dla mionów o znacznych pędach czynnik γ może wynosić kilka tysięcy; takie miony z łatwością docierają do powierzchni Ziemi.



Dylatacja czasu...

w czasie lotów samolotem dookoła Ziemi została bezpośrednio zmierzona za pomocą dokładnych zegarów atomowych w 1972 w eksperymencie Hafele i Keatinga. Wyniki potwierdziły wzór na dylatację czasu.

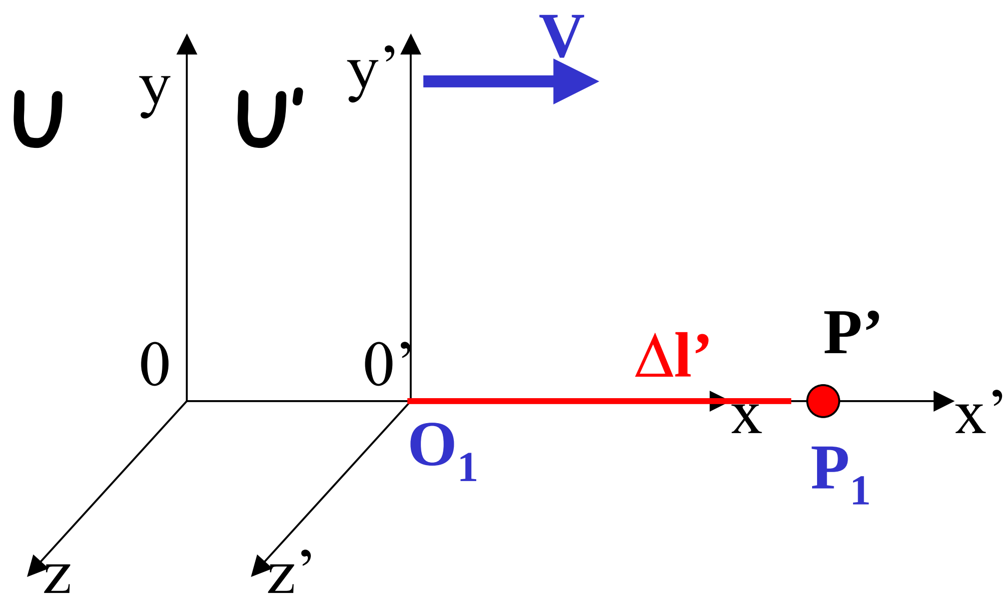
Obserwator O w U chce zmierzyć odcinek O′P′ o długości $\Delta l'$ spoczywający w U′.

Obserwator O musi <u>jednocześnie</u> wyznaczyć położenia końców poruszającego się odcinka w swoim układzie.

Może posłużyć się siecią zsynchronizowanych zegarów w pobliżu punktów O_1 i P_1 oraz sygnałami radarowymi.

Skrócenie Lorentza

W U w czasie t_O:
O' przelatuje w pobliżu O_1
P' przelatuje w pobliżu P_1



cd...

Współrzędne w U	Współrzędne w U′
$x_{O'}=x_O$, $t_{O'}=t_O$	$x'_{O'}=0$, $t'_{O'}=t'_1$
$x_{P'}=x_P$, $t_{P'}=t_{O'}$	$x'_{P'}=x'=\Delta l'$, $t'_{P'}=t'$

Stosując tr. Lorentza z U do U′ otrzymujemy:

$$x'_{O'} = 0 = \gamma\left(x_{O'} - Vt_{O'}\right)$$

$$\Delta l' = x'_{P'} = \gamma\left(x_{p'} - Vt_{O'}\right)$$

$$\Delta l' = x'_{P'} - x'_{O'} = \gamma\left(x_{p'} - x_{O'}\right) = \gamma\Delta l$$

Obserwator O zmierzy krótszą długość niż Obserwator O’, w którego układzie obiekt spoczywa.

Pomiar długości i fotografia (widzenie)...

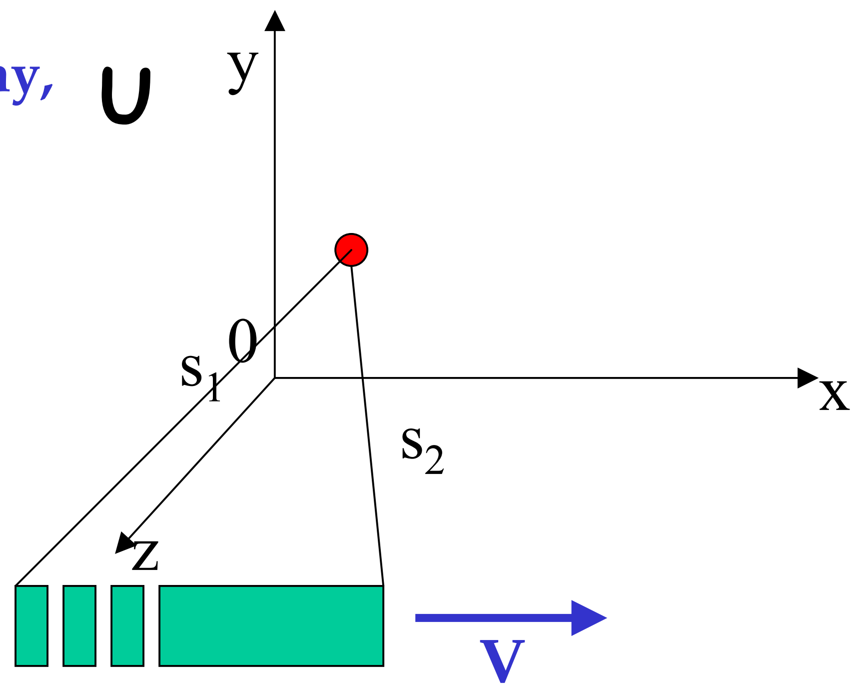
Obrazy poruszających się przedmiotów powstają gdy fotony z ich punktów docierają niemal jednocześnie do migawki aparatu.

Drogi, które przebywają fotony są, na ogół, różne.

Do migawki docierają więc fotony, które niejednocześnie opuściły końce fotografowanego obiektu.

Nastąpi deformacja kształtu obiektu.

Istnieje więc zasadnicza różnica miedzy pomiarem długości i widzeniem czy fotografią.



Fotografia relatywistyczna

Więcej informacji i obliczenia znajdują się w artykule:

R. Weinstein, Am. Journal of Physics, **28**, 607, (1960)

Względność równoczesności

Kontrakcja długości i dylatacja czasu są zjawiskami spowodowanymi przez pomiar zjawisk równoczesnych w jednym układzie odniesienia, które nie są równoczesne w drugim UO, lub zjawisk zachodzących w tym samym miejscu w jednym UO, a w dwóch miejscach w drugim UO.

Z rozważań nad tymi dwoma zjawiskami można wysnuć ogólny wniosek, że zjawiska równoczesne w pewnym UO na ogół nie są równoczesne w innych UO. Jest to t.zw. względność równoczesności