

IV.4.4 Ruch w polach elektrycznym i magnetycznym. Siła Lorentza. Spektrometry magnetyczne

Pole elektryczne i magnetyczne

Pole elektryczne

charakteryzujemy wektorem natężenia pola $\mathbf{E}=\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$.

$$[\mathbf{E}]=\text{N/C}=\text{kg} \cdot \text{m/s}^3 \cdot \text{A}=\text{V/m}$$

Siła działająca na cząstkę obdarzoną elektrycznym ładunkiem Q wynosi:

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{el}} = Q\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t)$$

Pole magnetyczne

charakteryzujemy wektorem indukcji magnetycznej $\mathbf{B}=\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$.

$$[\mathbf{B}]=\text{Ns/Cm}=\text{kg/s}^2 \cdot \text{A}; 1\text{Tesla}$$

Siła działająca na cząstkę o ładunku elektrycznym Q wynosi:

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{magn}} = Q\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{r}}, t)$$

Razem oba człony wyrażają siłę Lorentza:

$$\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_{\text{elektr}} + \vec{\mathbf{F}}_{\text{magn}} = Q\left(\vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}\right)$$

Ruch w jednorodnym polu elektrycznym

Rozwiązując r. ruchu
dostajemy następujące
rozwiązanie w obszarze
jednorodnego pola E:

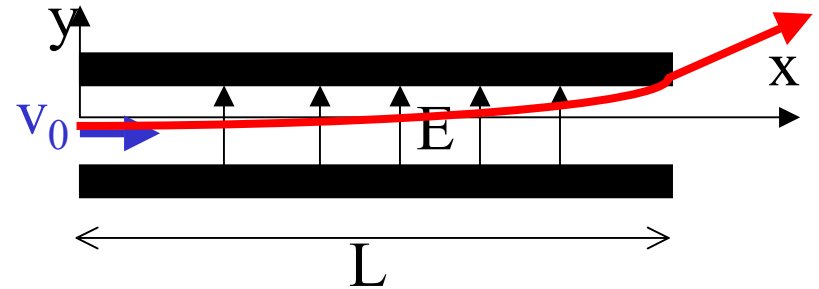
$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = QE$$

$$x = v_0 t$$

$$y = \frac{QE}{m} \frac{t^2}{2}$$

$$z = 0$$

Ruch z tymi warunkami
początkowymi jest płaski w
płaszczyźnie XOY



Działa stała siła:

$$\vec{F}_E = Q\vec{E}$$

Warunki początkowe:

$$x_0 = y_0 = z_0 = 0$$

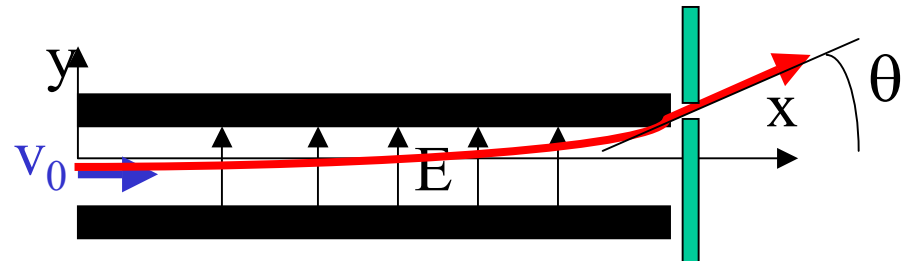
$$v_{x0} = v_0; v_{y0} = v_{z0} = 0$$

Ruch w jednorodnym polu elektrycznym cd. Selektory prędkości

Można obliczyć kąt θ pod jakim wylatuje cząstka z obszaru pola elektrycznego:

$$\operatorname{tg} \theta = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=L} = \frac{QEL}{mv_0^2}$$

Widać, że ustawiając kolimator poziomy na odpowiedniej wysokości za obszarem pola elektrycznego możemy wybrać cząstki o określonym $\operatorname{tg} \theta$, a więc o określonej prędkości.



Jeszcze lepszym selektorem prędkości jest konfiguracja skrzyżowanych pól E i B prostopadłych do wektora prędkości. Cząstki o prędkości $v=E/B$ poruszają się w takim urządzeniu po linii prostej.

Ruch w jednorodnym polu magnetycznym B

Równanie ruchu rozpisane na składowe:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = QB \frac{dy}{dt}$$

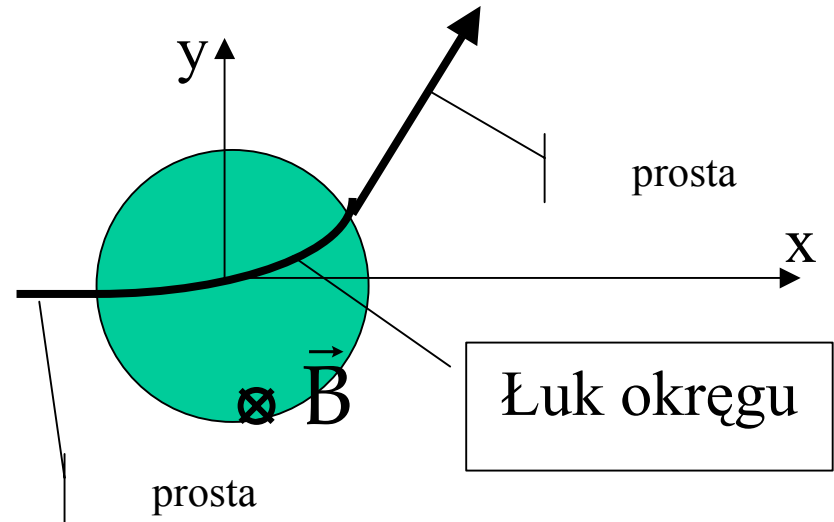
$$m \frac{d^2y}{dt^2} = -QB \frac{dx}{dt}$$

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = 0$$

Warunki początkowe:

$$x_0 = y_0 = z_0 = 0$$

$$v_{x0} \neq 0; v_{y0} \neq 0; v_{z0} \neq 0$$



W płaszczyźnie prostopadłej do pola B ruch w obszarze pola jest ruchem jednostajnym po okręgu. Częstość kołowa tego ruchu wynosi:

$$\omega = \frac{QB}{m}$$

Ruch w jednorodnym polu magnetycznym \mathbf{B} cd.

R. ruchu możemy raz prosto scałkować po czasie bo:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} - \omega y \right) &= 0 & \frac{dx}{dt} &= \omega y + v_{0x} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dt} + \omega x \right) &= 0 & \text{daje} & \frac{dy}{dt} = -\omega x + v_{0y} \\ \frac{d^2 z}{dt^2} &= 0 & \frac{dz}{dt} &= v_{0z} \end{aligned}$$

Z 1-szego rozwiązania wyznaczamy

$$y = \frac{1}{\omega} \frac{dx}{dt} - \frac{v_{0x}}{\omega}$$

Po wstawieniu do drugiego rozwiązania:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega} \frac{d^2 x}{dt^2} &= -\omega x + v_{0y} \\ \frac{d^2}{dt^2} \left(x - \frac{v_{0y}}{\omega} \right) - \omega^2 \left(x - \frac{v_{0y}}{\omega} \right) &= 0 \end{aligned}$$

$$x(t) = \frac{v_{0y}}{\omega} + C_x \cos(\omega t + \phi)$$

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{v_{0x}}{v_{0y}}; \quad C_x = -\sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} / \omega = -v_{0\perp} / \omega$$

Podstawiając do 1-szego rozwiązania:

$$y = -\frac{v_{0x}}{\omega} + \frac{v_{0\perp}}{\omega} \sin(\omega t + \phi)$$

Ruch w jednorodnym polu magnetycznym \mathbf{B} cd.

Wreszcie znajdujemy $z(t)$:

$$z(t) = v_{0z} t = v_{0\parallel} t$$

Podnosząc rozwiązania na x i y do kwadratu eliminujemy zależność od czasu i dostajemy:

$$\left(x - \frac{v_{0y}}{\omega}\right)^2 + \left(y + \frac{v_{0x}}{\omega}\right)^2 = \frac{v_{0\perp}^2}{\omega^2} = r^2 = \left(\frac{mv_{0\perp}}{QB}\right)^2$$

Ruch w płaszczyźnie XOY jest ruchem jednostajnym po okręgu o **promieniu cyklotronowym** r .

Ruch w przestrzeni jest ruchem jednostajnym po spirali (helisie).

Jednorodne pole magnetyczne jak widać nie zmienia wartości prędkości cząstki.

Zachodzi ważny związek:

$$Br = mv_{0\perp} / Q$$

Pomiar promienia krzywizny toru w jednorodnym polu magnetycznym może więc posłużyć do pomiaru pędu w płaszczyźnie prostopadłej do pola. Jest to podstawa działania wszelkich **spektrometrów magnetycznych** cząstek naładowanych.

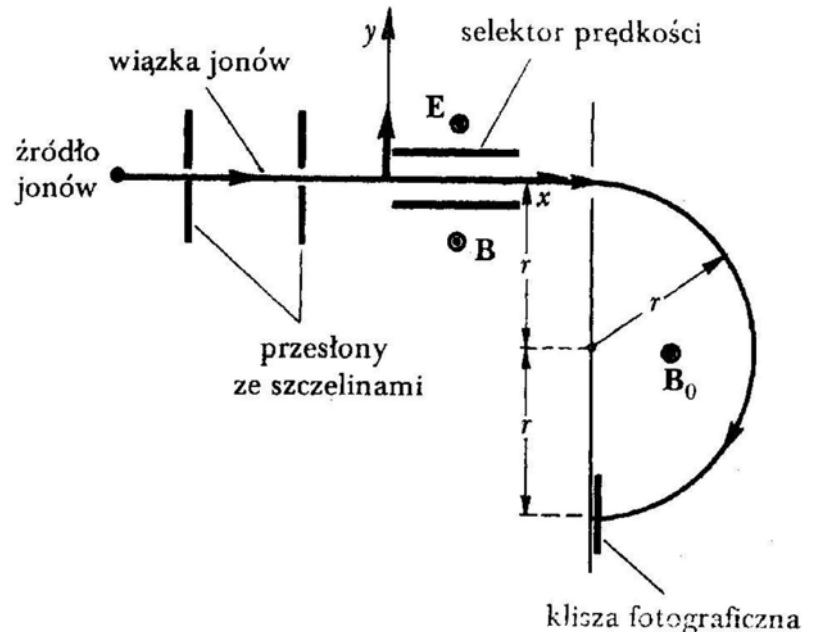
Ruch w jednorodnych polach magnetycznym \mathbf{B} i elektrycznym \mathbf{E}

Wykorzystywany jest w zastosowaniach praktycznych w fizyce jądrowej i fizyce cząstek elementarnych do:

- separacji izotopów
- spektrometrii masowej
- pomiaru pędu cząstek naładowanych.
- Selekcji prędkości cząstek naładowanych

Różne konfiguracje przestrzenne pól \mathbf{E} i \mathbf{B} wykorzystywane są do różnych celów. Kilka przykładów podamy poniżej, inne są przeliczone w podręczniku Wróblewskiego i Zakrzewskiego t.I

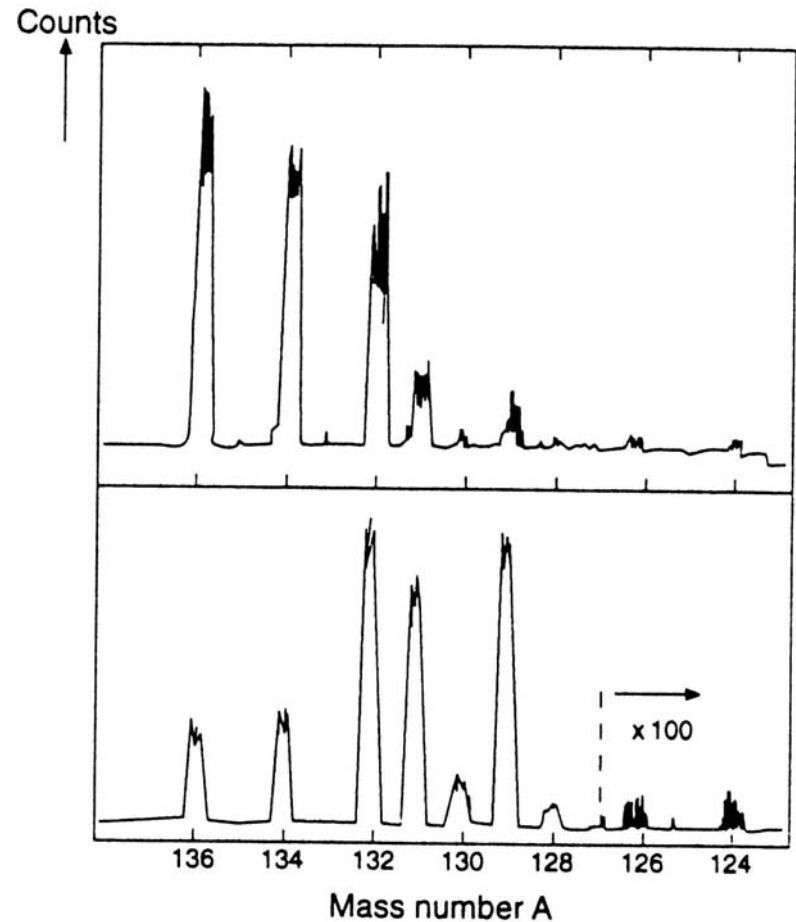
Przykład: spektrometr masowy Bainbridge'a



Widmo mas izotopów ksenonu

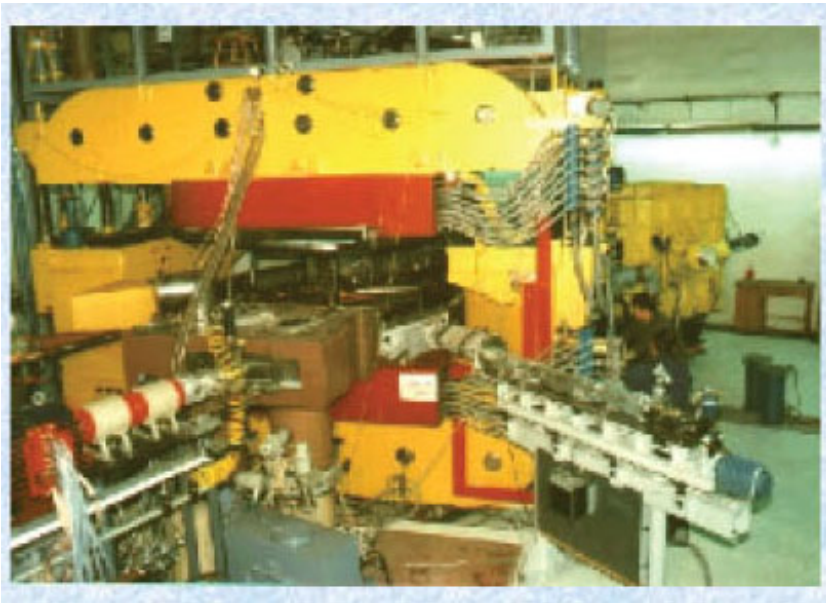
Na górnym rysunku: widmo mas izotopów ksenonu ze skał
(pochodzą z rozpadu uranowców)

Na dolnym rysunku: widmo mas izotopów ksenonu w powietrzu

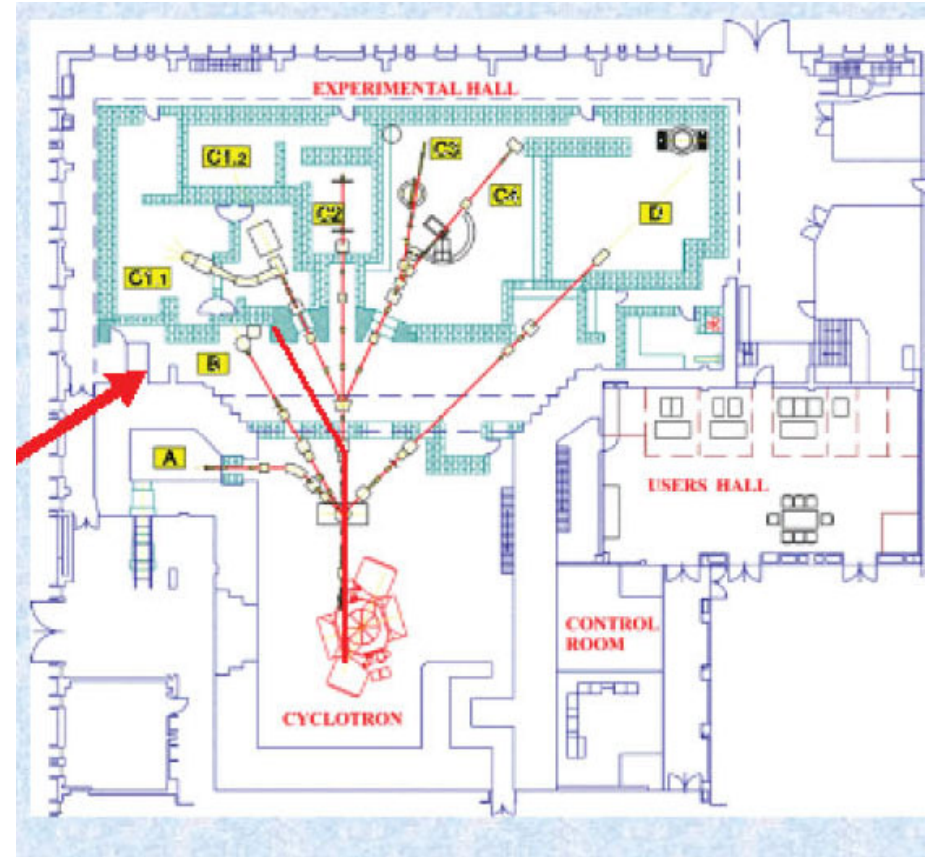


Separator WIGISOL przy warszawskim cyklotronie

Cyklotron i wyprowadzenia wiązki



Hala eksperymentalna



Spektrometr beta w Troitsku k/ Moskwy

Pomiar pędów elektronów $\sim 18000 \text{ eV/c}$

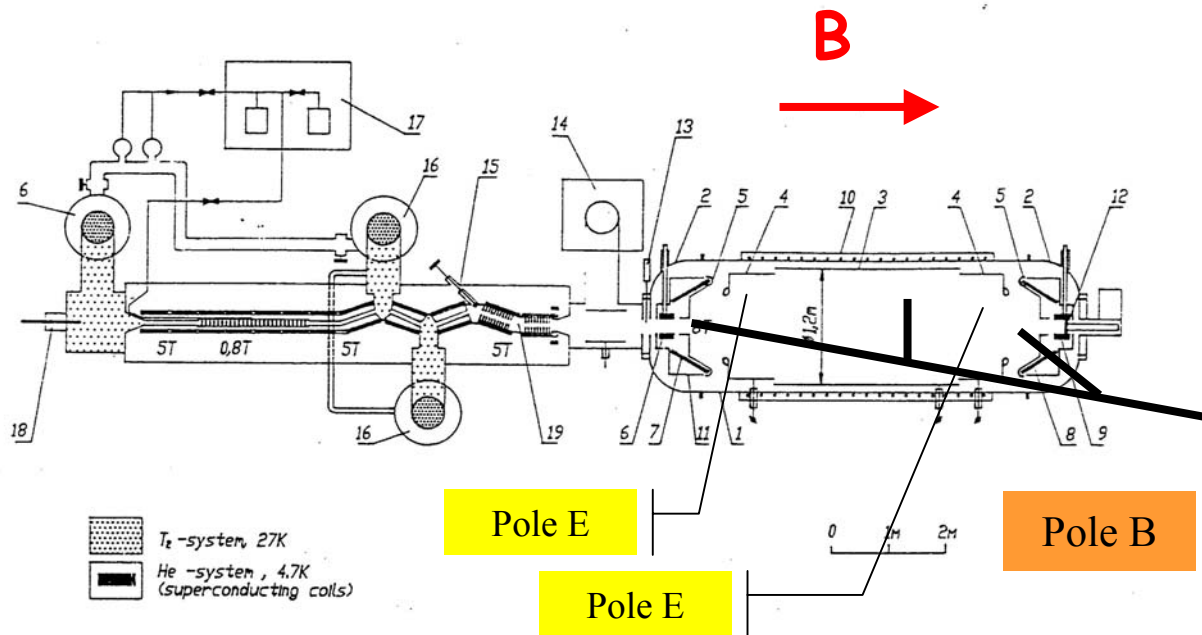


Fig. 1. Experimental set-up. 1,2 - vacuum tank; 3,4 - electrostatic analyzer; 5 - grounded electrode; 6,7,8,9 - superconducting solenoids; 10 - warm coil; 11 - liquid- N_2 jacket; 12 - detector; 13 - fast shutter; 14 - Ti-pump; 15 - cold valve; 16 - Hg diffusion pump; 17 - T_2 purification system; 18 - electron gun; 19 - argon pump.

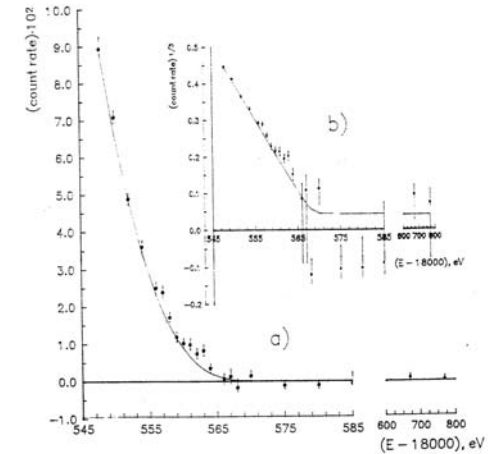


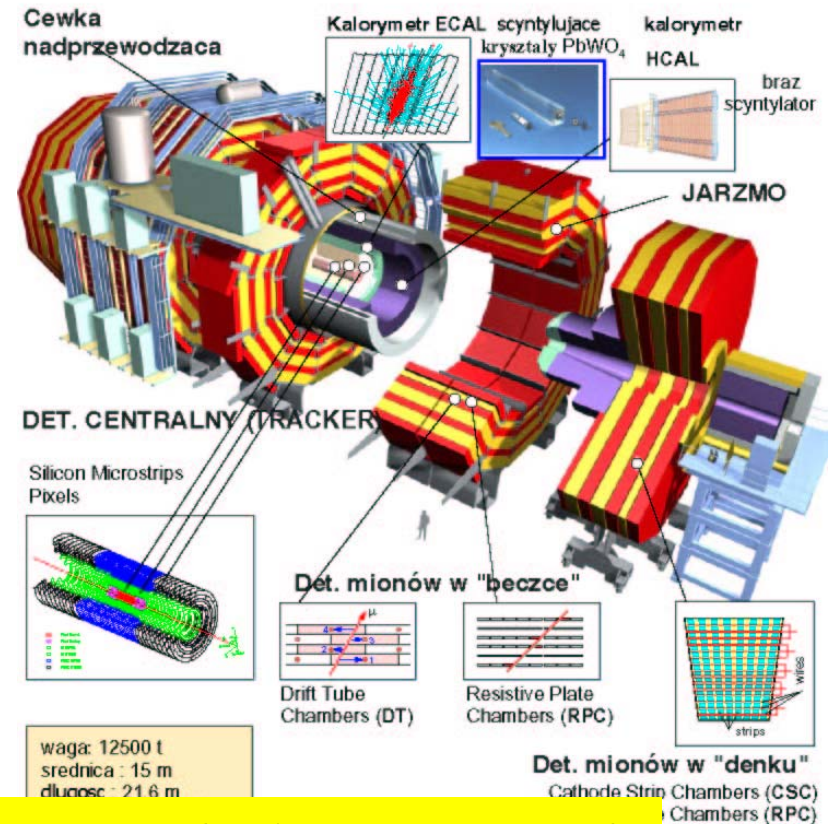
Fig. 2. Part of the tritium spectrum (a) and Curie-plot (b) near the end point.

W tym eksperymencie próbowano zmierzyć masę neutrina elektronowego: $m < 2.5 \text{ eV}/c^2$.

Magnetyczny spektrometr Compact Muon Solenoid (CMS) przy Large Hadron Collider (LHC) w CERNie

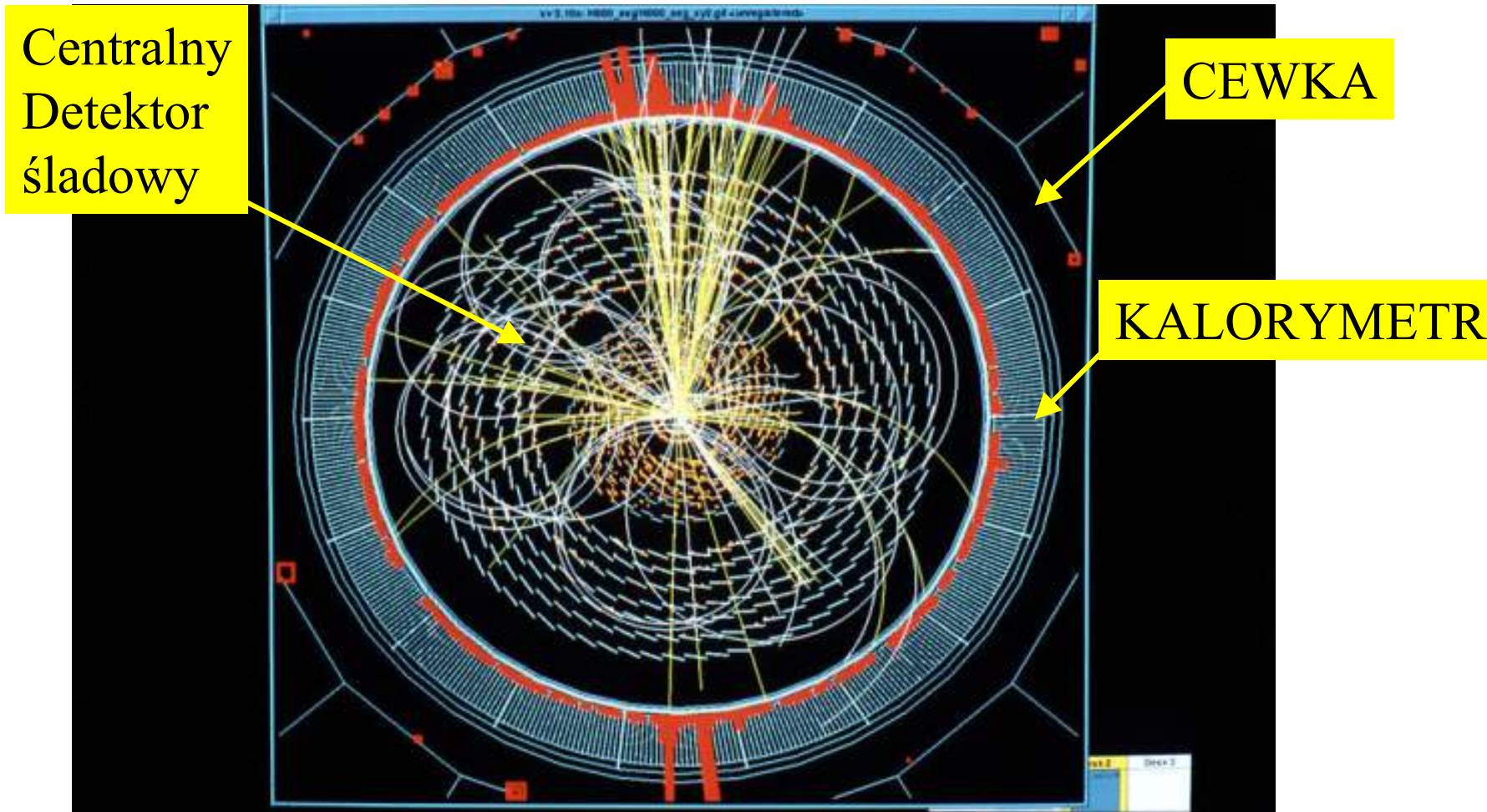


Detektor CMS i jego poddetektory



Pomiar pędów cząstek od 1 GeV/c do 7000 GeV/c

Symulacja torów cząstek w polu magnetycznym CMS



Konstrukcja największej na świecie cewki nadprzewodzącej (dł. 13 m, średn. 6 m, pole $B=4T$)

Nawijanie cewki nadprzewodzącej 4T w „Ansaldo” w Genui.

Wkładanie wewnętrznej części kriostatu. Cewka jest już włożona

CMS

