

## Opis ruchu w różnych układach współrzędnych

### Zadanie 1

W kartezjańskim układzie współrzędnych znaleźć prędkość i przyspieszenie punktu poruszającego się ze stałą prędkością kątową  $\omega$  po okręgu o promieniu  $R$  w płaszczyźnie  $X - Y$ .

*Wskazówka*

Znaleźć  $x(t)$  i  $y(t)$  a następnie skorzystać z definicji prędkości i przyspieszenia.

### Zadanie 2

W sferycznym układzie współrzędnych znaleźć ogólne wyrażenie na prędkość i przyspieszenie.

*Wskazówka*

Wyrazić wersory  $\vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_\theta$  i  $\vec{e}_\phi$  przez wersory kartezjańskiego układu współrzędnych.

### Zadanie 3

W biegunowym układzie współrzędnych znaleźć prędkość i przyspieszenie punktu poruszającego się ze stałą prędkością kątową  $\omega$  po okręgu o promieniu  $R$  w płaszczyźnie  $X - Y$ .

### Zadanie 4

W cylindrycznym układzie współrzędnych znaleźć prędkość i przyspieszenie punktu poruszającego się po krzywej opisanej wzorami

$$\begin{aligned}\rho(t) &= v_0 \cdot t \\ \phi(t) &= \omega \cdot t \\ z(t) &= v_0 \cdot t,\end{aligned}$$

gdzie  $v_0$  i  $\omega$  są pewnymi stałymi.

*Wskazówka*

Znaleźć  $\vec{r}(t)$  a następnie skorzystać z definicji prędkości i przyspieszenia.

### Zadanie 5

Znaleźć równania ruchu, równanie toru,  $\vec{v}$ ,  $\vec{a}$ ,  $\vec{a}_t$ ,  $\vec{a}_n$ , promień krzywizny  $\rho$  oraz drogę  $s(t)$  przebytą między kolejnymi zetknięciami z podłożem dla punktu  $P$  znajdującego się na obręczy o promieniu  $R$  toczącej się bez poślizgu po osi  $x$  ze stałą prędkością kątową  $\omega$ .

### Zadanie 6

Znaleźć  $ds$ ,  $s$ ,  $\vec{e}_t$ ,  $\vec{e}_n$ ,  $\vec{e}_b$ ,  $\rho$  i  $T$  dla krzywej, dla której równanie ruchu dane jest wzorem  $\vec{r}(t) = r_0 e^{-at} \cos \omega t \vec{e}_x + r_0 e^{-at} \sin \omega t \vec{e}_y + r_0 e^{-at} \vec{e}_z$ , gdzie  $a$ ,  $r_0$  i  $\omega$  są pewnymi stałymi. Naszkicować tor ruchu.

### Zadanie 7

Na stole znajduje się tarcza o promieniu  $R$ . W chwili  $t = 0$  ze środka tarczy obracającej się ze stałą prędkością kątową  $\omega$  wyrusza biedronka z prędkością  $v_0$  skierowaną wzdłuż promienia. W dwu układach: związanym ze stołem i z tarczą, znaleźć:

- równania ruchu i toru biedronki we współrzędnych kartezjańskich i biegunowych;
- $(v_\rho, v_\phi)$ ,  $(v_x, v_y)$ ,  $v$ ;
- $(a_\rho, a_\phi)$ ,  $(a_n, a_t)$ ,  $a$ ;
- $\rho$  – promień krzywizny;
- całkowitą drogę przebytą przez biedronkę do krawędzi tarczy.

### Zadanie 8

Ćma leci do źródła światła. Wiedząc, że podczas lotu kąt pomiędzy kierunkiem lotu a docierającym promieniem światła docierającym jest stały, znaleźć tor lotu przy danych warunkach początkowych:  $\phi(t = 0) = 0$  oraz  $\rho(t = 0) = r_0$  (gdzie  $\phi$  i  $\rho$  są zmiennymi we współrzędnych biegunowych). Obliczyć długość toru. Ćma leci ze stałą prędkością  $v$ .