

Wskazówka: $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{ax^2+bx+c}} = \frac{1}{\sqrt{-c}} \arcsin \frac{bx+2c}{x\sqrt{b^2-4ac}} + \text{const}$

1. Cząstka o masie m i energii $E < 0$ porusza się w polu sił o energii potencjalnej danej wyrażeniem:
 $E_{pot}(x) = A \cdot (e^{-2ax} - 2e^{-ax})$, gdzie $A, a > 0$. Narysuj wykres E_{pot} oraz znajdź punkty zwrotne ruchu. Następnie znajdź równanie ruchu tej cząstki.
2. Punkt o masie m porusza się w polu sił centralnych o potencjale $V(r) = \frac{1}{2}kr^2$ (gdzie $k > 0$). Moment pędu wynosi J . Znajdź tor ruchu tego punktu we współrzędnych biegunowych, gdy wartości początkowe (r, φ) są znane. Udowodnij, że tor ruchu jest elipsą. Narysuj tę elipsę.
3. W spoczywający na gładkim poziomym stole krążek o masie m_b i promieniu R_b uderza krążek o masie m_a i promieniu R_a , z parametrem zderzenia b i prędkością v . Zderzenie jest idealnie sprężyste.
 - a) Znajdź ruch środka masy układu krążków.
 - b) Wykaż, że w układzie CMS (układ środka masy kul) kąt padania jest równy kątowi odbicia.
4. Neutrony powstałe w reakcji cząstek alfa z jądrami berylu ($Be + \alpha \rightarrow n + C$) padają na warstwę parafiny (zawiera ona dużo wodoru), uwalniając z niej jądra wodoru (protony), które są następnie rejestrowane przez komorę jonizacyjną. Zderzenie neutron-jądro wodoru jest sprężyste i część pędu neutronu zostaje przekazana jądro wodoru.
 - a) Znajdź maksymalną prędkość v_H , jaką może uzyskać jądro wodoru o masie m_H , jeżeli prędkość neutronów wynosi v_N , a ich masa m_N .
 - b) Zakładając, że neutrony mają początkową energię kinetyczną E_{k0} , oblicz ich energię po $N \rightarrow \infty$ zderzeniach centralnych z jądrami wodoru. Czy po N zderzeniach energia neutronu byłaby inna, gdyby zderzenia nie były centralne? Odpowiedź uzasadnij.
5. (*) Kropla wody o masie początkowej m_0 zaczyna spadać swobodnie w chmurze. Masa kropli podczas jej drogi przez chmurę zwiększa się tak, że $\frac{dm}{dt} = \mu$. Wyznacz zależność prędkości kropli od czasu.
6. (*) Zadanie dotyczące ubytku masy rakiety zostanie dodane.