

Zadania z Fizyki I BC: Seria VIII

Prawa Keplera, ruch w polu siły centralnej

Zadanie 1. Obliczyć masę układu Neptun-Tytan (w jednostkach masy Ziemi m_Z) wiedząc, że satelita Neptuna Tytan odległy jest od niego o $a_T = 354\,000\text{ km}$ a jego okres obiegu wynosi $T_T = 5\text{ d }21\text{ h}$. Dane są ponadto masa Księżyca Ziemi $m_K = m_Z/81$, okres jego obiegu $T_K = 27\text{ d }8\text{ h}$ oraz odległość Księżyca od Ziemi $a_K = 384\,000\text{ km}$.

Zadanie 2(*). Obliczyć masy poszczególnych składników układu podwójnego gwiazd (w jednostkach mas Słońca M_\odot), którego okres obiegu $T = 300\text{ lat}$, paralaksa $\pi = 0.075''$, orbity obu gwiazd są kołowe a promienie ich orbit widziane są z Ziemi pod kątami $\pi_1 = 4.5''$ i $\pi_2 = 1.5''$. Definicja paralaksy: $\pi = 1\text{ j.a.}/d$ gdzie d jest odległością do obserwowanego obiektu a jednostka astronomiczna j.a. jest (z bardzo dobrym przybliżeniem) równa średniej odległości Ziemi do Słońca ($149\,597\,871\text{ km}$).

Zadanie 3. Znaleźć czas po jakim dwie początkowo spoczywające punktowe masy $m_1 = m_2 = 1\text{ kg}$ znajdujące się w odległości $d = 1\text{ m}$ spadną na siebie. Zadanie rozwiązać całkując równania ruchu z wykorzystaniem zasady zachowania energii oraz korzystając z III prawa Keplera. (Inny wariant “numeryczny”: po jakim czasie Ziemia spadłaby na Słońce gdyby nagle wyhamowany został jej ruch orbitalny ?)

Zadanie 4A. Posługując się III prawem Keplera obliczyć wysokość nad powierzchnią Ziemi orbity geostacjonarnej h_g , tj. takiej orbity kołowej dla której okres obiegu satelity jest równy okresowi obrotu Ziemi. Przyjąć wartość przyspieszenia grawitacyjnego na powierzchni Ziemi $g = 9.81\text{ m/s}^2$ i promień Ziemi $R = 6\,400\text{ km}$.

Zadanie 4B. Zakładając że pewien satelita o masie $m = 1\,000\text{ kg}$ krąży na orbicie kołowej na wysokości $h = 300\text{ km}$ w płaszczyźnie równika zaproponować w jaki sposób można go przenieść na orbitę geostacjonarną zużywając możliwie najmniej paliwa.

Zadanie 5. W kierunku Ziemi nadlatuje rój meteorytów, które w bardzo dużej odległości od Ziemi posiadają predkość v_∞ . Znaleźć przekrój czynny na spadek meteorytów na Ziemię. Promień Ziemi wynosi R .

Zadanie 6. Punkt o masie m i momencie pędu $L \neq 0$ porusza się pod wpływem siły centralnej po okręgu przechodzącym przez centrum siły. Promień okręgu wynosi R . Znaleźć zależność siły i energii potencjalnej od odległości od centrum $F = F(r)$, $E_p = E_p(r)$.