Zadanie 1 Równanie stożkowej we współrzędnych biegunowych to $r(\phi) = p/(1+\varepsilon\cos\phi)$. Dla elipsy ($\varepsilon < 1$) znajdź wyrażenia na długości dużej- a i małej- b półosi jako funkcje p i ε. Przypomnij wyrażenia na p i ε jako funkcje energii całkowitej E i momentu pędu L planety w problemie Keplera i wyraź a i b jako funkcje E i L.

Zadanie 2 Planeta o masie m_1 porusza się dookoła gwiazdy o masie m_2 ($m_1 << m_2$) po orbicie eliptycznej o dużej półosi a. Posługując się związkiem między energią całkowitą planety E a dużą półosią: $E = -Gm_1m_2/2a$ w problemie Keplera, znajdź zależność między prędkością planety na orbicie v i jej odległością od gwiazdy r. W jakim układzie odniesienia obowiązuje ta zależność? Jak zmieni się w/w zależność gdy masa planety nie będzie zaniedbywanie mała w stosunku do masy gwiazdy?
Otrzymaną zależność zastosuj do znalezienia I i II prędkości kosmicznej satelity Ziemi. Przyjmij $g=9.81\ m/s^2$, promień Ziemi $R=6400$ km.

Zadanie 3 Satelita krąży po orbicie kołowej o promieniu r_1 dookoła środka Ziemi. Przedyskutuj następujący sposób przeniesienia satelity na wyższą orbitę kołową o promieniu r_2:

1. Zwiększenie prędkości satelity w punkcie A o Δv_A tak dobrane, żeby poruszał się po orbicie eliptycznej o $2a=r_1+r_2$.
2. Zmianę prędkości w apogeum orbity eliptycznej B o Δv_B tak dobranej, żeby satelita zaczął poruszać się po orbicie kołowej o promieniu r_2.

Mając dane przyspieszenie ziemskie na powierzchni- g oraz promień Ziemi- R znajdź Δv_A i Δv_B.

Zadanie 4 Stosując III prawo Keplera oszacować czas potrzebny do dotarcia do Księżyca z niskiej orbity parkingowej dookoła Ziemi z minimalną potrzebną do tego prędkością.
Długość miesiąca księżycowego wynosi $T_K = 27.32$ dnia, masa Księżyca $m_K \approx \sim m_Z/81$.

Zadanie 5

a. Posługując się III prawem Keplera oblicz promień r_g oraz wysokość nad powierzchnią Ziemi h_g orbity geostacjonarnej tj. takiej orbity kołowej dla której okres obiegu satelity jest równy okresowi obiegu Ziemi. Przyjmij $g=9.81\ m/s^2$, promień Ziemi $R=6400$ km.
b. Przyjmij, że pewien satelita o masie $m=1000$ kg krąży na orbicie kołowej na wysokości $h=300$ km nad równikiem. W jaki sposób można go przenieść na orbitę geostacjonarną zużywając możliwie najmniej paliwa?

Zadanie 6 Oblicz masę Neptuna w jednostkach masy Ziemi wiedząc, że jego satelita Tryton odległy jest o $a_T = 354\,000$ km, a jego okres obiegu wynosi $T_T = 5$ d 21h. Przyjmij masę Księżyca $m_K = \sim m_Z/81$,okres obiegu Księżyca $T_K = 27.32$ d, promień orbity Księżyca $a_K = 384\,000$ km.