## Seria zadań z równań różniczkowych, Analiza II

**Zadanie 1.** Rozwiązać następujące równania sprowadzając je do równania o rozdzielonych zmiennych:

a) $\sin(x)\frac{dy}{dx} = y\cos(x)$

b) $\cos(y)\frac{dy}{dx} = 3\sin(y)(5\cos^3(x) - 3\cos(x)$

c) $(y+x)^2\frac{dy}{dx} = 1$

d) $\frac{dy}{dx} = y\sqrt{1 + (\frac{dy}{dx})^2}$

**Zadanie 2.** Rozwiązać następujące równania sprowadzając je do równania jednorodnego:

a) $x^2\frac{dy}{dx} = x^2 + xy + y^2$

b) $2xy\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$

c) $(x\frac{dy}{dx} - y)\operatorname{arc\,tg}(\frac{y}{x}) = x$

d) $\frac{dy}{dx} = \frac{2x+y-1}{3x-2y+5}$

e) $xy^2(x\frac{dy}{dx} + y) = \frac{2}{3}$ - wstawić zmienną $\tilde{y} = yx^p$ przy odpowiednio dobranym $p$.

**Zadanie 3.** Rozwiązać następujące równania sprowadzając je do równania liniowego niejednorodnego (jeśli nie jest tej postaci):

a) $y' = y + \frac{e^x}{x}$

b) $y' = \frac{1-y\sin(x)}{\cos(x)}$

c) $y' + y + y^2\sin(x) = 0$ - równanie Bernulliego: podstawić $\tilde{y} = y^\alpha$ przy odpowiednio dobranym $\alpha \in \mathbb{R}$

d) $3xy^2y' = 2y^3 + x^3$ - równanie Bernulliego

e) $y' + \frac{x}{1-x^2} - x^2\sqrt{y} = 0$ - równanie Bernulliego

f) $y' + y^2 = \frac{2}{x^2}$ - znaleźć rozwiązanie postaci $\frac{c}{x}$ dla odpowiednio dobranego $c \in \mathbb{R}$ oraz podstawić $\tilde{y} = y - \frac{c}{x}$ co sprowadzi powyższe do równania Riccatiego.

**Zadanie 4.** Znaleźć równanie krzywej przechodzącej przez punkt $(2,3)$ takiej, że każdy odcinek stycznej do krzywej zawarty między osiami współrzędnych jest dzielony na połowę przez punkt styczności.