1) Niech $y(x,t) = f(x+at) + g(x-at)$ gdzie f i g są funkcjami klasy C^2. Wykazać, że y spełnia r-nie $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$

2) Policzyć pochodną kierunkową funkcji

$$\varphi(x_1, \dots, x_k) = \det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_k \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1^{k-1} & x_2^{k-1} & x_k^{k-1} \end{bmatrix}$$

w dowolnym punkcie $p = (x_1, \dots, x_k)$ w kierunku $h = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$

Wskazówka: φ to tzw wyznacznik Vandermonde'a.

3) Dowieść, że jeśli $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ jest 3-krotnie różniczkowalna, a $\mu(x,y,z) = xyz$ to $\exists\, F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ taka, że $\frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial z} = F \circ \mu$.

4) Niech u będzie funkcją klasy C^2 na pewnym obszarze w $\mathbb{R}^2$ a $U(\varrho, \varphi)$ jej przedstawieniem we współrzędnych biegunowych. Wyrazić $L := \frac{\partial}{\partial \varrho}\left(\frac{1}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varphi} U\right)$ we współrzędnych kartezjańskich $x = \varrho \cos\varphi$ $y = \varrho \sin\varphi$.

Odp: $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{xy}{x^2+y^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} u - \frac{\partial^2}{\partial y^2} u\right)$. Zad 5 Znaleźć r-nie rzędu 2 którego ogólnym rozwiązaniem są funkcje $f(x,y) = \varphi_1(x+y) + \varphi_2(x \cdot y)$. Wsk rozważyć współrzędne $u = x+y$ $v = x \cdot y$.