

Seria 2 przed kol. 2.

Zad 1 Wykorzystując odpowiednio dobrany kontur na płaszczyźnie \mathbb{C} obliczyć całki:

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi}{(5-3\cos \varphi)^2} d\varphi, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+9)^3(x^2+4)^2}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x-1}{x^3-1} \cdot \sin(x) dx$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x}{(x+2)^3} dx, \quad \int_0^{\infty} \frac{(\log x)^2}{(x+3)^2} dx, \quad \int_0^{\infty} \frac{x^{\frac{1}{6}} dx}{(x+1)(x+2)}, \quad \int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{\sqrt{x}(x+1)^2}$$

Zad 2. Niech \mathbb{C}^4 będzie p -mią wektorową ze standardowym iloczynem skalarnym. Niech $W \subset \mathbb{C}^4$ będzie podprzestrzenią gene-

rowanie przez wektory

$$e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ i \\ 1 \end{bmatrix} \quad e_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad e_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{bmatrix}.$$

a) Podaj bazę ortogonalną W

b) Podaj bazę przestanną W^\perp .

c) Podaj macierz matri ortogonalną
na W .

d) Podaj rozkład wektora $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ na składowe
we W i W^\perp .

Zad 3. Niech $(e_1, e_2, e_3, e_4, e_5)$ będzie

bazę ortogonalną pmi V z iloczynem skalarnym $\langle \cdot | \cdot \rangle$. Znajdź

a) bazę ortogonalną pmi $W \subset V$ rozpiętej przez wektory $w_1, w_2 \in W$

gdzie $w_1 = e_1 + e_2 + e_3 + 2e_4 + 3e_5$

$$w_2 = e_1 + e_2 - e_5.$$

b) bazę ortogonalną pmi W^\perp .

Zad 4. Wyznaczyć operatory mitorów spektralnych na podprzestrzeni wtórnej oraz

rozkład spektralny macierzy

$$a) \begin{bmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$b) \begin{bmatrix} 0 & 1 & i \\ 1 & 0 & -i \\ -i & i & 0 \end{bmatrix}$$

Zad 5. Sprawdzić, że macierz

$$A = \begin{bmatrix} \frac{i}{2} & \frac{i}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ \frac{i}{2} & \frac{i}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

jest unitarna, wyznaczyć
operatory unitoń na

podprzestrzenie własne i rozkład
spektralny A .

Zad 6. Obliczyć całki powierzchniowe

I go podwojju: Fichtenholz tom 3

Zadania z podwojnia 629 # 1, 2, 3, 6

2 633 # 1, 2, 5, 6, 8.