IV seria zadań domowych z Analizy I, 12.01.2018

Zadanie 1. Obliczyć całki przez podstawienie

$$\int \frac{x}{1+x^2}\mathrm{d}x,\ \int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\mathrm{d}x,\ \int xe^{-x^2}\mathrm{d}x,\ \int \sqrt[5]{(7-2x)^6}\mathrm{d}x$$

$$\int x^3\sqrt[3]{2+x^4}\mathrm{d}x,\ \int \sin^5 x\cos x\mathrm{d}x,\ \int \sin^7 x\cos^3 x\mathrm{d}x,\ \int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos^2 x}}\mathrm{d}x$$

$$\int \frac{(\arctan x)^2}{1+x^2}\mathrm{d}x,\ \int \frac{e^x}{e^x+1}\mathrm{d}x,\ \int \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x}\mathrm{d}x,\ \int \cot x\mathrm{d}x$$

$$\int a^x\mathrm{d}x,\ \int \frac{\sqrt{\ln x}}{x}\mathrm{d}x$$

Zadanie 2. Obliczyć całki przez części

$$\int x^2e^x\mathrm{d}x,\ \int \arctan x\mathrm{d}x,\ \int \arcsin x\mathrm{d}x,\ \int x^{10}\ln x\mathrm{d}x,\ \int x(\ln x)^2\mathrm{d}x$$

$$\int \ln(x^2+1)\mathrm{d}x,\ \int (\arcsin x)^2\mathrm{d}x,\ \int \sin\ln x\mathrm{d}x,\ \int \cos\ln x\mathrm{d}x$$

Zadanie 3. Obliczyć całki

$$\int \frac{x}{2x^2-3x-2}\mathrm{d}x,\ \int \frac{x^5+x^4-8}{x^3-4x}\mathrm{d}x,\ \int \frac{2x^2-5}{x^4-5x^2+6}\mathrm{d}x,\ \int \Big(\frac{x+2}{x-1}\Big)^2$$

$$\int \frac{x^5}{(x-1)^2(x^2-1)}\mathrm{d}x,\ \int \frac{3x^2+1}{(x^2-1)^3}\mathrm{d}x,\ \frac{x^4+1}{x^3-x^2+x-1}\mathrm{d}x$$

$$\int \sin^5 x\cos^2 x\mathrm{d}x,\ \int \sin^7 x\cos^7 x\mathrm{d}x,\ \int \sin^4 x\mathrm{d}x,\ \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x}\mathrm{d}x,\int \frac{1}{\sin x\cos x}\mathrm{d}x$$

$$\int \tan^3 x\mathrm{d}x,\ \int \frac{1}{4-3\sin x}\mathrm{d}x,\int \frac{2+\sin x}{2-\cos x}\mathrm{d}x,\ \int \frac{1}{\cosh^2 x}\mathrm{d}x,\ \int \sinh^3 x\mathrm{d}x$$

Zadanie 4. Wyrazić $F_{n+2}(x)$ przez $F_n(x)$:

$$F_n(x) = \int \cos^n x\mathrm{d}x$$

Zadanie 5. Obliczyć całki oznaczone

$$\int_1^{2e} \ln x\mathrm{d}x,\ \int_0^2 \frac{1}{x^2+6x+10}\mathrm{d}x,\ \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x\cos^3 x\mathrm{d}x,\ \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x\cos^4 x\mathrm{d}x$$

$$\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}\mathrm{d}x,\ \int_0^{\pi} x^3\sin x\mathrm{d}x,\ \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+\cos x}\mathrm{d}x$$

$$\int_0^{2\pi} \sin^9 x\mathrm{d}x,\ \int_0^3 |2-x|\mathrm{d}x,\ \int_0^3 \mathrm{sgn}(x-x^3)\mathrm{d}x$$

Zadanie 6. Znaleźć takie x, że spełniona jest równość

$$\int_{\sqrt{2}}^{x} \frac{1}{t\sqrt{t^2-1}}\mathrm{d}t = \frac{\pi}{12}$$

Zadanie 7.
a) Obliczyć pole powierzchni figury ograniczonej krzywymi $y^2 = 2x + 1$ oraz $x - y - 1 = 0$.
b) Obliczyć pole powierzchni figury ograniczonej krzywymi $x^2 = 2py$ oraz y=$2px$.
c) Obliczyć pole powierzchni figury ograniczonej krzywymi $y = \frac{\ln x}{4x}$ oraz $y = x\ln x$.
d) Okrąg $x^2 + y^2 = 8$ podzielono parabolą $y = \frac{x^2}{2}$ na dwie części. Obliczyć pole powierzchni każdej z nich.
Zadanie 8. Obliczyć $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x\mathrm{d}x$.
Zadanie 9*. Obliczyć całki

$$\int \sqrt{\frac{2+x}{2-x}}\mathrm{d}x, \int \frac{\mathrm{d}x}{x^3\sqrt{x^2+1}}, \int \sqrt{e^x-1}\mathrm{d}x, \int x^{-\frac{3}{2}}\ln(1+\sqrt{x})\mathrm{d}x$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{1+2\sin x(\sin x+\cos x)}, \int \frac{\sin nx}{\sin x}\mathrm{d}x, n\in\mathbb{N}, \int \left(\frac{x}{\arctan x}-1\right)^{-2}\mathrm{d}x$$

$$\int \sqrt{\frac{x}{1-x^3}}\mathrm{d}x, \int \frac{\sin x\cos^3 x\mathrm{d}x}{2+\sin^2 x}, \int \frac{\mathrm{d}x}{1+\sqrt{x-x^2}}, \int \sqrt{e^{2x}+2e^x+4}\mathrm{d}x$$