Pytania na egzamin ustny, Analiza III 2018

(1) Przestrzeń $T^{(k,l)}V$ - baza, wymiar, współrzędne (k,l)-tensorów i reguła transformacji.
(2) Przestrzeń $\Lambda^k V$ - baza, wymiar. Iloczyn zewnętrzny $\omega \wedge \eta$, definicja i własności.
(3) Rozmaitości różniczkowe, mapa, atlas, odwzorowanie przejścia. Twierdzenie o zadawaniu rozmaitości za pomocą równań.
(4) Wiązka styczna, pola wektororwe; komutatory, definicja i własności oraz wyrażenie we współrzędnych.
(5) Przestrzeń styczna T_pM - definicja i struktura przestrzeni wektorowej. Operatory różniczkowe 1-go rzędu $\mathrm{Der}_p(M)$.
(6) Przestrzeń kostyczna T_p^*M - definicja, formy bazowe $dx^i(p)$ oraz formy $df(p)$, wiązka kostyczna.
(7) k-formy różniczkowe $\Omega^k(M)$, pochodna zewnętrzna $d\omega$ k-formy różniczkowej ω. Własności operacji pochodnej zewnętrznej d, Cofanie form różniczkowych.
(8) Lemat Poincaré.
(9) Singularne k-kostki i k-łańcuchy. Brzeg ∂c k-łańcucha c. Wykazać $\partial\partial c = 0$.
(10) Twierdzenie Stokes'a dla k-łańcuchów.
(11) Orientacja rozmaitości. Całkowanie k-formy różniczkowej po rozmaitości zorientowanej. Podrozmaitości z brzegiem. Indukowana orientacja brzegu.
(12) Twierdzenie Stokes'a dla k-form rózniczkowych.
(13) Funkcje holomorficzne. Pochodna zespolona. Równania Cauchy'ego-Riemanna. Formy dz id $d\bar{z}$ oraz operatory $\frac{\partial}{\partial z}$ i $\frac{\partial}{\partial \bar{z}}$.
(14) Wzór Cauchy'ego i wyższe pochodne funkcji holomorficznych.
(15) Podstawowe twierdzenie algebry.
(16) Rozwinięcie w szereg Taylora.
(17) Rozwinięcie w szereg Laurenta.
(18) Izolowane punkty osobliwe. Residuum izolowanego punktu osobliwego. Obliczanie całek metodą residuów. ∞ jako izolowany punkt osobliwy. Residuum w ∞.
(19) Całki $\int_0^{2\pi} Q(\sin(x), \cos(x))dx$ i całki po kości. Całki $\int_{-\infty}^{\infty} Q(x)$, $\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax}Q(x)$ i całki po dziurce od klucza.
(20) Funkcja Γ definicja i własności.
(21) Przestrzeń funkcji próbnych $D(\mathbb{R}^n)$ i funkcji Schwarza $S(\mathbb{R}^n)$. Zbieżność ciągu funkcji próbnych. Dystrybucje na $D(\mathbb{R}^n)$ - definicja, przykłady i podstawowe operacje. Wzory Sochockiego.
(22) Wykazać, że $\Delta(\frac{-1}{4\pi r}) = \delta_0$.
(23) Transformata Fouriera: definicja, podstawowe transformata Fouriera funkcji Gaussa. Transformata Fouriera jako odwzorowanie z $S(\mathbb{R}^n)$ do $S(\mathbb{R}^n)$. Twierdzenie o odwrotnej transformacie Fouriera.
(24) Tansformata Fouriera dystrybucji temperowanej: definicja i podstawowe własności. Wzór sumacyjny Poissona.