

## Pytania na egzamin ustny, Algebra I

- (1) Ciała - definicja, przykłady. Ciało liczb zespolonych - konstrukcja.
- (2) Ciało liczb zespolonych  $\operatorname{Re}(z)$ ,  $\operatorname{Im}(z)$ ,  $|z|$ . Postać biegunowa, notacja wykładnicza  $e^{i\varphi}$ . Wzór de Moivre'a pierwiastek liczby zespolonej.
- (3) Wielomiany zmiennej zespolonej. Współczynniki wielomianu. Twierdzenie o dzieleniu z resztą.
- (4) NWD i algorytm Euklidesa.
- (5) Rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste.
- (6) Grupy, definicja, przykłady i podstawowe własności.
- (7) Grupy permutacji. Rozkład na cykle rozłączne. Znak permutacji.
- (8) Przestrzenie wektorowe - definicja i przykłady. Podprzestrzeni rozwiązań układu równań liniowych.
- (9) Baza i wymiar przestrzeni wektorowej.
- (10) Iloczyn kartezjański przestrzeni wektorowych, suma algebraiczna i suma prosta podprzestrzeni wektorowych. Twierdzenie o wymiarze sumy algebraicznej.
- (11) Odwzorowania liniowe, obraz i jądro. Odwzorowania liniowe z  $\mathbb{F}^m$  do  $\mathbb{F}^n$  a macierze  $M_{n,m}(\mathbb{F})$ . Składanie takich odwzorowań a mnożenie macierzy.
- (12) Wykazać, że dla  $A \in L(V, W)$  zachodzi  $\dim \operatorname{im}(A) + \dim \operatorname{ker}(A) = \dim V$ .
- (13) Wykazać, że rząd kolumnowy jest równy rzędowi wierszowemu.
- (14) Macierz odwzorowania liniowego. Składanie odwzorowań a mnożenie macierzy.
- (15) Równania liniowe.  $\operatorname{RORNJ} = \operatorname{RORJ} + \operatorname{RSRNJ}$ . Metody rozwiązywania układu równań liniowych.
- (16) Wyznacznik: definicja, podstawowe własności, wzór, wzory Cramera.
- (17) Rozwinięcie Laplace'a. Odwrotność macierzy a macierz dopełnień algebraicznych.
- (18) Przestrzeń sprzężona  $V^*$ , baza dualna, sprzężenie  $A^*$  operatora  $A \in L(V, W)$  i jego macierz.
- (19) Kanoniczny izomorfizm  $\kappa_V : V \rightarrow V^{**}$ .