

Pytania na egzamin ustny, Analiza I 2017/2018

- (1) Aksjomatyka liczb rzeczywistych.
- (2) Granica ciągu i jej podstawowe własności. Ciągi monotoniczne i ograniczone.
- (3) Podciągi. Twierdzenie Bolzano–Weierstrassa.
- (4) Funkcja wykładnicza i logarytm.
- (5) Szeregi o wyrazach dodatnich, podstawowe kryteria zbieżności.
- (6) Szeregi o wyrazach dowolnych. Zbieżność bezwzględna i warunkowa. Twierdzenie Abela, kryterium Dirichleta i kryterium Leibniza.
- (7) Mnożenie szeregów i twierdzenie Mertensa
- (8) Liczba π .
- (9) Punkty skupienia. Definicja Heinego granicy funkcji. Definicja Cauchy’ego granicy funkcji. Równoważność obu definicji granicy.
- (10) Ciągłość funkcji. Definicja, przykłady, podstawowe własności. Charakteryzacja ciągłości w terminach $\varepsilon - \delta$.
- (11) Twierdzenie Weierstrassa o przyjmowaniu kresów.
- (12) Sformułować i udowodnić Twierdzenie Stolz’a.
- (13) Własność Darboux.
- (14) Ciągłość funkcji odwrotnej.
- (15) Jednostajna ciągłość, Twierdzenie Cantora o jednostajnej ciągłości.
- (16) Pojęcie pochodnej, arytmetyczne własności pochodnej, pochodna złożenia i funkcji odwrotnej.
- (17) Ekstremum lokalne, warunek konieczny (lemat Fermata), Twierdzenie Rolle’a.
- (18) Twierdzenie Cauchy’ego i Twierdzenie Lagrange’a o wartości średniej. Monotoniczność a pierwsza pochodna.
- (19) Pochodne wyższych rzędów. Wzór Maclaurina/Taylora z resztą w postaci Peano.
- (20) Warunki dostateczne istnienia ekstremów lokalnych.
- (21) Warunki dostateczne wypukłości.
- (22) Wzór Taylora z resztą Schloemilcha–Roche’a.
- (23) Reguły de l’Hospitála.
- (24) Całka Riemanna: podziały, suma/całka górna, suma/całka dolne, funkcje całkwalne w sensie Riemanna. Charakteryzacja funkcji całkwalnych w sensie Riemanna. Całkowalność sumy funkcji całkwalnych w sensie Riemanna.
- (25) Całkowalność złożenia funkcji ciągłej i całkwalnej. Całkowalność iloczynu funkcji całkwalnych w sensie Riemanna.
- (26) Wypunktowane sumy Riemanna, zasadnicze twierdzenie rachunku różniczkowego.
- (27) Twierdzenie o wartości średniej dla całki Riemanna. Istnienie funkcji pierwotnej dla funkcji ciągłej.
- (28) Twierdzenie o całkowaniu przez części i twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie.

- (29) Całka z funkcji wymiernej, podstawienia Eulera, podstawienia trygonometryczne.
- (30) Całka niewłaściwa na przedziale $[0, \infty[$. Warunek Cauchy'ego dla całek niewłaściwych. Całkowalność bezwzględna i całkowalność warunkowa. Kryterium całkowe zbieżności szeregów.
- (31) Drugie twierdzenie o wartości średniej dla całki. Kryterium Abela–Dirichleta dla całek niewłaściwych.
- (32) Zbieżność punktowa i jednostajna ciągów funkcyjnych. Ciągłość granicy jednostajnie zbieżnego ciągu funkcyjnego.
- (33) Zbieżność jednostajna ciągu funkcyjnego spełniającego jednostajny warunek Cauchy'ego. Twierdzenie o różniczkowanie ciągów funkcyjnych.
- (34) Szeregi potęgowe. Granica górna a promień zbieżności szeregu potęgowego. Różniczkowanie szeregu potęgowego.
- (35) Twierdzenie (Abela) o ciągłości szeregu potęgowego $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ na odcinku $[0, R]$ gdzie R jest promieniem zbieżności tego szeregu. Wykazać, że $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln(2)$.
- (36) Ciągłość i różniczkowalność całki z parametrem.