

Pytania na egzamin ustny, Analiza IV 2016/2017

Ocena udzielonej odpowiedzi:

- sformułowanie twierdzenia/definicji i zilustrowanie przykładem do 5 pkt
 - idea dowodu do 2.5 pkt
 - szczegóły dowodu do 2.5 pkt
 - razem do 10 pkt
- (1) Zdefiniować następujące pojęcia σ -algebra, przestrzeń z miarą, klasa monotoniczna. Wykazać, że jeśli A jest algebrą to σ -algebra $\Sigma(A)$ generowana przez A jest równa klasie monotonicznej $\mathcal{M}(A)$ generowanej przez A .
 - (2) Sformułować i udowodnić twierdzenie o przejściu od premiiary $\mu : A \rightarrow [0, \infty]$ do miary na σ -algebrze zbiorów spełniających warunek Caratheodoryego.
 - (3) Konstrukcja miary Lebesgue'a na \mathbb{R} .
 - (4) Całka z funkcji prostej, całka z funkcji dodatniej. Twierdzenie o zbieżności monotonicznej.
 - (5) Lemat Fatou, twierdzenie o zbieżności zmajoryzowanej.
 - (6) Nierówność Hoeldera, nierówność Minkowskiego.
 - (7) Zupełność przestrzeni L^p .
 - (8) Przestrzeń Hilberta, bazy o.n. óśrodkowe przestrzeni Hilberta.
 - (9) Twierdzenie o rzucie ortogonalnym. Lemat Riesz.
 - (10) Wielomiany ortogonalne. Podstawowe własności, wzór Christofela-Darboux.
 - (11) Wykazać, że jeśli istnieje $\epsilon > 0$ t.ż. $e^{\epsilon|x|} \in L^2([a, b], \rho)$ to zbiór wielomianów jest gęsty w $L^2([a, b], \rho)$.
 - (12) Wielomiany jako wektory własne operatora różniczkowego rzędu 2.
 - (13) Iloczyn wektorowy przestrzeni Hilberta.
 - (14) Operatory ograniczone na przestrzeni Hilberta. Sprzężenie operatora i jego własności. Widmo operatora i promień spektralny.
 - (15) Operatory nieograniczone na przestrzeni Hilberta. Domkniętość i domykalność operatora. Operator sprzężony. Operator samosprzężony.