Warszawa, 2019–10–02

Zbiór zadań wzorcowych do wykładu *Fizyka* dla kierunków *Geologia* oraz *Geologia stosowana*

Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski

Uwagi proszę kierować na adres Piotr.Niezurawski@fuw.edu.pl

Gdy jestem pytany, dlaczego zajmuję się nauką, odpowiadam: aby zaspokoić moją ciekawość, gdyż jestem z natury poszukiwaczem zrozumienia. Jeśli nie zdziwiło cię coś przez cały dzień, to nie był on zbyt udany.

John A. Wheeler (1911–2008)

Zadania na sprawdzianach i egzaminach będą modyfikacjami zadań z tego zbioru. Zadanie za dodatkowe punkty na egzaminie może być spoza tego zestawu. Zbiór jest udostępniony w czterech wersjach:
1) z samymi treściami zadań,
2) z treściami zadań i wskazówkami
2) z treściami zadań i odpowiedziami oraz
3) z treściami zadań, wskazówkami i odpowiedziami.
Taka też jest zalecana kolejność korzystania z wersji zbioru.
Na sprawdzianach i egzaminach należy posiadać kalkulator naukowy!

Kinematyka

1 Zadanie – Prędkość człowieka

Z jaką prędkością – w kilometrach na godzinę – porusza się człowiek, który pokonuje 99750 metrów w ciągu 285 minut?

Wskazówka: Ile metrów pokonuje w ciągu minuty? Odpowiedź: 350 m.

Wskazówka: Ile metrów przejedzie w ciągu godziny? Odpowiedź: 21000 m.

Wskazówka: Ile kilometrów przejedzie w ciągu godziny? Odpowiedź: 21 km.

2 Zadanie – Prędkość jazdy rowerem

Jaś wyruszył rowerem z linii startu i jechał ze średnią prędkością 3 m/s. Maciek, który wyruszył 12 s po Jasiu z linii startu, ukończył wyścig 24 s przed Jasiem. Obaj chłopcy przebyli tę samą odległość, jadąc po prostym torze. Z jaką średnią prędkością jechał Maciek, jeśli całą trasę przejechał w trakcie 36 s?

Wskazówka: Ile czasu jechał Jaś? Odpowiedź: 72 s.

Wskazówka: Jaka była długość trasy? (Jaś...) Odpowiedź: 216 m.

3 Zadanie – Samochód

Samochód pana Krzysztofa spala 9 litrów benzyny na sto kilometrów, a litr benzyny kosztuje 6 zł. Ile **pełnych** kilometrów przejedzie pan Krzysztof samochodem za równowartość hot-doga zakupionego na stacji benzynowej, czyli za 3 zł?

Wskazówka: Na ile litrów benzyny wystarczy równowartość hot-doga zakupionego na stacji benzynowej? Odpowiedź: 0,5 litra.

4 Zadanie – Droga do szkoły

Jaś pokonuje swoją drogę do szkoły ze średnią szybkością 24 km/h. Pierwszą część drogi pokonuje rowerem miejskim, a drugą autobusem. Oba odcinki drogi są sobie równe. Rowerem porusza się ze średnią szybkością 19 km/h. Oblicz średnią szybkość jazdy autobusem. Wynik podaj z dokładnością do 2 cyfr znaczących.

Wskazówka: Zastanów się, w jaki sposób obliczyć średnią szybkość przy znanej szybkości autobusu i roweru. Możesz prowadzić przekształcenia wzorów tak, jakby dystans przejechany przez Jasia do szkoły był znany, zobaczysz, że w późniejszych obliczeniach ten dystans nie będzie istotny.

Wskazówka: Przyjmijmy oznaczenia: v_a - szybkość autobusu, v_r - szybkość jazdy rowerem, v - szybkość średnia, s - długość całej drogi Jasia do szkoły, t_a - czas jazdy autobusem, t_r - czas jazdy rowerem.
Średnia szybkość jest to iloraz całej drogi i całego czasu, tj.

$$v = \frac{s}{t_a + t_r}, \qquad t_a = \frac{s}{2v_a}, \qquad t_r = \frac{s}{2v_r}.$$

Podstawiając odpowiednio czas jazdy autobusem oraz czas jazdy rowerem do pierwszego z równań, otrzymujemy równanie:

$$v = \frac{s}{\frac{s}{2v_a} + \frac{s}{2v_r}}.$$

Po skróceniu przez s i uproszczeniu równania otrzymujemy:

$$v = \frac{2}{\frac{1}{v_a} + \frac{1}{v_r}}.$$

Jest to tzw. średnia harmoniczna. Końcowy wzór na prędkość autobusu to:

$$v_a = \frac{vv_r}{2v_r - v}.$$

5 Zadanie – Koło ratunkowe

Wioślarz płynął łodzią w górę szerokiej, prostej i równomiernie płynącej rzeki. Gdy przepływał pod kładką, z jego łodzi wypadło koło ratunkowe. Po 9 min wioślarz zauważył zgubę. Natychmiast zaczął płynąć w dół rzeki i dopędził koło w odległości 1500 m od kładki. Przyjmij, że wartość prędkości łodzi względem wody była stała i taka sama, gdy łódź płynęła w górę i gdy płynęła w dół rzeki. Załóż również, że koło od chwili, gdy wypadło z łodzi, nie poruszało się względem wody. Oblicz prędkość prądu rzeki względem brzegu w km/h.

Wskazówka: Rozważ całe zdarzenie w układzie współporuszającym się z wodą, aby łatwo określić czas całego zdarzenia.

Wskazówka: W układzie współporuszającym się z wodą woda oraz koło spoczywają, a więc wioślarz tyle samo czasu będzie odpływać od koła, co do niego wracać.

6 Zadanie – Startujący samolot

Samolot, stojący początkowo na lotnisku, ruszył wzdłuż prostego pasa startowego ze stałym przyśpieszeniem 6 m/s^2. Jaką prędkość osiągnie po czasie równym 9 s?

Wskazówka: Jak jest zdefiniowane przyśpieszenie?

7 Zadanie – Na zakręcie

Samochód jedzie po łuku o promieniu 85 m ze stałą wartością prędkości 153 km/h.
a) Narysuj fragment toru samochodu, zaznacz jego przykładowe położenie i narysuj wektor jego prędkości oraz wektor jego przyśpieszenia, opisz elementy rysunku.
b) Oblicz wartość przyśpieszenia samochodu w m/s^2.

Wskazówka: Wartość prędkości (szybkość) $v = 42{,}5$ m/s. Przyśpieszenie $a = v^2/R$.

8 Zadanie – Prędkość i przyśpieszenie punktu materialnego

Oblicz prędkość i przyśpieszenie punktu materialnego w chwili $t_1 = 1{,}3$ s, którego położenie na osi X jest opisane równaniem

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) + B\, t^2$$

gdzie $A = 1{,}5$ m, $\omega = 3{,}5$ s^{-1}, $\phi = 0{,}8$ oraz $B = 1{,}1$ m/s^2.

Wskazówka: $v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$

Wskazówka: $a = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$

9 Zadanie – Prędkość i przyśpieszenie punktu materialnego 3D

Punkt materialny porusza się w przestrzeni. W wybranym układzie kartezjańskim wektor położenia tego punktu jest równy

$$\vec{r}(t) = \begin{bmatrix} f_x t^2 + g_x t + h_x \\ g_y t + h_y \\ e_z t^3 + f_z t^2 + g_z t \end{bmatrix}$$

gdzie t oznacza czas, a wartości stałych wynoszą odpowiednio:

f_x	g_x	h_x	g_y	h_y	e_z	f_z	g_z
$-2\,\mathrm{m/s^2}$	$-4\,\mathrm{m/s}$	$8\,\mathrm{m}$	$-4\,\mathrm{m/s}$	$-2\,\mathrm{m}$	$-2\,\mathrm{m/s^3}$	$2\,\mathrm{m/s^2}$	$-5\,\mathrm{m/s}$

Oblicz prędkość i przyśpieszenie tego punktu materialnego w chwili $t_1 = 3$ s.

Wskazówka: $\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$

Wskazówka: $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$

Wskazówka:

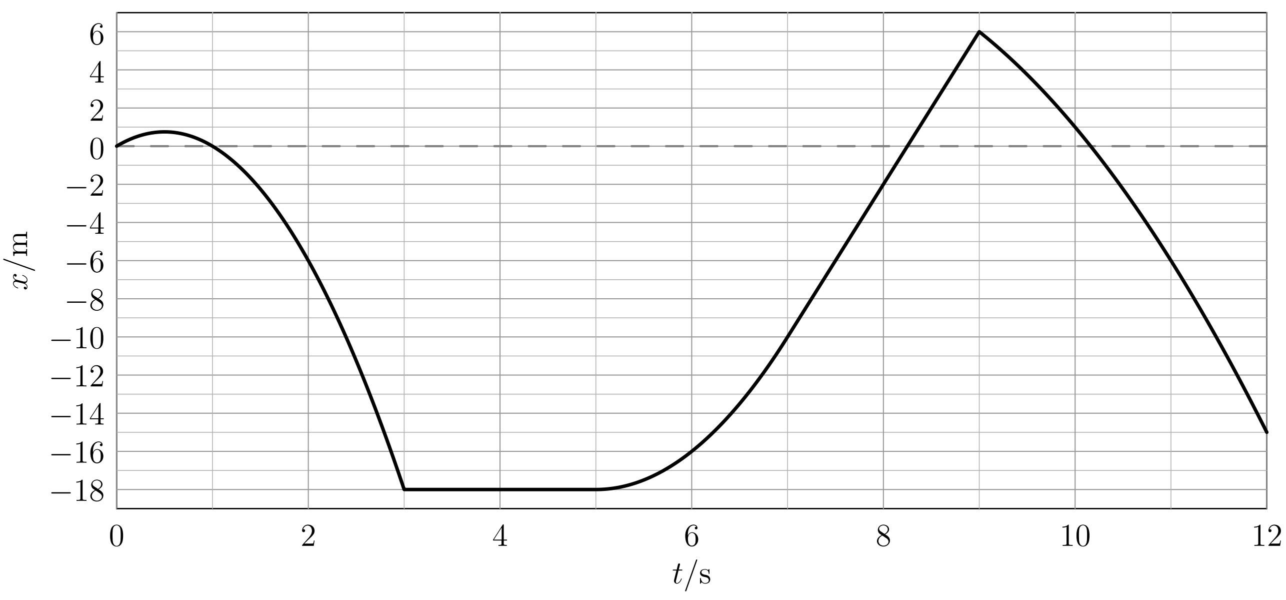
$$\frac{\mathrm{d}\vec{b}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} \frac{\mathrm{d}b_x}{\mathrm{d}t} \\ \frac{\mathrm{d}b_y}{\mathrm{d}t} \\ \frac{\mathrm{d}b_z}{\mathrm{d}t} \end{bmatrix}$$

Wskazówka:

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 2f_x t + g_x \\ g_y \\ 3e_z t^2 + 2f_z t + g_z \end{bmatrix} \qquad \vec{a} = \begin{bmatrix} 2f_x \\ 0 \\ 6e_z t + 2f_z \end{bmatrix}$$

10 Zadanie – Niezdecydowany punkt materialny

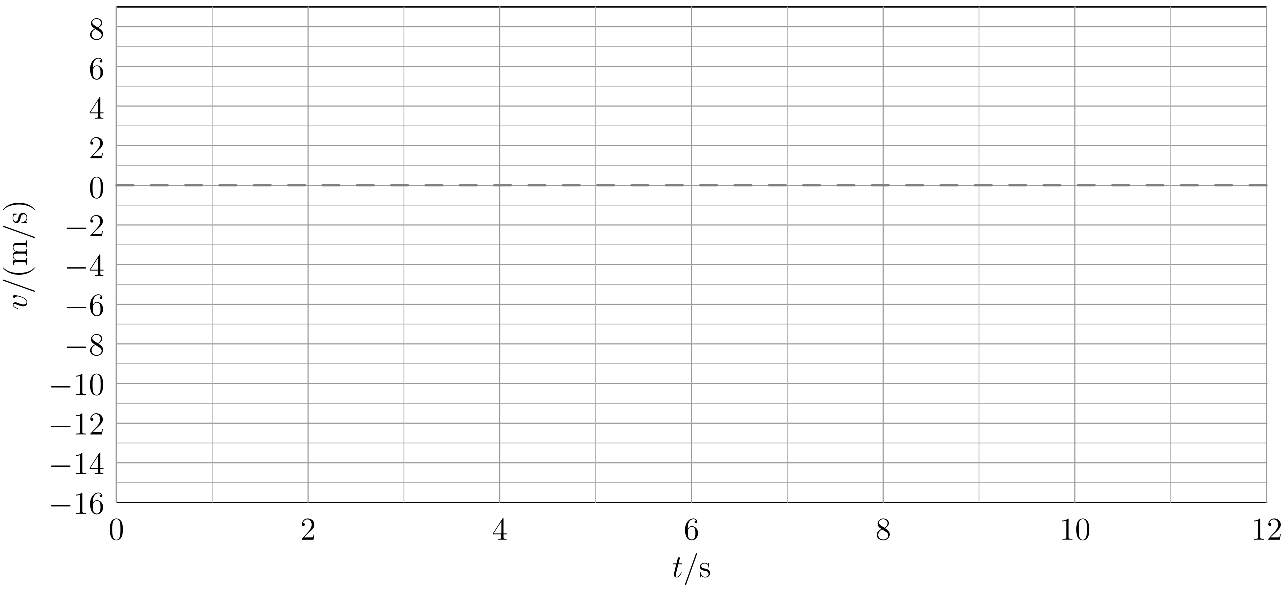
Punkt materialny porusza się wzdłuż osi X. Na wykresie przedstawiono zależność jego położenia x od czasu t.



W tabeli podano przyśpieszenie a punktu materialnego w poszczególnych interwałach czasu.

t/s	$[0,3[$	$]3,5[$	$]5,7[$	$]7,9[$	$]9,12]$
$a/(\mathrm{m/s^2})$	-6	0	4	0	-2

Wykonaj wykres zależności prędkości v od czasu dla tego punktu materialnego dla $t \in [0, 12]$ s.



Wskazówka: Jeśli v jest dodatnie, to punkt materialny porusza się zgodnie ze zwrotem osi X, a jeśli v jest ujemne, to punkt materialny porusza się w przeciwną stronę.

Wskazówka:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

Wskazówka: Wygodniej będzie posłużyć się zmianami wielkości. Po danym interwale czasowym Δt mamy:

$$\Delta x = v_0\,\Delta t + \frac{1}{2}a\,\Delta t^2,$$

więc prędkość na początku przedziału to

$$v_0 = \Delta x/\Delta t - \frac{1}{2}a\,\Delta t$$

Wskazówka: Na końcu interwału czasowego Δt prędkość to

$$v_f = v_0 + a\,\Delta t = \Delta x/\Delta t + \frac{1}{2}a\,\Delta t$$

Dynamika, statyka...

11 Zadanie – Statek kosmiczny Zazula

W przestrzeni kosmicznej, z dala od innych ciał spoczywał w układzie inercjalnym statek międzygalaktyczny Zazula. Na skutek eksplozji rozpadł się na trzy części. Jedna część o masie $14{,}6 \cdot 10^3$ kg porusza się z szybkością 1,3 m/s. Druga część o masie $21{,}1 \cdot 10^3$ kg nadal spoczywa. Oblicz masę trzeciego fragmentu statku, jeśli jego szybkość jest równa 10,5 m/s.

Wskazówka: Jakie wielkości są zachowane?

Wskazówka: Którą z zachowanych wielkości można obliczyć na podstawie danych?

12 Zadanie – Spadochroniarz

Spadochroniarz wraz z wyposażeniem ma masę 115 kg i opada na spadochronie pionowo w dół ze stałą prędkością o wartości 6,4 m/s. Dzieje się to około 300 m nad poziomem morza, a przyśpieszenie ziemskie jest tam równe 9,8 m/s^2. Oblicz siłę oporów ruchu działającą na spadochroniarza wraz z jego wyposażeniem.

Wskazówka: Jakim ruchem względem Ziemi porusza się spadochroniarz? Jakie siły na niego działają i jaki związek zachodzi między nimi?

13 Zadanie – Zderzenie wagonów

Wagon kolejowy o masie 43 ton, jadąc po poziomych torach z prędkością o wartości 1,2 m/s, uderzył w stojący skład 3 wagonów. Po zderzeniu wszystkie wagony poruszają się razem, ze stałą prędkością. Wszystkie wagony są identyczne. Można pominąć wpływ zewnętrznych sił poziomych. Oblicz:
a) wartość prędkości, z jaką poruszają się wagony tuż po zderzeniu i połączeniu,
b) o ile zmniejszyła się na skutek sczepienia wagonów energia kinetyczna ich ruchu postępowego.

Wskazówka: Z jakiej zasady zachowania można skorzystać?

Wskazówka: Zasada zachowania pędu (składowa pozioma) prowadzi do równania $mv_0 = (n+1)mv$, a więc po sczepieniu skład porusza się z prędkością $v = 0{,}3$ m/s.

14 Zadanie – Kula w polu dwóch sił

Kula o masie 8 kg porusza się pod wpływem siły ciężkości oraz poziomo skierowanej, stałej siły elektrostatycznej. Wpływ innych sił jest pomijalny. Przyśpieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe 9,8 m/s^2. Wartość siły elektrostatycznej to 81 N. Oblicz:
a) wartość wypadkowej siły działającej na kulę,
b) wartość przyśpieszenia kuli,
c) wartość prędkości kuli po czasie 10 s, zakładając, że początkowo znajdowała się ona w spoczynku.

Wskazówka: Pod jakim względnym kątem skierowane są dwie siły? Z jakiego twierdzenia dotyczącego trójkąta prostokątnego można skorzystać?

Wskazówka: Wartość wypadkowej siły to ok. 113 N. Z której zasady dynamiki należy skorzystać, by obliczyć przyśpieszenie kuli?

Wskazówka: Wartość przyśpieszenia to ok. 14,1 m/s^2. Przyśpieszenie to jest stałe. Jaką prędkość po czasie t osiągnie ciało poruszające się ze stałym przyśpieszeniem a?

15 Zadanie – Przyśpieszenie planety

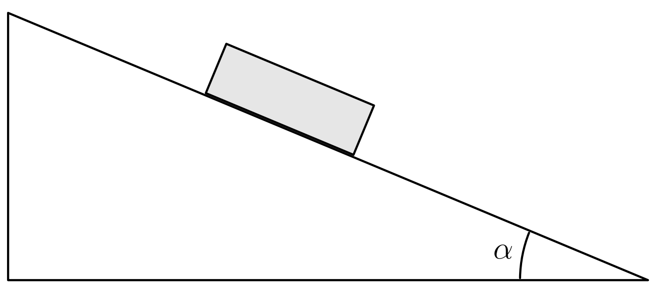
Oblicz wartość przyśpieszenia, z jakim porusza się planeta MLMC wokół gwiazdy PRPL. Przyjmij, że MLMC i PRPL są punktami materialnymi o masach odpowiednio $7{,}66 \cdot 10^{24}$ kg i $3{,}61 \cdot 10^{30}$ kg, a planeta porusza się ze stałą szybkością w odległości $443 \cdot 10^6$ km od gwiazdy. Stała grawitacji $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2. Zagadnienie rozważ w układzie inercjalnym. Wpływ innych ciał jest nieistotny.

Wskazówka: Jaka siła działa na planetę?

Wskazówka: Jak powiązane są przyśpieszenie i siła?

16 Zadanie – Równia pochyła (rysunek)

Po idealnie śliskiej, nieruchomej równi pochyłej o kącie nachylenia do poziomu $\alpha = 17°$ zsuwa się cegła o masie 5,4 kg. Oblicz przyśpieszenie cegły. Pomiń wpływ oporu powietrza. Przyśpieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe 9,8 m/s^2. Wartość kąta α na rysunku może być inna od podanej.



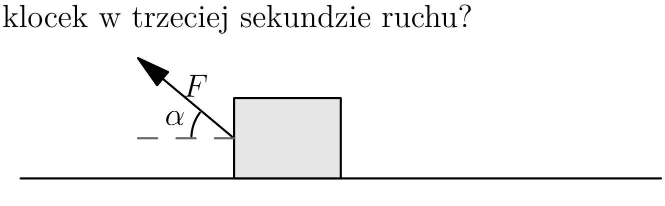
Wskazówka: Jakie siły działają na cegłę?

Wskazówka: W którym kierunku cegła się nie porusza?

Wskazówka: Ile wynosi składowa przyśpieszenia ziemskiego równoległa do równi?

17 Zadanie – Ukośna siła

Na poziomej podłodze znajduje się początkowo spoczywający klocek o masie 0,7 kg. Przykładamy do niego siłę $F = 7$ N skierowaną pod kątem $\alpha = 45°$ do poziomu. Przyjmij, że współczynnik tarcia kinetycznego i statycznego klocka o podłogę wynosi 0,1.
a) Oblicz przyśpieszenie klocka.
b) Jaką drogę pokona klocek w ciągu pierwszych pięciu sekund ruchu?
c) Jaką drogę pokona klocek w trzeciej sekundzie ruchu?



Wskazówka: Przyśpieszenie klocka o masie m wynosi

$$a = \frac{F\cos\alpha - f(mg - F\sin\alpha)}{m},$$

gdzie f to współczynnik tarcia klocka o podłogę.

Wskazówka: Związek między przyśpieszeniem a drogą w ruchu jednostajnie przyśpieszonym bez prędkości początkowej

$$s = \frac{1}{2}at^2.$$

18 Zadanie – Obrót Ziemi

Oblicz:
a) z jaką prędkością liniową na równiku powinna obracać się Ziemia wokół własnej osi, aby ciężar człowieka stojącego na równiku stanowił 86% siły grawitacji działającej na niego.
b) ile wynosi ciężar człowieka o masie 64 kg na równiku, jeżeli liniowa prędkość Ziemi, wynikająca z jej ruchu obrotowego, w tym miejscu wynosi 1667 km/h.
Przyjmij, że przyśpieszenie grawitacyjne na równiku jest równe 9,8 m/s^2.

Wskazówka: W układzie nieinercjalnym związanym z Ziemią na człowieka, stojącego na równiku, działa siła grawitacji, z którą jest on przyciągany i siła odśrodkowa bezwładności. Ciężar człowieka Q jest to wypadkowa tych dwóch sił

$$Q = G\frac{Mm}{R^2} - \frac{mV^2}{R},$$

$$Q = kmg,$$

$$g = \frac{GM}{R^2},$$

gdzie G to stała grawitacji, M i m to odpowiednio masa Ziemi i człowieka, a g to przyśpieszenie ziemskie wynikające tylko z oddziaływania grawitacyjnego.

19 Zadanie – Rozpędzanie z oporem

Na lodowisku stoi łyżwiarz o masie 61 kg. Kolega rozpędza go, działając na łyżwiarza poziomą siłą o wartości 51 N na drodze 3,9 m. Wiedząc, że działająca na łyżwiarza pozioma siła oporu ma wartość 12 N, oblicz szybkość, z jaką łyżwiarz będzie się poruszać po rozpędzeniu.

Wskazówka: Jak praca wypadkowej siły związana jest ze zmianą szybkości ciała?

Wskazówka: Wartość wypadkowej siły działającej na łyżwiarza to $F - T$, gdzie F to wartość siły rozpędzającej, a T to wartość siły oporu.

Wskazówka: Praca wypadkowej siły na drodze S, czyli $W = (F - T)S$, jest równa zmianie energii kinetycznej łyżwiarza.

20 Zadanie – Spacer z sankami

Dziecko ciągnie sanki ze stałą prędkością, po poziomym boisku, wzdłuż odcinka o długości 20 m. Oblicz pracę, jaką wykona ono przy ciągnięciu, jeśli siła napięcia sznurka wynosi 57 N i tworzy on kąt 25° z poziomem.

Wskazówka: Jak obliczyć składową poziomą siły?

21 Zadanie – Cegły z wykopaliska

Ilu studentów archeologii potrzeba, by wynieść 3400 cegieł z wykopaliska? Każda z cegieł ma masę 3 kg, a każdy student może wykonać pracę 21000 J, niosąc cegły samodzielnie albo w grupie. Każdą cegłę należy przenieść o 17 m wyżej w polu grawitacyjnym o natężeniu 9,8 N/kg.

Wskazówka: O ile zmieni się energia potencjalna cegieł?

Wskazówka: Ilu studentów potrzeba, by zmienić energię potencjalną cegieł o 1699320 J? Zwróć uwagę na fakt, że część studenta nie może wnosić cegieł :-)

22 Zadanie – Wahadło

Kulkę o masie 20 dag zawieszoną na długiej, nierozciągliwej i bardzo lekkiej nici przymocowanej do nieruchomego zaczepu wychylono z położenia równowagi tak, że podniosła się ona na wysokość 7 cm. Nić cały czas była napięta. Po wypuszczeniu kulka wykonuje ruch wahadłowy. Zaniedbując opory ruchu, oblicz wartość prędkości kulki w momencie przechodzenia przez położenie równowagi. Przyjmij, że przyśpieszenie grawitacyjne jest równe 9,8 m/s^2.

Wskazówka: Z jakiej zasady zachowania możesz skorzystać?

Wskazówka: Korzystając z równania opisującego zasadę zachowania energii mechanicznej, oblicz wartość prędkości kulki w najniższym punkcie jej toru.

23 Zadanie – Lot mionu

Mion leci ze stałą prędkością $1{,}8 \cdot 10^8$ m/s względem laboratorium. W układzie związanym z mionem rozpadł się on po czasie 2 μs od początku lotu. Ile czasu trwał lot mionu w układzie związanym z laboratorium? Przyjmij wartość prędkości światła w próżni $3 \cdot 10^8$ m/s.

Wskazówka: Czas lotu zmierzony w układzie związanym z laboratorium, t, będzie dłuższy niż czas zmierzony w układzie związanym z mionem, t_0.

24 Zadanie – Przyssawka

Oblicz maksymalną masę odważnika, który może wisieć przyczepiony do okrągłej przyssawki przylegającej do poziomego sufitu. Średnica przyssawki jest równa 35 cm. Przyjmij, że między przyssawką a sufitem jest próżnia, ciśnienie atmosferyczne jest równe 982 hPa, a przyśpieszenie ziemskie 9,8 m/s^2.

Wskazówka: $F = p\,A$

Wskazówka: $A = \pi(d/2)^2$

Wskazówka: $F \approx 9450$ N.

Wskazówka: $m = F/g$

25 Zadanie – Pod wodą

Oblicz ciśnienie wody działające na nurka znajdującego się na głębokości 30 m. Przyjmij gęstość wody 1018 kg/m^3 oraz natężenie pola grawitacyjnego 9,8 N/kg.

Wskazówka: $p = dgh$

26 Zadanie – Prasa hydrauliczna

Dwa walcowe tłoki prasy hydraulicznej mogą poruszać się w pionie. Gdy są nieobciążone, znajdują się na tym samym poziomie. Mniejszy tłok ma średnicę 7 cm, a duży średnicę 51 cm. Jaki odważnik trzeba umieścić na małym tłoku, by utrzymać bryłę o masie 1200 kg leżącą na dużym tłoku?

Wskazówka: $p = mg/S$, gdzie $S = \pi r^2$

Wskazówka: $p_1 = p_2$

27 Zadanie – Kula w cieczy

Pełna kula wykonana z materiału o gęstości 1300 kg/m^3 pływa w cieczy o gęstości 2500 kg/m^3. Cały układ znajduje się w jednorodnym polu grawitacyjnym. Oblicz stosunek objętości tej części kuli, która znajduje się powyżej powierzchni cieczy, do objętości całej kuli.

Wskazówka: Jakie siły działają na kulę?

Wskazówka: Jaka jest wartość wypadkowej siły?

Wskazówka: $V_2\, d_l\, g = V d_b\, g$

Wskazówka: $V_1 + V_2 = V$

Wskazówka: $V_1/V = 1 - V_2/V$

28 Zadanie – Wąż ogrodowy

Gumowy wąż ogrodowy o wewnętrzej średnicy 12 mm zakończony jest otworem o średnicy 6 mm. Z jaką szybkością wylatuje woda z otworu, jeśli w wężu porusza się ona z szybkością 20 cm/s?

Wskazówka: Skorzystaj z tego, że wodę w tym przypadku można uznać za ciecz nieściśliwą.

Wskazówka: $v_1 t A_1 = v_2 t A_2$, gdzie $A_i \propto d_i^2$

29 Zadanie – Rura z przewężeniem

Całym wnętrzem poziomo umieszczonej rury płynie woda. Rura posiada przewężenie, przez które woda przepływa z szybkością 45 cm/s. Przed przewężeniem woda płynie z szybkością 40 cm/s. Pomiń efekty związane z lepkością i ściśliwością. Przepływ jest laminarny. Gęstość wody jest równa 1000 kg/m^3.
a) Oblicz zmianę ciśnienia między dwoma punktami znajdującymi się na osi rury, z czego pierwszy punkt znajduje się przed przewężeniem, a drugi w przewężeniu.
b) Napisz, w którym z punktów ciśnienie jest większe.

Wskazówka: Skorzystaj z równania Bernoulliego.

Wskazówka: Ciecz przemieszcza się w poziomie.

Wskazówka: Ciśnienia p_i oraz szybkości v_i przed ($i = 1$) i w przewężeniu ($i = 2$) spełniają równanie

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

gdzie ρ jest gęstością wody.

Termodynamika

30 Zadanie – Ogrzewanie wody

Ile ciepła należy dostarczyć 600 g wody, aby ogrzać ją o 45 K? Wynik wyraź w kJ. Przyjmij, że ciepło właściwe wody wynosi 4200 J/(kg·K).

Wskazówka:

$$c_w = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

c_w - ciepło właściwe, Q - przekazane ciepło, ΔT - zmiana temperatury.

31 Zadanie – Ochładzanie sali

W pomieszczeniu są klimatyzatory o maksymalnej mocy chłodniczej 3 kW. W sali znajduje się 42 studentów. Można przyjąć, że każdy z nich wydziela ciepło z szybkością około 310 kJ/godz. W pomieszczeniu znajduje się także 20 żarówek, każda o mocy 80 W. Ponieważ na zewnątrz panuje wysoka temperatura, przez ścianę przenika ciepło z szybkością 5 MJ/godz. Ile klimatyzatorów powinno być włączonych, jeśli powietrze w pomieszczeniu ma być utrzymywane w stałej temperaturze 21°C?

Wskazówka: Oblicz ilość wytwarzanego ciepła w ciągu sekundy przez studentów, żarówki oraz ciepło przepływające przez ściany.

Wskazówka: Moc działających klimatyzatorów musi być równa ilości wytwarzanego ciepła w ciągu sekundy.

32 Zadanie – Parowanie wody

Do naczynia zawierającego 0,3 kg wody włożono grzałkę o mocy 600 W, a następnie doprowadzono wodę do wrzenia. Ile wody wyparowało w ciągu 5 minut wrzenia? Przyjmij, że ciepło parowania wody wynosi 2270 kJ/kg.

Wskazówka:

$$Q = P \cdot t$$

Q - przekazane ciepło, P - moc grzałki, t - czas.

Wskazówka: Wykonaj bilans energetyczny.

33 Zadanie – Lód w ciepłej wodzie

Blok lodu o temperaturze -5°C i masie 270 g włożono do 1200 g wody o temperaturze 55°C. Oblicz końcową temperaturę układu, zakładając, że nie następuje wymiana cieplna z otoczeniem. Przyjmij wartości: ciepła właściwego lodu 2050 J/(kg K), ciepła topnienia lodu 334 kJ/kg, ciepła właściwego wody (cieczy) 4200 J/(kg K).

Wskazówka: Układ jest izolowany, całkowita energia nie zmieniła się.

Wskazówka: Wykonaj bilans energetyczny.

Wskazówka: $(0°C - T_i)c_i m_i + m_i l_i + (T_f - 0°C)m_i c_w + (T_f - T_w)m_w c_w = 0$

34 Zadanie – Granitowa płyta

Powierzchnia płyty granitowej to $140 \cdot 10^3$ m^2, a jej grubość 6 m. Pod płytą panuje temperatura 40°C, a nad płytą −5°C. Oblicz ciepło przepływające przez płytę w trakcie jednej minuty, jeśli współczynnik przewodnictwa cieplnego granitu jest równy 2,59 W/(K · m).

Wskazówka: Strumień ciepła jest wprost proporcjonalny do różnicy temperatur, ΔT, i powierzchni, A, a odwrotnie proporcjonalny do grubości, h.

Wskazówka: Strumień ciepła: $H = k\,A\,\Delta T/h$

Wskazówka: Ciepło: $Q = Ht$, gdzie t to czas.

35 Zadanie – Wydłużenie szyny

Oblicz, o ile zmieni się długość stalowej szyny po ogrzaniu jej do temperatury 15°C, jeśli jej długość przy temperaturze 3°C jest równa 12 m. Współczynnik rozszerzalności cieplnej użytej stali jest równy $0{,}99 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}.

Wskazówka: Wydłużenie jest wprost proporcjonalne do różnicy temperatur i początkowej długości.

36 Zadanie – Lodowiec

Oszacuj masę stopionego lodu z lodowca, który zsunął się i zatrzymał w dolinie. Początkowo lodowiec spoczywał na wysokości 280 m nad doliną i miał masę $4 \cdot 10^9$ kg. Załóż, że energia tracona przez zsuwający się lodowiec i spływającą wodę powstałą podczas topnienia lodowca powoduje dalsze topnienie lodu. Przyjmij ciepło topnienia lodu 334 kJ/kg. Przyśpieszenie ziemskie w miejscu zdarzenia jest równe 9,8 m/s^2.

Wskazówka: Zmiana energii potencjalnej jest równa energii, która została zużyta na stopienie lodu.

37 Zadanie – Zmiana energii wewnętrznej układu

W pewnym procesie dostarczyliśmy do układu ciepło o wartości 230 J, wykonaliśmy pracę nad tym układem (np. sprężając go) o wartości 110 J oraz odebraliśmy od układu ciepło o wartości 180 J, a układ wykonał pracę o wartości 130 J. Oblicz zmianę energii wewnętrznej tego układu wskutek opisanego procesu.

Wskazówka: $\Delta U = Q + W$, gdzie Q jest ciepłem dostarczanym do układu, a W jest pracą wykonywaną nad układem.

38 Zadanie – Entropia i porcja wody

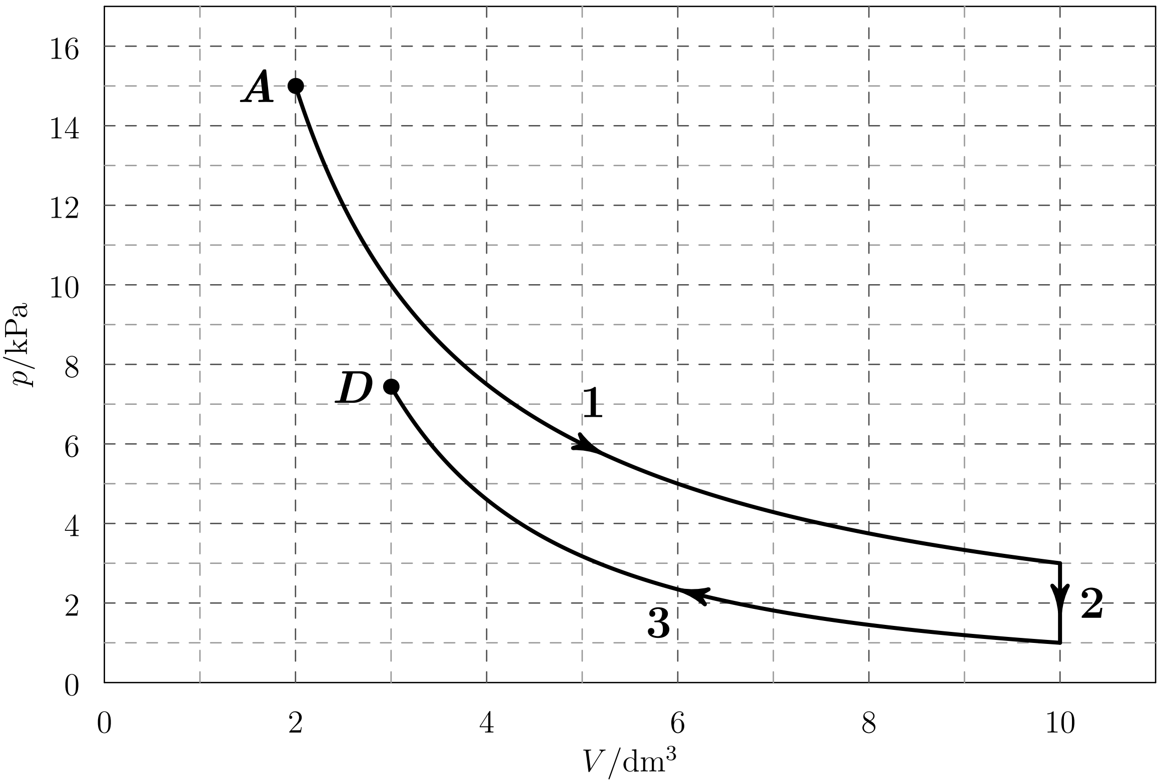
Oblicz zmianę entropii wody o masie 83 g podczas przemiany jej stanu z ciekłego (płyn) w stan gazowy (para) w temperaturze wrzenia pod ciśnieniem 1 atm. Przyjmij ciepło parowania równe 2257 kJ/kg.

Wskazówka: Zmiana entropii $\Delta S = Q/T$, gdzie Q – ciepło, T – temperatura (w K).

Wskazówka: $Q = mL$, gdzie m – masa wody, L – ciepło przemiany.

39 Zadanie – Przemiany gazowe

Ustalona porcja gazowego neonu przeszła przemiany 1, 2 i 3 przedstawione na poniższym wykresie, gdzie p oznacza ciśnienie gazu, a V jego objętość. Początkowo parametry gazu opisywał punkt A. Wiadomo, że przemiana 3 była adiabatyczna.
a) Podaj nazwy przemian 1 i 2. W przypadku przemiany 1 swoją hipotezę dotyczącą rodzaju przemiany sprawdź w 3 różnych punktach.
b) Dla każdej z przemian wskaż wielkości, które są zawsze równe 0 w trakcie tej przemiany.
c) Czy gaz w punkcie D ma większą temperaturę niż w punkcie A?
d) Czy z punktu D może ta porcja gazu dotrzeć do punktu A w przemianie izobarycznej?

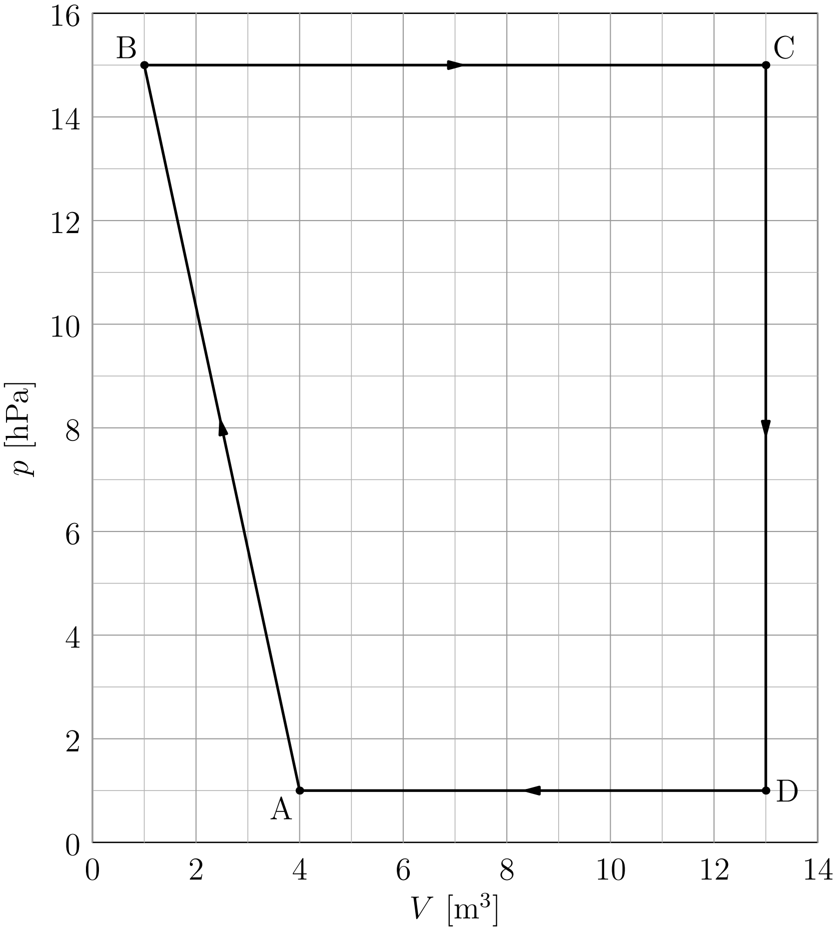


Wskazówka: W przemianie 1 iloczyn pV jest stały.

Wskazówka: Dla gazu doskonałego $T \propto pV$.

40 Zadanie – Praca wykonana przez gaz

Oblicz pracę wykonaną przez gaz podczas jednego cyklu przedstawionego na wykresie poniżej.



Uwaga: Praca wykonana przez gaz jest dodatnia, gdy gaz się rozpręża, a ujemna, gdy jego objętość maleje.

Wskazówka: Praca wykonana przez gaz jest równa polu pod wykresem $p(V)$.

Wskazówka:

$$W = \frac{\mathrm{CD}}{2}(\mathrm{BC} + \mathrm{DA})$$

Elektryczność, magnetyzm, optyka, obwody

41 Zadanie – Łamigłówka z elektrostatyki

Do dyspozycji masz uziemienie oraz trzy jednakowe metalowe kule, dwie z nich naładowane są ładunkiem Q, a trzecia ładunkiem $-Q$. Otrzymaj na jednej z nich ładunek $\frac{3}{8}Q$. Możesz łączyć kule ze sobą oraz z uziemieniem.

42 Zadanie – Natężenie pola elektrycznego

Oblicz wartość natężenia pola elektrycznego w odległości 11 nm od jądra atomowego o liczbie atomowej 5. Opisz również kierunek i zwrot wektora natężenia pola elektrycznego względem jądra. Pomiń wpływ innych obiektów. Przyjmij, że ładunek protonu jest równy $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C, jego masa to $1{,}673 \cdot 10^{-27}$ kg, a stała Coulomba wynosi $8{,}988 \cdot 10^{9}$ Nm^2/C^2.

Wskazówka: Ile protonów znajduje się w jądrze?

Wskazówka: Jaki jest ładunek elektryczny protonu?

43 Zadanie – Alarm samochodowy

Przez pewien alarm samochodowy w trybie czuwania przepływa prąd o średnim natężeniu 35 mA. Oblicz ładunek, który przepłynął przez ten układ w trakcie 25 dób. Wynik podaj w kulombach i amperogodzinach.

Wskazówka: $I = Q/t$

Wskazówka: 1 Ah = 1 A · 1 h

Wskazówka: 1 C = 1 A · 1 s

44 Zadanie – Opornik

Gdy przez opornik płynął stały prąd o natężeniu 10 mA, napięcie mierzone między końcówkami opornika było równe 0,6 V.
a) Oblicz opór opornika.
b) Zakładając, że opornik spełnia prawo Ohma, oblicz natężenie prądu płynącego przez opornik, gdy napięcie mierzone między jego końcówkami jest równe 2,4 V.

Wskazówka: $U = RI$

Wskazówka: $I_1/U_1 = I_2/U_2$

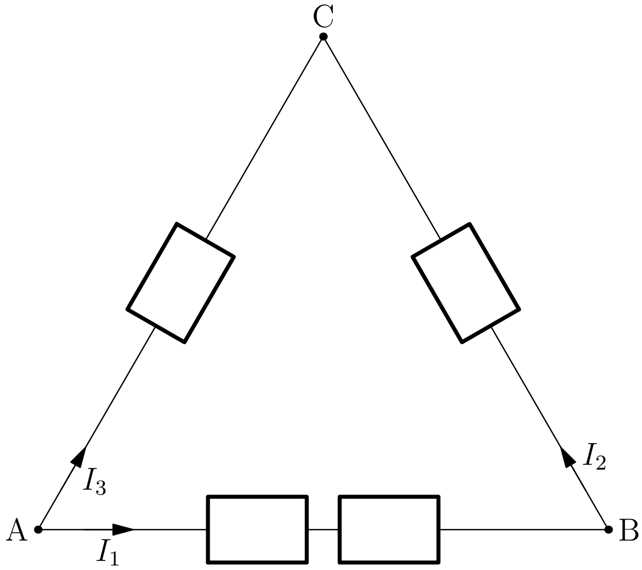
45 Zadanie – Opór zastępczy

Cztery oporniki o takich samych oporach $R = 24\ \Omega$ połączono w sposób przedstawiony na rysunku. Napięcie U między punktami A i C wynosi 4 V.

a) Oblicz opór zastępczy między zaciskami A i C.

b) Oblicz natężenia prądów I_1, I_2 i I_3 zaznaczonych na rysunku.

c) Oblicz spadek napięcia między punktami B i C.



Wskazówka: a) Zastanów się, w jaki sposób połączone są oporniki. Spróbuj narysować ten układ w prostszy sposób.

Wskazówka: Gdy rozrysujemy podany układ w postaci, w której będzie bardziej przejrzysty, otrzymamy dwie gałęzie połączone równolegle. W pierwszej znajdzie się jeden opornik, a w drugiej trzy oporniki połączone szeregowo. W takim razie opór zastępczy w pierwszej gałęzi wynosi R, a w drugiej $3R$. Ponieważ opisane fragmenty obwodu połączone są równolegle, to opór zastępczy obliczymy w następujący sposób:

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R},$$

$$R_z = \frac{3R}{4}.$$

Wskazówka: b) Do obliczenia natężenia można wykorzystać wzór

$$I = \frac{U}{R}.$$

Należy go zastosować dla każdej gałęzi opisanej w poprzedniej wskazówce oddzielnie. Zwróć uwagę, że $I_1 = I_2$.

Wskazówka: c) Napięcie obliczymy z zależności $U_{BC} = I_2 R$.

46 Zadanie – Proton w polu magnetycznym

Proton porusza się z prędkością o wartości 6500 m/s w jednorodnym polu magnetycznym o wartości 2,8 T. Wektor prędkości jest prostopadły do pola magnetycznego. Oblicz przyśpieszenie, z jakim porusza się proton. Ładunek protonu jest równy $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C, a jego masa jest równa $1{,}673 \cdot 10^{-27}$ kg.

Wskazówka: Ile wynosi wartość działającej na proton siły?

Wskazówka: Na proton działa siła Lorentza o wartości $F = qvB \approx 292 \cdot 10^{-17}$ N.

47 Zadanie – Cewka i magnes

Układ składa się z wykonanej z miedzianego drutu, podłączonej tylko do amperomierza cewki oraz trwałego, silnego magnesu. Cewka i magnes mogą być niezależnie przesuwane wzdłuż prostej, która jest jednocześnie osią cewki i magnesu (bieguny magnesu leżą na tej prostej). W poniższej tabeli, w wymienionych trzech przypadkach opisz zachowanie wartości bezwzględnej natężenia prądu, $|I|$, płynącego przez cewkę (*maleje, rośnie, stała i różna od 0, równa 0*) oraz wypadkowe oddziaływanie elektromagnetyczne między cewką a magnesem (*przyciągają się, odpychają się, nie oddziałują*).

opis	$\boldsymbol{|I|}$	**oddziaływanie**
Magnes jest ze stałą prędkością zbliżany do nieruchomej cewki		
Cewka jest ze stałą prędkością zbliżana do nieruchomego magnesu		
Cewka jest ze stałą prędkością oddalana od nieruchomego magnesu		

48 Zadanie – Rodzaje magnetyków

Zaobserwowano, że próbka materiału umieszczona w pobliżu cewki, przez którą płynął prąd elektryczny, była odpychana od cewki. Po wyłączeniu prądu płynącego przez cewkę magnetyzacja próbki zmniejszyła się do zera. Podkreśl nazwę opisującą rodzaj magnetyka, z którego wykonana jest próbka: diamagnetyk, paramagnetyk.

Fale

49 Zadanie – Generator fal

Uczeń nalał wody do wanny. Na powierzchni wody położył drewnianą listewkę połączoną z generatorem drgań. Generator poruszał listewką pionowo, ze stałą częstotliwością tak, że listewka cały czas była w kontakcie z wodą. W górnym położeniu znajdowała się co 0,27 s. Uczeń wytworzył w ten sposób na powierzchni wody falę płaską. Jej prędkość wynosi 0,43 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Oblicz częstotliwość wytwarzanych fal oraz odległość między kolejnymi grzbietami.

Wskazówka: Czas, po jakim listewka znajdzie się ponownie w tym samym położeniu, należy zinterpretować jako okres T. Znajomość okresu umożliwia wyznaczenie częstotliwości f:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Wskazówka: Odległość między kolejnymi grzbietami jest równa długości fali λ i zależy w następujący sposób od prędkości fali v oraz jej okresu T:

$$\lambda = Tv.$$

50 Zadanie – Dźwięk w piaskowcu

Prędkość dźwięku w piaskowcu jest równa 2900 m/s. Oblicz okres oraz częstotliwość fali rozchodzącej się w płycie z tego piaskowca, jeśli długość fali jest równa 1,7 km.

Wskazówka: $\lambda = v\,T$

Wskazówka: $f = 1/T$

51 Zadanie – Prędkość dźwięku w stali

Paweł i Gaweł stoją na szynach kolejowych w odległości 1456 m od siebie. Paweł uderzył młotkiem w szynę. Gaweł, przykładając ucho do szyny, usłyszał dźwięk o 4 sekundy wcześniej niż dźwięk, który doleciał w powietrzu. Oblicz prędkość, z jaką rozchodzi się dźwięk w stali, z której zrobiono szyny. Prędkość dźwięku w powietrzu wynosi 340 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Wskazówka: Jak powiązać czas rozchodzenia się dźwięku w powietrzu z czasem rozchodzenia się w stali?

52 Zadanie – Częstotliwość światła

Wiązka światła o długości fali 770 nm w próżni pada na powierzchnię szkła o bezwzględnym współczynniku załamania tego światła równym 1,57. Oblicz częstotliwość i długość fali tego światła w szkle. Przyjmij wartość prędkości światła w próżni $3 \cdot 10^8$ m/s.

Wskazówka:

$$\lambda = v\,T = v/f$$

λ – długość fali; v – prędkości fali; T – okres fali; f – częstotliwość fali.

Wskazówka:

$$v = c/n$$

c – prędkość światła w próżni; n – bezwzględny współczynnik załamania światła.

53 Zadanie – Fala podłużna w pręcie

Oblicz prędkość rozchodzenia się podłużnej fali w długim, metalowym pręcie. Długość fali jest znacznie większa od średnicy pręta. Gęstość metalu, z którego wykonano pręt, jest równa 5400 kg/m^3, a moduł Younga tego metalu jest równy 332 GPa. Jeśli nie pamiętasz zależności prędkości fali od modułu Younga i gęstości, to w opisanym przypadku możesz ją uzyskać, rozważając wymiary tych wielkości.

Wskazówka: $\mathrm{Pa} = \mathrm{N/m^2}$

Wskazówka: $\mathrm{N} = \mathrm{kg \cdot m/s^2}$

Wskazówka: $\mathrm{Pa} = \mathrm{kg/(m \cdot s^2)}$

Wskazówka: $\mathrm{Pa/(kg/m^3)} = \mathrm{m^2/s^2}$

54 Zadanie – Interferencja fal dźwiękowych

W jednorodnym ośrodku umieszczono dwa głośniki. Pierwszy głośnik znajduje się w odległości 12,15 m, a drugi w odległości 4,65 m od mikrofonu. Każdy z głośników oddzielnie wytwarzał w okolicy mikrofonu falę o takiej samej amplitudzie, a w obszarze między tym głośnikiem a mikrofonem zmiany ciśnienia można było w przybliżeniu opisać jako falę płaską o długości fali 250 cm. Następnie włączono oba głośniki. Drgają one w taki sam sposób, czyli w zgodnej fazie. Na podstawie odpowiednich obliczeń określ, czy w miejscu, gdzie znajduje się mikrofon, nastąpi wzmocnienie czy osłabienie dźwięku w porównaniu z sytuacją, gdy był włączony tylko jeden z głośników.

Wskazówka:

$$|d_1 - d_2|/\lambda = ?$$

d_1 oraz d_2 – odległość od mikrofonu odpowiednio pierwszego oraz drugiego głośnika; λ – długość fali.

55 Zadanie – Doświadczenie Younga

Zielone światło o długości fali 550 nm oświetla dwie bardzo wąskie szczeliny odległe o 1,2 mm. Ekran, na którym obserwujemy obraz interferencyjny, jest odległy od szczelin o 5,6 m. Ile wynosi odległość między jasnymi prążkami?

Wskazówka: Jaki jest warunek powstania jasnych prążków?

56 Zadanie – Czy to fala?

W strefie subdukcji miało miejsce trzęsienie ziemi. Po analizie danych sejsmicznych stwierdzono, że wychylenie skorupy ziemskiej można opisać następującą funkcją zależną od położenia x oraz czasu t:

$$f(x,t) = N \cdot \sin\left(\frac{x}{L} + \left(\frac{t}{T}\right)^2\right)$$

gdzie N, L, T są stałymi. Funkcja opisywała wychylenie dla $x \in (0, L)$ oraz $t \in (0, T)$. Sprawdź, czy ta funkcja spełnia równanie falowe, a więc czy opisywane wychylenie było falą.

Wskazówka:

$$v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

57 Zadanie – Odległość do diody

Cienka soczewka o ogniskowej 6 cm musi być odsunięta na odległość 9 cm od ekranu, aby uzyskać na nim ostry obraz świecącej diody znajdującej się na osi optycznej soczewki.
a) Oblicz odległość od soczewki do diody.
b) Oblicz stosunek wysokości diody do wysokości jej obrazu.

Wskazówka:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

f – ogniskowa; x – odległość od soczewki do diody; y – odległość od soczewki do obrazu (ekranu).

Wskazówka:

$$h_o/h_i = x/y$$

h_o – wysokość diody (*object*); h_i – wysokość obrazu (*image*)

58 Zadanie – Polaryzacja i geolog

Młoda geolog podczas wycieczki w Sudetach znalazła fragment kryształu. W celu jego identyfikacji badała polaryzację odbitego od ściany kryształu światła. Dysponowała wiązką światła o długości fali 589 nm. Maksymalną polaryzację liniową odbitej wiązki uzyskała, gdy kąt między normalną do ściany kryształu a odbitą wiązką był równy 55,6°. Na podstawie odpowiednich obliczeń określ najbardziej prawdopodobny minerał, którego fragment był badany. Wybierz spośród (w nawiasach podano bezwzględny współczynnik załamania światła dla referencyjnej próbki): szkło kwarcowe (1,46), fluoryt (1,43), cyrkon (1,92). Kryształ znajdował się w powietrzu, dla którego przyjmij bezwzględny współczynnik załamania światła równy 1.

Wskazówka: Kąt między wiązką odbitą a załamaną musi być kątem prostym.

Wskazówka: Kąt padania jest równy kątowi odbicia.

Wskazówka:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 = n_2 \sin(90^\circ - \alpha_1)$$

n_1 oraz n_2 – bezwzględny współczynnik załamania światła odpowiednio dla powietrza oraz minerału; α_1 oraz α_2 – kąt padania oraz załamania światła.

Wskazówka: $\sin(90^\circ - \alpha_1) = \cos\alpha_1$

Fizyka kwantowa

59 Zadanie – Wzbudzone atomy wodoru

Próbka składa się z wielu atomów wodoru, a każdy z nich na początku znajduje się w stanie wzbudzonym o głównej liczbie kwantowej $n = 7$.
a) Narysuj schemat przedstawiający poziomy energetyczne atomu wodoru wraz z wartościami odpowiadającej im głównej liczby kwantowej n (odległości między poziomami mogą być dowolne). Zaznacz na rysunku wszystkie możliwe bezpośrednie i pośrednie przejścia elektronów, których skutkiem jest emisja fotonu z atomów próbki.
b) Oblicz liczbę linii emisyjnych, które można zaobserwować, mierząc promieniowanie badanej próbki.
c) Napisz, dla którego przejścia emitowane fotony mają najmniejszą częstotliwość spośród wszystkich emitowanych przez próbkę.

Wskazówka: $n = 1, 2, ...$

Wskazówka: $E_\gamma = E_i - E_f = hf$.

Wskazówka: $E_n \propto -n^{-2}$.

60 Zadanie – Liczby kwantowe atomu wodoru

Opisz wszystkie kombinacje liczb kwantowych orbitalnej l i magnetycznej m określające możliwe stany elektronu w atomie wodoru, jeśli wiadomo, że elektron znajduje się w stanie o głównej liczbie kwantowej $n = 6$.

Wskazówka: $l = 0, 1, ..., n - 1$.

Wskazówka: $m = -l, ..., 0, ..., +l$.

61 Zadanie – Liczba fotonów

Impuls monochromatycznego światła o długości fali 570 nm w próżni padł na ciemną płytkę, która pochłania 65% energii padającego na nią promieniowania. Oblicz liczbę fotonów w tym impulsie, jeśli wiadomo, że na skutek oświetlenia energia płytki zwiększyła się o 23 mJ. Przyjmij wartości: prędkości światła w próżni $c = 3 \cdot 10^8$ m/s i stałej Plancka $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J · s.

Wskazówka:

$$E_\gamma = hf$$

E_γ – energia fotonu; f – częstotliwość światła.

Wskazówka:

$$\lambda = c/f$$

λ – długość fali.

Wskazówka: $E_\gamma = hc/\lambda \approx 3{,}49 \cdot 10^{-19}$ J.

Wskazówka:

$$E_i = E_{\mathrm{abs}}/\varepsilon_{\mathrm{eff}}$$

E_i – energia impulsu; E_{abs} – energia zaabsorbowana przez płytkę; $\varepsilon_{\mathrm{eff}}$ – efektywność pochłaniania energii przez płytkę.

62 Zadanie – Efekt fotoelektryczny

Metalową płytkę oświetlono promieniowaniem elektromagnetycznym o długości fali 160 nm. Maksymalna energia kinetyczna wybijanych z płytki elektronów jest równa 1,94 eV. Oblicz pracę wyjścia elektronu z powierzchni tego metalu. Wynik podaj w eV. Przyjmij wartości: prędkości światła w próżni $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, ładunku elementarnego $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C, stałej Plancka $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s $= 4{,}136 \cdot 10^{-15}$ eV $\cdot$ s.

Wskazówka:

$$E_\gamma = W + E_k$$

E_γ – energia fotonu; W – praca wyjścia; E_k – maksymalna energia kinetyczna elektronu.

Wskazówka:

$$E_\gamma = hf$$

f – częstotliwość światła.

Wskazówka:

$$\lambda = c/f$$

λ – długość fali światła.

Wskazówka: $E_\gamma = hc/\lambda \approx 7{,}76$ eV.

63 Zadanie – Elektron i najmniejsze prawdopodobieństwo

Elektron znajduje się w układzie, w którym położenie opisujemy zmienną x. Kwantowa funkcja falowa opisująca elektron jest równa

$$\Psi(x) = N \cdot \exp(-x/L) \cdot \sin\left(2\pi\frac{x}{L} + \frac{\pi}{4}\right)$$

gdzie N oraz $L = 8$ nm są stałymi. Zmienna x przyjmuje wartości od 0 do $\frac{3}{2}L$. Wypisz wszystkie wartości x w tym zakresie, w pobliżu których prawdopodobieństwo znalezienia elektronu jest najmniejsze. Argumentami funkcji trygonometrycznych są liczby, np. $\sin(\pi/2) = 1$, $\cos(\pi/2) = 0$.

Wskazówka: Prawdopodobieństwo jest najmniejsze w pobliżu miejsc zerowych funkcji falowej.

Wskazówka: $\sin(n\pi) = 0$ oraz $\cos(\pi/2 + n\pi) = 0$ dla n całkowitego.

64 Zadanie – Gęstość prawdopodobieństwa na środku studni

Cząstka jest uwięziona w jednowymiarowej, nieskończenie głębokiej studni potencjału. Studnia ma szerokość L. Położenie cząstki opisujemy zmienną $x \in [0, L]$. Oblicz gęstość prawdopodobieństwa znalezienia tej cząstki na środku studni, czyli dla $x = L/2$. Kwantowa funkcja falowa opisująca cząstkę jest równa

$$\Psi(x) = \left(\frac{2}{L}\right)^{\frac{1}{2}} \sin(n\frac{\pi}{L}x)$$

gdzie $n = 3$, $L = 47 \cdot 10^{-10}$ m. Wynik podaj w jednostkach nm^{-1}.

Wskazówka: Gęstość prawdopodobieństwa jest równa

$$|\Psi(x)|^2$$

Wskazówka:

$$|\Psi(x)|^2 = \frac{2}{L}\sin^2(n\frac{\pi}{L}x)$$

Wskazówka: Dla n nieparzystego

$$\sin^2(n\frac{\pi}{2}) = 1$$

Fizyka jądrowa

65 Zadanie – Zderzenie z α

Z jądrem ${}^{9}_{4}$Be zderza się cząstka α. Uzupełnij zapis tej reakcji, wpisując właściwe liczby lub symbole w 5 miejscach oznaczonych wielokropkiem. Symbol pierwiastka chemicznego oznacza tylko jądro atomowe, bez elektronów.

$$ {}^{9}_{4}\mathrm{Be} + {}^{\dots}_{\dots}\alpha \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{\dots}_{\dots}\dots $$

Wskazówka: Wykonaj bilans liczb masowych i atomowych.

Wskazówka: $\alpha = {}^{4}_{2}\mathrm{He}$.

66 Zadanie – Procesy jądrowe

Uzupełnij zapis reakcji jądrowej, wpisując właściwe liczby lub symbole w miejscach oznaczonych wielokropkiem. Symbol pierwiastka chemicznego oznacza tylko jądro atomowe, bez elektronów.

$$ {}^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{144}_{56}\mathrm{Ba} + {}^{89}_{36}\mathrm{Kr} + \dots{}^{\dots}_{\dots}\dots $$

Wskazówka: Wykonaj bilans liczb masowych i atomowych.

67 Zadanie – Czas połowicznego rozpadu

W próbce po $1000 \cdot 10^3$ latach liczba radioaktywnych jąder atomowych pewnego izotopu zmniejszyła się 32 razy. Oblicz czas połowicznego rozpadu tego izotopu.

Wskazówka: Po upływie czasu połowicznego rozpadu liczba radioaktywnych jąder danego izotopu zmniejsza się o (około) połowę.

Wskazówka: $2^n = \dots$

Wskazówka: $2^5 = 32$.

68 Zadanie – Wiek próbki

Czas połowicznego rozpadu pewnego izotopu jest równy $2{,}39 \cdot 10^6$ s. Oblicz wiek próbki, jeśli wiadomo, że 95% jąder tego izotopu w próbce już się rozpadło. Wynik podaj w tygodniach.

Wskazówka: Po upływie czasu połowicznego rozpadu, $T_{1/2}$, liczba radioaktywnych jąder danego izotopu zmniejsza się o (około) połowę.

Wskazówka: Liczba jąder izotopu jest równa $N = N_0/2^n$, gdzie $n = t/T_{1/2}$, N_0 jest początkową liczbą jąder izotopu, a t czasem.

Wskazówka: Część jąder, które się rozpadły, to $d = (N_0 - N)/N_0 = 1 - N/N_0 = 1 - 2^{-n}$.

Wskazówka: $n = -\log_2(1 - d)$.

69 Zadanie – Datowanie geologiczne

W pewnej próbce granitu znajduje się 0,963 mg argonu ^{40}Ar i 1,25 mg potasu ^{40}K. Wyznacz wiek tej próbki. Czas połowicznego rozpadu ^{40}K wynosi $1{,}25 \cdot 10^9$ lat. Wiadomo, że tylko ok. 11% rozpadających się jąder ^{40}K zmienia się w jądra ^{40}Ar. Przyjmij, że wszystkie jądra ^{40}Ar w próbce powstały z rozpadu ^{40}K i że poza tym rozpadem inne procesy nie wpływały na zmianę składu tych dwóch pierwiastków w próbce granitu.

Wskazówka: Po upływie czasu połowicznego rozpadu liczba – a więc i masa – radioaktywnych jąder danego izotopu zmniejsza się o (około) połowę.

Wskazówka: $m_{\mathrm{K}i} = m_{\mathrm{K}f} + m_{\mathrm{Ar}}/b = 1{,}25\ \mathrm{mg} + 0{,}963\ \mathrm{mg}/0{,}11$.

Wskazówka: $m_{\mathrm{K}f} = m_{\mathrm{K}i}/2^n$, gdzie $n = t/T_{1/2}$.

Wskazówka: $n = \log_2(m_{\mathrm{K}i}/m_{\mathrm{K}f}) = \log_2(1 + m_{\mathrm{Ar}}/(b \cdot m_{\mathrm{K}f}))$.

