

### 1. Efekt Halla w pigułce

Jeżeli w próbce znajdują się elektrony o koncentracji  $n$  i ruchliwości  $\mu$ , to przyłożenie pola elektrycznego  $E$  spowoduje przepływ prądu o gęstości

$$\vec{j} = nq\vec{v} = \sigma\vec{E} = \frac{\vec{I}}{sh} \quad (1.1)$$

gdzie:  $q = -e$ ,  $e$  – ładunek elementarny ( $1.602 \cdot 10^{-19}$  C).

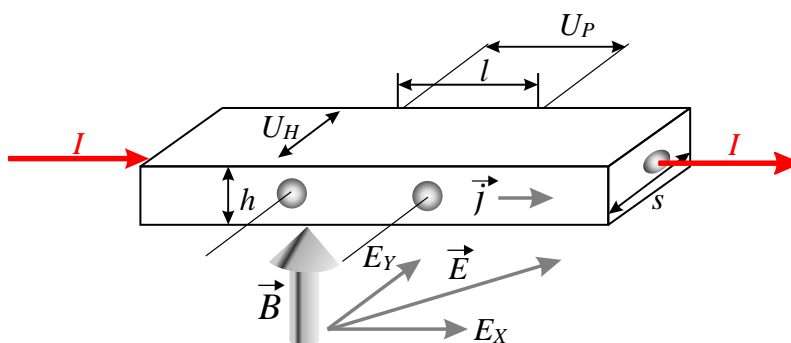
$\vec{v} = \frac{q}{e}\mu\vec{E}$  średnia prędkość elektronów

$\sigma$  przewodnictwo właściwe materiału dane jest przez:  $\sigma = en\mu$  (1.2)

$s$  i  $h$  szerokość i grubość próbki (patrz rysunek 1)

$I$  całkowity prąd przepuszczany przez próbkę

Opór właściwy jest odwrotnością przewodnictwa:  $\rho = 1/\sigma$ .



Rys. 1. Przewodząca próbka w polu magnetycznym.

Jeżeli próbkę wstawimy w pole magnetyczne prostopadłe do kierunku prądu, na poruszające się nośniki działa siła Lorentza, proporcjonalna do ich prędkości dryfu  $\vec{v}$  i do indukcji pola magnetycznego  $\vec{B}$

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}) = \frac{1}{n}(\vec{j} \times \vec{B}) \quad (1.3)$$

Ponieważ w warunkach doświadczenia przepływ prądu może odbywać się tylko wzdłuż próbki (kierunek X na rys. 1.), w stanie ustalonym w próbce powstanie poprzeczne pole elektryczne  $\vec{E}_Y$  (kierunek Y na rys. 1.), takie by wypadkowa siła w kierunku poprzecznym była równa zero ( $q\vec{E}_Y + \vec{F}_L = 0$ ).

Napięcie mierzone w poprzek próbki wynosi:

$$U_H = E_Y s = \frac{jB}{qn} s = \frac{IB}{qn h} = R_H \frac{IB}{h} \quad (1.4)$$

Współczynnik

$$R_H = \frac{U_H h}{BI} \quad (1.5)$$

nazywamy stałą Halla. W przypadku przewodnictwa jedno-nośnikowego  $R_H = \frac{1}{qn}$  i jest dodatnia dla dziur, ujemna dla elektronów.

Pomiary efektu Halla zakłóca szereg czynników, z których najważniejszym jest napięcie niezrównoważenia elektrod. Nawet przy zerowym polu magnetycznym mierzone napięcie  $U_H$  może być nie zerowe, jeśli elektrody poprzeczne nie leżą na powierzchni ekwipotencjalnej wynikającej z przepływu prądu. Najlepszą metodą wyeliminowania tego błędu jest pomiar dla 2 zwrotów pola magnetycznego. Aby wyeliminować inne efekty zakłócające (np. Ettingshausena-Nernsta, Righi-Leducca [1,2]) należy przeprowadzić pomiary napięć również dla przeciwnych kierunków prądu. A więc ostatecznie:

$$U_H^{corr} = \frac{U_H(B+, I+) - U_H(B-, I+) - U_H(B+, I-) + U_H(B-, I-)}{4} \quad (1.6)$$

$$R_H = \frac{h}{BI} U_H^{corr} \quad (1.7)$$

**Pracownia Technik Pomiarowych dla Inżynierii Nanostruktur**  
**Efekt Halla**

Z pomiaru  $U_p$  możemy zaś wyznaczyć ruchliwość nośników.

$$\mu = \frac{\sigma}{qn} = \frac{1}{qn} \frac{Il}{U_p h s} = R_H \frac{Il}{U_p h s} = \frac{U_H l}{B U_p s} \quad (1.8)$$

**Komplikacje prostego modelu**

**1a.** Na ogół jednak prędkość dryfu nie jest taka sama dla wszystkich elektronów. Poprawne uwzględnienie statystyki rozkładu prędkości prowadzi do wyrażenia

$$R_H = \frac{r}{qn}$$

Gdzie  $r$  zależy od mechanizmu rozpraszania i zawiera się między 1, a 2 [1,2].

**1b.** Jeśli zaś próbka zawiera nośniki różnych znaków, o różnych ruchliwościach lub 2 kanały przewodzenia, to trzeba pamiętać, że podobnie jak dla równoległego łączenia oporników, dodają się przewodnictwa a nie oporności właściwie. W obecności pola magnetycznego zależność (1.2) trzeba zapisać, jako  $\vec{j} = \hat{\sigma} \vec{E}$ , gdzie przewodnictwo  $\hat{\sigma}$  jest tensorem. Konsekwentnie mówimy o tensorze oporności  $\hat{\rho} = \hat{\sigma}^{-1}$ . Składowe tego tensora w przypadku jedno-nośnikowym dane były przez:

$$\rho_{xx}(B) = \frac{1}{qn\mu} = \frac{U_p(B) \cdot h \cdot s}{I \cdot l}, \quad \rho_{xy}(B) = R_H \cdot B = \frac{U_H(B) \cdot h}{I} \quad (1.9).$$

Dla przewodnictwa dwunośnikowego trzeba, więc odwrócić tensory oporności dla obu rodzajów nośników (lub kanałów), dodać do siebie tak otrzymane tensory przewodnictwa i jeszcze raz odwrócić otrzymaną sumę. Uzyskane w ten sposób zależności napięć  $U_H$  oraz  $U_p$  od pola magnetycznego są wysoce nieliniowe, np. wzór 66 w [1] rozdz. 5:)

$$R_H = \frac{U_H h}{IB} = \frac{(R_1 \sigma_1^2 + R_2 \sigma_2^2) + R_1 \sigma_1^2 R_2 \sigma_2^2 (R_1 \sigma_1 + R_2 \sigma_2) B^2}{(\sigma_1 + \sigma_2)^2 + \sigma_1^2 \sigma_2^2 (R_1 + R_2)^2 B^2} = \frac{\alpha \beta - \sigma_0 \gamma + \alpha \beta^2 B^2}{\sigma_0^2 + \alpha^2 \beta^2 B^2} \quad (1.10)$$

Dla dwu rodzajów elektronów (2 warstw) o koncentracjach  $n_1$  i  $n_2$  oraz ruchliwościach  $\mu_1$  i  $\mu_2$  otrzymujemy:

$$R_H(B) = \frac{-e(n_1 \mu_1^2 + n_2 \mu_2^2) - e(n_1 + n_2) \mu_1^2 \mu_2^2 B^2}{\sigma_0^2 + e^2(n_1 + n_2)^2 \mu_1^2 \mu_2^2 B^2} \quad (1.10a)$$

Dla dwu rodzajów nośników o koncentracjach  $p$  i  $n$  oraz ruchliwościach  $\mu_p$  i  $\mu_n$  otrzymujemy:

$$\begin{aligned} R_H(B) &= \frac{e(p \mu_p^2 - n \mu_n^2) + e(p - n) \mu_p^2 \mu_n^2 B^2}{\sigma_0^2 + e^2(p - n)^2 \mu_p^2 \mu_n^2 B^2} \\ &= \frac{(\mu_p - \mu_n) \sigma_0 + e(p - n) \mu_p \mu_n + e(p - n) \mu_p^2 \mu_n^2 B^2}{\sigma_0^2 + e^2(p - n)^2 \mu_p^2 \mu_n^2 B^2} \end{aligned} \quad (1.10b)$$

Aby w obu przypadkach wyznaczyć parametry próbki (koncentracje i ruchliwości) należy do danych doświadczalnych dopasować krzywe (1.10a) lub (1.10b) bądź (łatwiej) krzywą w postaci:

$$R_H(B) = d \frac{f + B^2}{g^2 + B^2} \quad (1.11)$$

Następnie policzyć współczynniki

$$\alpha = 1/d, \quad \beta = d \sigma_0 / |g|, \quad \gamma = (|g| - d f \sigma_0) / g^2$$

Jeżeli  $d < 0$  i  $f > 0$ , to przewidujemy dwa rodzaje elektronów:

$$\alpha = -e(n_1 + n_2), \quad \beta = -\mu_1 \mu_2, \quad \gamma = \mu_1 + \mu_2, \quad \sigma_0 = e(n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2)$$

$$\mu_{1,2} = \frac{\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 + 4\beta}}{2}, \quad n_1 = \frac{\sigma_0 + \alpha \mu_2}{e(\mu_1 - \mu_2)}, \quad n_2 = \frac{\sigma_0 + \alpha \mu_1}{e(\mu_1 - \mu_2)}$$

Jeżeli  $d > 0$  i  $f < 0$ , to przewidujemy przewodnictwo elektronowo-dziurowe:

$$\alpha = e(p - n), \quad \beta = \mu_p \mu_n, \quad \gamma = \mu_n - \mu_p, \quad \sigma_0 = e(p \mu_p + n \mu_n)$$

$$\begin{aligned} \mu_n &= \frac{\gamma + \sqrt{\gamma^2 + 4\beta}}{2}, & \mu_p &= \frac{-\gamma + \sqrt{\gamma^2 + 4\beta}}{2}, \\ n &= \frac{\sigma_0 - \alpha \mu_p}{e(\mu_n + \mu_p)}, & p &= \frac{\sigma_0 + \alpha \mu_n}{e(\mu_n + \mu_p)} \end{aligned}$$

## Pracownia Techniki Pomiarowych dla Inżynierii Nanostruktur Efekt Halla

**1c** Dla próbek z wypadkowym momentem magnetycznym  $M$  wartość indukcji pola magnetycznego  $B = \mu_0 \cdot (H+M)$ . Zatem siła Lorentza będzie pochodziła również od namagnesowania. Prowadzi to do pojawienia się dodatkowego (tzw. anomalnego) składnika w napięciu hallowskim:

$$\frac{U_H}{I} = \frac{R_H B}{h} + \frac{R_s \mu_0 M}{h} \quad (1.12)$$

gdzie  $R_H$  to zwykła stała Halla,  $R_s$  – anomalny współczynnik Halla. Anomalna stała Halla jest proporcjonalna do oporności, tj.  $R_s \sim \rho_{xx}^\alpha$ , gdzie  $\alpha$  zależy od mechanizmów rozpraszania i  $\alpha \in (1,2)$ .

### 2. Co należy wiedzieć przed przystąpieniem do ćwiczenia?

Metoda pomiarowa

- efekt Halla w obecności jednego i dwóch rodzajów nośników prądu
- wyznaczanie współczynnika Halla i przewodnictwa elektrycznego - sposób eliminacji zjawisk pasożytniczych jak asymetria w próbce czy efekty termoelektryczne

### 3. Przebieg ćwiczenia

Pomiar transportu elektronowego w funkcji pola magnetycznego w temperaturze pokojowej i temperaturze ciekłego azotu:

- Pomiar charakterystyki prądowo-napięciowej (I-V) próbki w temperaturze pokojowej i w temperaturze ciekłego azotu (77K); czy zależność napięcia od natężenia jest liniowa i antysymetryczna. **UWAGA!!! maksymalną wartość prądu, który można puścić przez próbkę, ustalić z asystentem** → wyznaczenie oporu i przewodnictwa właściwego
- Pomiary napięć: poprzecznego i podłużnego w funkcji pola magnetycznego w dwóch temperaturach. Napięcia mierzymy dla dwóch par kontaktów. Każde z nich mierzymy dla dwóch zwrotów prądu (+I i -I). Sekwencja zmian pola powinna być taka, aby zmierzyć wartości dla tych samych wartości pola magnetycznego o przeciwnych zwrotach.. Po wykonaniu pomiaru należy dodać do siebie napięcia tak, aby wyznaczyć napięcie Halla  $U_H^{corr}$  (wzór 1.6) i napięcie przewodzenia (wywołane oporem próbki,  $U_p$ ) dla każdej z par kontaktów. Na tej podstawie określenie znaku i oszacowanie koncentracji nośników, porównanie wyników dla różnych temperatur; wyznaczenie ruchliwości;

### 4. Przygotowanie opisu

Opis powinien składać się z następujących części:

- Streszczenia (także w języku angielskim)
- Wstępu teoretycznego (krótko)
- Opisu metody pomiarowej, układu pomiarowego i próbki
- Wyników i ich analizy (wyniki dobrze jest komentować) w szczególności wymagane są następujące rysunki
  - Charakterystyki prądowo napięciowe dla obu par kontaktów podłużnych (1-2 i 4-5) w obu temperaturach z dofitowaniem prostych (wszystkie 4 mogą być na jednym rysunku)
  - Wykres oporów wynikających z powyższego dofitowania ( $R_{12}, R_{45}$ ) w funkcji odległości między kontaktami (z błędami na osi poziomej i pionowej)
  - Wykresy zależności  $U_H^{corr}$  obliczonego zgodnie ze wzorem (1.6) dla każdej z par kontaktów (1-4, 2-5) w funkcji wartości bezwzględnej pola magnetycznego  $B$ , a jeżeli zależność nie jest liniowa, to wykres  $R_H(B)$  z dofitowaniem wzoru (1.11)
- Podsumowania zawierającego wnioski

Przygotowując opis, należy pamiętać o numeracji wzorów (1) i rysunków (patrz Rys. 1.). Przy korzystaniu z materiałów (teksty, rysunki, programy) pochodzących od innych autorów należy w tekście umieścić odnośnik [1], a na końcu podać spis cytowanych źródeł (autor, tytuł, adres strony itp.).

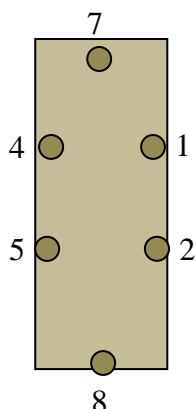
### 5. Literatura

**Ciało Stałe:**

- R. A. Smith, Półprzewodniki, PWN, 1966, Rozdział 5 i 6.3
- W. Giriat, J. Raułuszkiewicz, Hallotrony, PWN, 1962, Rozdział 5

## Pracownia Techniki Pomiarowych dla Inżynierii Nanostruktur Efekt Halla

### Dodatek: opis układu pomiarowego



Schematyczny rysunek próbki i połączeń przedstawiony jest na rysunku obok.

Orientacja góra-dół odpowiada umieszczeniu próbki w szklanym naczyniu między nabiegunnikami magnesu:

Do pomiarów napięć, wykorzystywany jest woltomierz cyfrowy Keithley 2000 wyposażony w tzw. kartę skanera, która umożliwia pomiary do 10-ciu napięć. W momencie zamknięcia kanału na wyjściu z karty pojawia się napięcie, które mierzone jest na tylnym panelu urządzenia (przycisk REAR powinien być wciśnięty). Napięcie jest widoczne na wyświetlaczu.

Adres GPIB miernika Keithley 2000: 16

Prąd płynący przez próbkę  $I$  (i przez elektromagnes  $I_B$ ) mierzony jest pośrednio. Prąd wyznaczany jest ze spadku napięcia na oporniku  $R$  (oraz  $R_B$ ) szeregowo podłączonym do danego obwodu.

Temperatura, – jeśli potrzeba, może być mierzona pośrednio przez pomiar napięcia  $U_T$  na termoparze; relacja między  $U_T$  a  $T$  jest dana krzywą kalibracyjną danej termopary

Podłączenie kanałów:

kanał 1: pomiar napięcia na oporniku  $R$  -->  $I$

kanał 2: różnica  $U_1-U_2$ , napięcie wzdłuż próbki (patrz rys. obok)

kanał 3: różnica  $U_1-U_4$ , napięcie poprzeczne

kanał 4: różnica  $U_4-U_5$ , napięcie podłużne

kanał 5: różnica  $U_2-U_5$ , napięcie poprzeczne

kanał 6: pomiar napięcia na oporniku  $R_B$  -->  $I_B$  (prąd elektromagnesu)

kanał 7: pomiar napięcia na termoparze  $U_T$  -->  $T$  (jeśli podłączona)

Informacje dodatkowe, m.in dla sprawdzenia konfiguracji:

- 1) napięcie na kanale 1 mierzone jest jako Hi-Lo, gdzie do HI podłączony jest biały kabelek z czerwonym wtykiem, do LO czarny z czarnym wtykiem
- 2) napięcia na kanale 6 mierzone jest jako Hi-Lo, gdzie do HI podłączony jest zielony kabelek z żółtym wtykiem, a do LO niebieski kabelek niebieskim wtykiem
- 3) prąd podawany jest do złącza 7 przez czerwony kabelek z czerwonym wtykiem, i ze złącza 8 przez fioletowy kabelek z czarnym wtykiem.

Adres GPIB zasilacza elektromagnesu Chroma: 11

Zasilacz prądu próbki połączony jest przez złącze USB i pojawia się, jako port szeregowy o adresie zależnym od złącza USB, do którego się go wetknie. Podobnie zachowują się pozostałe przyrządy z interfejsem USB np. miernik pola magnetycznego SMS-102.

Oba zasilacze mogą stabilizować jedynie prąd lub napięcie dodatnie (zgłaszają błąd, jeśli wysłać komendę ustawiającą ujemny prąd lub napięcie). Dlatego do zmiany kierunku prądu służą przełączniki: do prądu próbki - sterowany przez USB przełącznik AVT i dla prądu elektromagnesu - ręczny przełącznik kierunku, który blokuje przełączanie kierunku, kiedy prąd płynie (ze względu na wielką indukcyjność elektromagnesu).