Pytania egzaminacyjne, wersja ostateczna, 27.01.07

Ponieważ będzie to Wasz trzeci egzamin ustny z Analizy, pozwolę sobie na kilka trywialnych uwag:

- Proszę o zgłaszanie jakichkolwiek niejasności związanych ze sformuowaniem pytań.
- Proszę o dogranie spraw zwiazanych z USOSEM, bez tego nie będę mógł wstawić oceny.
- W przypadku trudności związanych ze znalezieniem przykładów (lub dowodów), podajemy te, które pojawiły się na wykładzie. Jeżeli dowodu nie było, nie musimy go podawać.
- Na egzaminie ustnym losujemy po jednym pytaniu z każdej z trzech grup. Pełna odpowiedź na wszystkie pytania kończy się oceną bardzo dobrą, brak odpowiedzi na dane pytanie obniża ocenę o stopień. Odpowiedź pełna to taka, w której pojawią się dowody twierdzeń, o ile pytanie tego dotyczy. Odpowiedź nie zawierająca dowodu traktowana jest jako połowa poprawnej - stąd na ocenę wyższą niż dostateczna plus należy znać dowody przedstawianych twierdzeń.
- Umiejętność przedstawienia idei (zarysu) dowodu, jest rzeczą ważną i pozwala na podniesienie oceny.
- Punktem wyjścia do oceny końcowej jest średnia ocen z egzaminu pisemnego i ustnego. Egzaminujący rezerwuje sobie prawo do podniesienia tejże o $\pm\epsilon$.

Grupa I

1. Rozmaitość różniczkowa, wektor styczny, przestrzenie T_pM, T_p^*M, D_pM, orientacja. Definicje, własności, przykłady.
2. Formy różniczkowe, pochodna zewnętrzna, iloczyn zewnętrzny, iloczyn wewnętrzny, cofnięcie formy. Definicje, własności, przykłady.
3. Formy różniczkowe, pochodna zewnętrzna, iloczyn zewnętrzny, iloczyn wewnętrzny, cofnięcie formy. Definicje, własności, przykłady.
4. Całka z formy a całka z funkcji dla $k = n, 0, 1, 2, 3$. Zmiana parametryzacji. Orientacja. Definicje i przykłady.
5. Całka z formy a całka z funkcji dla $k = n, 0, 1, 2, 3$. Zmiana parametryzacji. Orientacja. Definicje i przykłady.
6. Iloczyn wewnętrzny. Zbiory ściągalne. Lemat Poincaré, przykłady form zamkniętych a niezupełnych.
7. Iloczyn wewnętrzny. Zbiory ściągalne. Lemat Poincaré, przykłady form zamkniętych a niezupełnych.
8. Twierdzenie Stokesa.
9. Twierdzenie Stokesa.
10. Gwiazdka Hodge'a. Związek operacji $\mathrm{rot}, \mathrm{grad}, \mathrm{div}$ z pochodną zewnętrzną form. Współrzędne krzywoliniowe.
11. Gwiazdka Hodge'a. Związek operacji $\mathrm{rot}, \mathrm{grad}, \mathrm{div}$ z pochodną zewnętrzną form. Współrzędne krzywoliniowe.

12. Gwiazdka Hodge'a. Współrzędne krzywoliniowe. Równania Maxwella.

Grupa II

1. Funkcje holomorficzne, równania Cauchy-Riemanna, różniczkowalność w sensie zespolonym.
2. Twierdzenie Cauchy. Wzór Cauchy. Twierdzenie Liouville'a. Zasadnicze twierdzenie algebry.
3. Zera funkcji holomorficznej, rozwinięcie funkcji holomorficznej w szereg potegowy. Promień zbieżnosci. Przedłużenie analityczne.
4. Funkcje holomorficzne w pierścieniu. Szereg Laurenta. Przedłużenie analityczne.
5. Funkcje holomorficzne w pierścieniu. Szereg Laurenta. Przedłużenie analityczne.
6. Klasyfikacja punktów izolowanych. Twierdzenie o residuach.
7. Lemat Jordana. Punkt w nieskończoności. Jednoznaczność funkcji zespolonych. Przedłużenie analityczne.
8. Całki konturowe a residua, całki z funkcji wymiernych, trygonometrycznych. Całki z funkcji zawierających $x^{\alpha-1}$, $\log^m x$.
9. Twierdzenie Weierstrassa. Twierdzenie Rouché i konsekwencje. Zasadnicze twierdzenie algebry.
10. Twierdzenie Weierstrassa. Twierdzenie Rouché i konsekwencje. Zasadnicze twierdzenie algebry.
11. Wzór na sumowanie szeregów potęgowych.
12. Przekształcenie konforemne. Krzywizna. Przykład zastosowania twierdzenia Kasnera-Arnolda.

Grupa III

1. Szeregi funkcyjne. Zbieżność jednostajna. Całki z parametrem na zbiorach zwartych i niezwartych, ciągłość i różniczkowalność całek z parametrem.
2. Szeregi funkcyjne. Zbieżność jednostajna. Całki z parametrem na zbiorach zwartych i niezwartych, ciągłość i różniczkowalność całek z parametrem.
3. Transformata Fouriera funkcji całkowalnych. Własności. Transformata odwrotna. Splot.
4. Transformata Fouriera funkcji całkowalnych. Własności. Transformata odwrotna. Splot.
5. Równanie przewodnictwa.
6. Nierówność Heisenberga.
7. Dystrybucje i dystrybucje temperowane: definicja, własności, przykłady.
8. Dystrybucje i dystrybucje temperowane: definicja, własności, przykłady.
9. Wzór sumacyjny Poissona.
10. Wzór sumacyjny Poissona.
11. Szeregi Fouriera. Dystrybucje temperowane.
12. Szeregi Fouriera. Dystrybucje temperowane.