

Wstęp do Optyki i Fizyki Materii Skondensowanej

Część I: Optyka, wykład 4

wykład: Piotr Fita
pokazy: Andrzej Wysmołek
ćwiczenia: Anna Grochola, Barbara Piętka

Wydział Fizyki
Uniwersytet Warszawski

2014/15

Plan

- 1 Struktura subtelna
- 2 Struktura nadsubtelna
- 3 Atom w polu magnetycznym

Atom wodoru

bez uwzględnienia spinu

Stan elektronu opisują 3 liczby kwantowe:

- $n = 1, \dots, \infty$ - decyduje o energii

$$E = -\frac{m_0 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{Ry}{n^2}$$

- $l = 0, 1, \dots, n - 1$ - decyduje o wartości orbitalnego momentu pędu

$$L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$$

(nie wpływa na energię - degeneracja przypadkowa ze względu na zależność potencjału od r^{-1})

- m - decyduje o rzucie momentu pędu

$$L_z = \hbar m$$

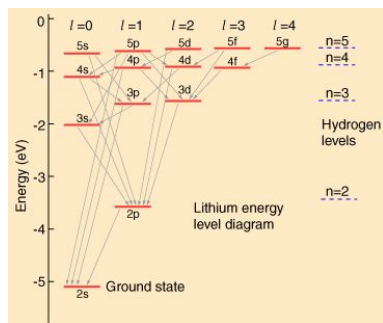
$$-l \leq m \leq l$$

Atomy wodoropodobne

Atomy z jednym elektronem na ostatniej powłoce: Li, Na, K, Rb, ...

Zniesienie degeneracji ze względu na l .

- Daleko od jądra elektrony ekranują ładunek jądra - potencjał dla elektronu walencyjnego jak w atomie wodoru
- Rzeczywisty potencjał blisko jądra można opisać przez zaburzenie dodane do potencjału atomu wodoru



[hyperphysics.phy-astr.gsu.edu]

Momenty magnetyczne

Orbitalny moment magnetyczny

- $L \neq 0 \rightarrow$ niezerowy prąd \rightarrow orbitalny moment magnetyczny:

$$\vec{\mu}_L = -\frac{e}{2m_0} \vec{L} = -g_l \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L}$$

- $g_l = 1$ ("czynnik g ")
- $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_0}$ - magneton Bohra
- Wartość momentu magnetycznego:

$$\mu_L = \frac{e}{2m_0} L = \frac{e\hbar}{2m_0} \sqrt{l(l+1)}$$

Momenty magnetyczne

Spinowy moment magnetyczny

- Spinowy moment pędu:

$$S = \hbar\sqrt{s(s+1)} \quad S_z = m_s\hbar \quad m_s = \pm\frac{1}{2}$$

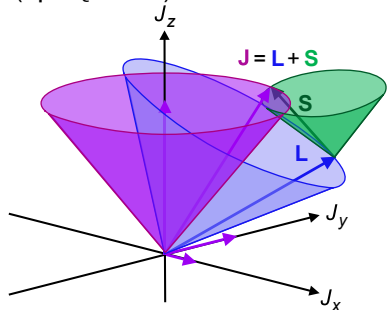
- Spinowy moment magnetyczny

$$\vec{\mu}_S = -g_s \frac{e}{2m_0} \vec{S} = -g_s \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}$$

- $g_s = 2,0023$

Sprężenie spin-orbita

Oddziaływanie $\vec{\mu}_S$ i $\vec{\mu}_L$ prowadzi do ich wzajemnej orientacji (sprężenia)



$$\vec{L} + \vec{S} = \vec{J}$$

$$J = \hbar\sqrt{j(j+1)}$$

$$J_z = m_j\hbar \quad -j \leq m_j \leq j$$

Energia oddziaływania $\vec{\mu}_S$ i $\vec{\mu}_L$:

$$V_{LS} = \frac{e^2\mu_0}{8\pi m_0^2 r^3} \vec{S} \cdot \vec{L}$$

Sprężenie spin-orbita

Rozszczepienie linii

- Energia oddziaływania $\vec{\mu}_S$ i $\vec{\mu}_L$:

$$V_{LS} = \frac{e^2 \mu_0}{8\pi m_0^2 r^3} \vec{S} \cdot \vec{L}$$

- $\frac{1}{r^3}$ - wartość średnia

$$\frac{1}{r^3} \rightarrow \int \frac{1}{r^3} |\psi|^2 dV$$

- $\vec{S} \cdot \vec{L} = SL \cos \alpha$ - z twierdzenia cosinusów

$$V_{LS} = \frac{a}{2} [(j(j+1) - l(l+1) - s(s+1))]$$

$$a = \frac{e^2 \mu_0 \hbar^2}{8\pi m_0^2 r^3}$$

Atomy wieloelektronowe

Sprzężenie LS

- W lekkich atomach niezależnie sprzęgają się orbitalne i spinowe momenty pędu różnych elektronów:

- $\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots$

- $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \dots$

\vec{L} i \vec{S} sprzęgają się dając wypadkowy moment pędu

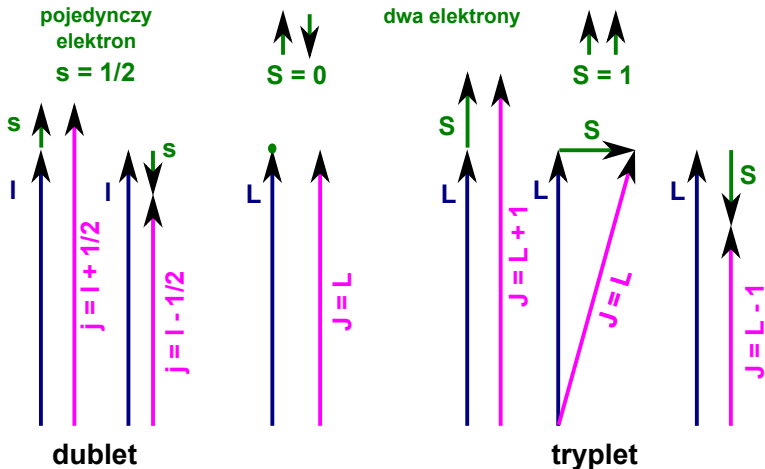
$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

(liczą się tylko elektrony z niezapełnionych powłok)

- Tutaj $\vec{S} > 1/2$, np. dla 3 elektronów $\vec{S} = 3/2$
- Są $2S + 1$ możliwości orientacji \vec{S} i \vec{L}

Sprężenie LS

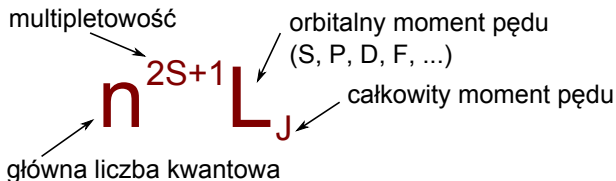
Lekkie atomy



Tutaj: l, j, s - liczby kwantowe dla pojedynczego elektronu, L, J, S - liczby kwantowe dla układu (nie wartości momentów pędu!)

Oznaczenia stanów energetycznych

Termy atomowe

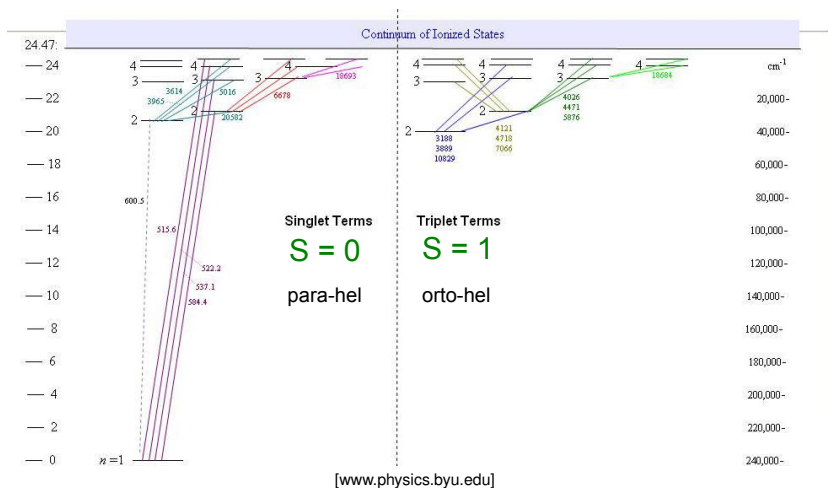


Reguły wyboru dla przejść optycznych:

- $\Delta l = \pm 1$ dla elektronu
- $\Delta L = 0, \pm 1$ dla układu
- $\Delta S = 0$ (nie ma przejść interkombinacyjnych)

Przejścia optyczne

Diagram termów (Grotriana)



Sprzężenie j-j

Ciężkie atomy

- W bardzo ciężkich atomach sprzęgają się momenty orbitalne i spinowe tego samego elektronu

$$\vec{J}_1 = \vec{L}_1 + \vec{S}_1$$

$$\vec{J}_2 = \vec{L}_2 + \vec{S}_2$$

...

- Całkowite momenty pędów różnych elektronów sumują się

$$\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2 + \dots$$

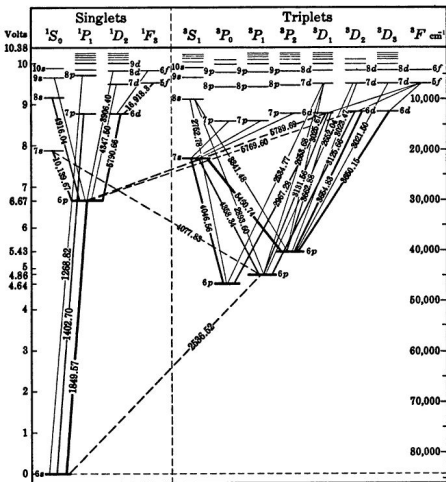
- \vec{L} nie jest dobrze określony

Przypadek pośredni

L i S są dobrymi liczbami kwantowymi, ale dozwolone są przejścia interkombinacyjne

Silne przejście
 ${}^3P_1 \rightarrow {}^1S_0$
 przy $\approx 254 \text{ nm}$

[matthewkrupcale.com]

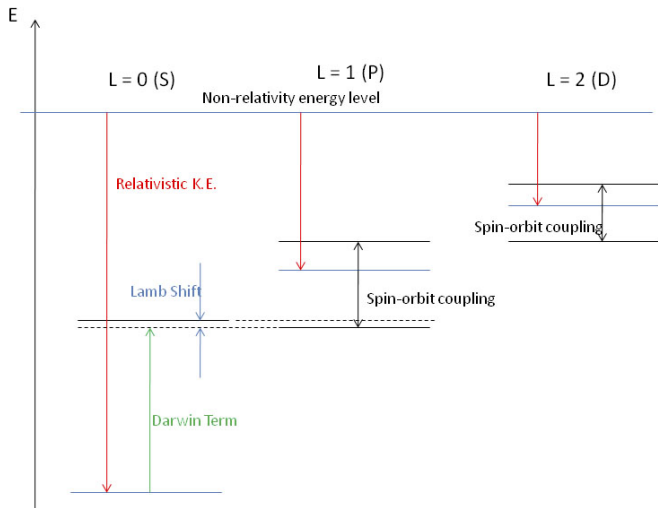


Inne efekty

- Relatywistyczna zmiana masy
- Poprawka Darwina (relatywistyczny efekt kwantowy) - tylko w stanach s
- Przesunięcie Lamba - oddziaływanie atomu z polem próżni - znosi degenerację stanów s i p o tym samym j

Struktura subtelna

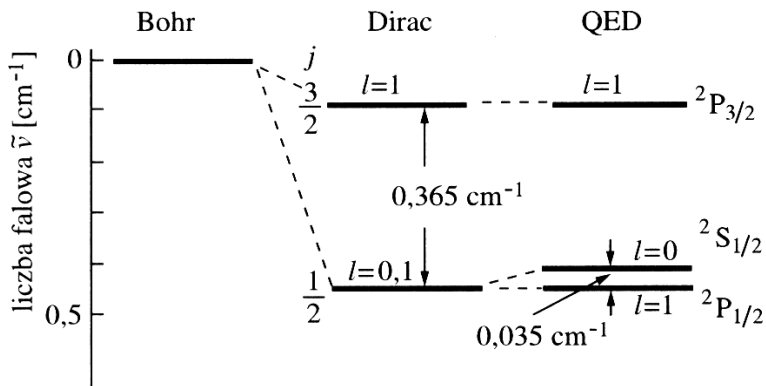
Wkład różnych efektów



[wikipedia.org]

Struktura subtelna

W atomie wodoru



Wpływ jądra atomowego na widma elektronowe

- Ruch jądra wokół wspólnego środka masy - energia elektronu zależy od masy jądra
- Różnica objętości jąder różnych izotopów - energia bezpośredniego (kontaktowego) oddziaływania elektronów z jądrem jest różna dla różnych izotopów
- Oddziaływanie momentów magnetycznych jąder z polem magnetycznym elektronów - struktura nadsubtelna

Spin jądrowy

- Jądro ma moment pędu \vec{I} o wartości:

$$|\vec{I}| = \hbar\sqrt{I(I+1)} \quad |\vec{I}|_z = m_I\hbar \quad m_I = -I, \dots, I$$

($2I + 1$) wartości rzutu na wybraną oś

- Moment magnetyczny jądra:

$$\vec{\mu}_I = \gamma\vec{I} = g_I \frac{\mu_N}{\hbar} \vec{I}$$

- γ - jądrowy czynnik żyromagnetyczny
- g_I - "jądrowy czynnik g "
- $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = \frac{\mu_B}{1836}$ - magneton jądrowy
- Rzut momentu magnetycznego:

$$|\vec{\mu}|_z = \gamma|\vec{I}|_z = \gamma m_I \hbar = g_I m_I \mu_N$$

Odziaływanie nadsubtelne

- Pole magnetyczne elektronu \vec{B}_J prowadzi do orientacji momentu magnetycznego $\vec{\mu}_l$ względem \vec{B}_J , a co za tym idzie \vec{l} względem \vec{J} . Powstaje wypadkowy moment pędu \vec{F}

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{l}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{F(F+1)}$$

- Ze względu na kwantowanie rzutów możliwe są następujące wartości F :

$$F = |J - l|, |J - l| + 1, \dots, J + l - 1, J + l$$

- $(2l + 1)$ lub $(2J + 1)$ możliwości

Oddziaływanie nadsubtelne

Energia oddziaływania

Energia momentu magnetycznego w polu elektronów \vec{B}_J :

$$E_{HFS} = -\vec{\mu}_I \cdot \vec{B}_J = -\mu_I B_J \cos \angle(\vec{\mu}_I, \vec{B}_J)$$

$$\vec{\mu}_I = g_I \mu_N \sqrt{I(I+1)} \quad \cos \angle(\vec{\mu}_I, \vec{B}_J) = -\cos \angle(\vec{I}, \vec{J})$$

$$E_{HFS} = g_I \mu_N B_J \sqrt{I(I+1)} \cos \angle(\vec{I}, \vec{J})$$

Twierdzenie cosinusów:

$$|\vec{F}|^2 = |\vec{I}|^2 + |\vec{J}|^2 - 2|\vec{I}||\vec{J}| \cos(\pi - \angle(\vec{I}, \vec{J})) = |\vec{I}|^2 + |\vec{J}|^2 + 2|\vec{I}||\vec{J}| \cos \angle(\vec{I}, \vec{J})$$

$$F(F+1) = I(I+1) + J(J+1) + 2\sqrt{I(I+1)}\sqrt{J(J+1)} \cos \angle(\vec{I}, \vec{J})$$

$$\sqrt{I(I+1)} \cos \angle(\vec{I}, \vec{J}) = \frac{F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)}{2\sqrt{J(J+1)}}$$

Oddziaływanie nadsubtelne

Energia oddziaływania

$$E_{HFS} = \frac{g_I \mu_N B_J}{2\sqrt{J(J+1)}} [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)]$$

$$a = \frac{g_I \mu_N B_J}{\sqrt{J(J+1)}}$$

stała struktury nadsubtelnej

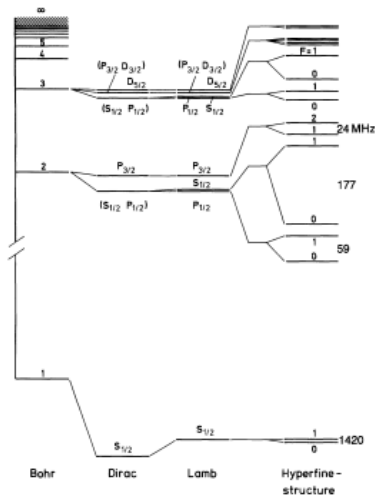
$$E_{HFS} = \frac{1}{2} a [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)]$$

W danym stanie elektronowym (ustalone J) E_{HFS} przyjmuje

- $(2I + 1)$ wartości ($I < J$)
- $(2J + 1)$ wartości ($I > J$)

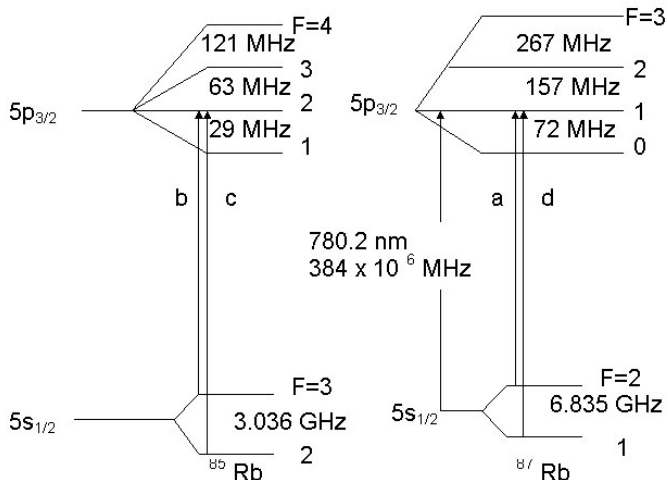
(rozszczerzenie nadsubtelne).

Struktura nadsubtelna atomu wodoru



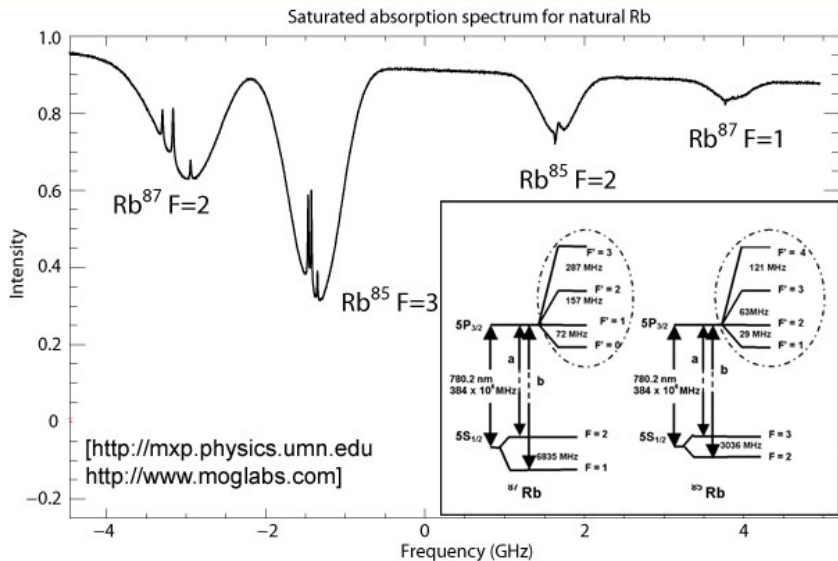
[H. Haken, H. C Wolf, Atomy i kwanty]

Struktura nadsubtelna rubidu



[www.phys.ksu.edu]

Widmo nasyceniowe rubidu



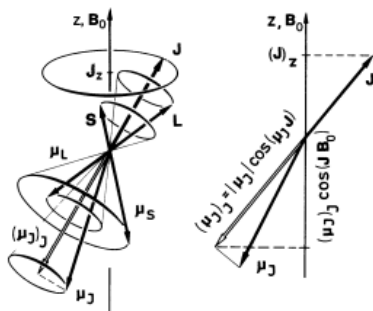
Atom w polu magnetycznym

Efekt Zeemana

W słabym polu zachowane zostaje sprzężenie L-S. Wypadkowy moment magnetyczny $\vec{\mu}_J$ oddziałuje z polem magnetycznym

- $\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_S + \vec{\mu}_L$
- $\vec{\mu}_J$ wiruje wokół \vec{J}
- mierzalny jest rzut $(\vec{\mu}_J)_J$
- $(\vec{\mu}_J)_J$ wiruje wokół \vec{B}_0
- Energia oddziaływania:

$$E_B = -(\vec{\mu}_J)_J \cdot \vec{B}_0$$



[H. Haken, H.C. Wolf, Atomy i kwanty]

Atom w polu magnetycznym

Jak wyznaczyć potrzebne rzuty?

$$E_B = -(\vec{\mu}_J)_J \cdot \vec{B}_0 = -(\mu_J)_{J,z} B_0$$

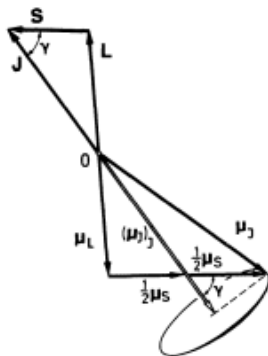
$$\vec{\mu}_L = -g_L \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L}, g_L = 1$$

$$\vec{\mu}_S = -g_S \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}, g_S \approx 2$$

$$\vec{\mu}_J = -g_J \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{J}, g_J = ?$$

Z tw. cosinusów:

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$



[H. Haken, H.C. Wolf, Atomy i kwanty]

Atom w polu magnetycznym

Energia oddziaływania

$$E_B = -(\vec{\mu}_J)_J \cdot \vec{B}_0 = -(\mu_J)_{J,z} B_0$$

$$\vec{\mu}_L = -g_L \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L}, g_L = 1$$

$$\vec{\mu}_S = -g_S \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}, g_S \approx 2$$

$$\vec{\mu}_J = -g_J \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{J}, g_J = ?$$

Z tw. cosinusów:

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

Rzut na kierunek pola:

$$(\vec{\mu}_J)_{J,z} = -m_J g_J \mu_B$$

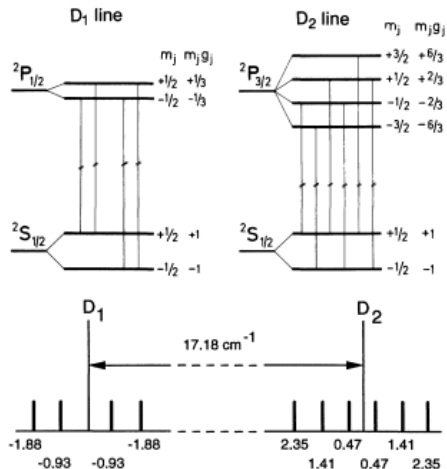
$$m_J = -J, \dots, J$$

Energia oddziaływania:

$$E_B = m_J g_J \mu_B B_0$$

Efekt Zeemana

Widmo sodu w słabym polu magnetycznym



[H. Haken, H.C. Wolf, Atomy i kwanty]

Dozwolone przejścia optyczne:

- $\Delta m_j = \pm 1$
polaryzacja kołowa
- $\Delta m_j = 0$
polaryzacja liniowa

(*anomalny efekt Zeemana;*
normalny = bez spinu)

Efekt Paschena-Backa

Atom w silnym polu magnetycznym

- Silne pole \rightarrow zerwanie sprzężenia L-S.
- \vec{L} i \vec{S} niezależnie sprzęgają się z zewnętrznym polem
- $E_B = (m_l + 2m_s)\mu_b B_0$

