

Wstęp do Optyki i Fizyki Materii Skondensowanej

Ćwiczenia 4

Zadanie 1

Układ poziomów energetycznych jednoelektronowego stanu $n = 2$ w atomie litu różni się istotnie od obserwowanego w atomie wodoru. Występujące ekranowanie jądra przez zamkniętą powłokę $n = 1$ powoduje zaburzenie potencjału kulombowskiego i zdjęcie przypadkowej degeneracji stanów o danym n ale różnych l .

Dla atomu wodoropodobnego energia potencjalna elektronu w pobliżu jądra może zostać przybliżona przez potencjał

$$-\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

natomiast w dużej odległości od jądra przez potencjał

$$-\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

więc prostym przybliżeniem takiego potencjału jest funkcja:

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{(Z-1)e^2}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-b\frac{r}{a}}$$

gdzie b jest parametrem, który należy dobrać na podstawie danych doświadczalnych.

Znaleźć zaburzenie energii stanów $n = 2$ atomu wodoropodobnego o $Z = 3$ wywołane powyższą modyfikacją energii kulombowskiej.

Wyznaczone doświadczalnie energie stanów w atomie litu wynoszą:

$$E_{2p} = -3.53 \text{ eV}, E_{2s} = -5.37 \text{ eV}, E_{3s} = -2.00 \text{ eV}, E_{3p} = -1.54 \text{ eV}, E_{3d} = -1.51 \text{ eV}.$$

Funkcje falowe atomu wodoru

$\Psi_{n,l,m}(r, \theta, \varphi) = R_{n,l}(r)Y_{l,m}(\theta, \varphi)$, gdzie:

$$R_{10} = 2\sqrt{\frac{1}{a^3}} \exp\left(-\frac{r}{a}\right);$$

$$R_{20} = 2\sqrt{\frac{1}{(2a)^3}} \left(1 - \frac{r}{2a}\right) \exp\left(-\frac{r}{2a}\right);$$

$$R_{21} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{(2a)^3}} \frac{r}{2a} \exp\left(-\frac{r}{2a}\right);$$

$$Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}};$$

$$Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta;$$

$$Y_{1\pm 1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{\pm i\varphi}.$$

Przydatna całka:

$$\int_0^{\infty} r^n e^{-cr} dr = \frac{n!}{c^{n+1}}$$