

Wstęp do Optyki i Fizyki Materii Skondensowanej

Część I: Optyka, wykład 6

wykład: Piotr Fita
pokazy: Jacek Szczytko
ćwiczenia: Aneta Drabińska, Paweł Kowalczyk,
Barbara Piętka, Michał Karpiński

Wydział Fizyki
Uniwersytet Warszawski

2017/18

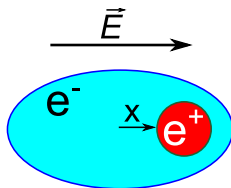
Plan

- 1 Oscylatorowy model ośrodka
- 2 Półklasyczny model oddziaływania
- 3 Rozpraszanie

Klasyczny model współczynnika załamania

Oscylatorowy model ośrodka

- Opisujemy ośrodek przez zbiór klasycznych oscylatorów harmoniczných, o częstości własnej ω_0 i tłumieniu γ
- Oscylatory są pobudzone do drgań polem elektrycznym fali elektromagnetycznej $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$



- Równanie ruchu oscylatora z siłą wymuszającą:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = -\frac{e}{m} E_0 e^{i\omega t}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Rozwiązanie równania ruchu

- Rozwiązanie jest postaci

$$x(t) = x_0 e^{i\omega t}$$

- z amplitudą zespoloną x_0 zależną od ω :

$$x_0 = \frac{eE_0}{m} \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2 - i\omega\gamma}$$

- Polaryzacja ośrodka o koncentracji atomów N :

$$\vec{P} = -Ne\vec{x}$$

- Polaryzacja ośrodka o podatności χ zależy liniowo od pola E

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Podatność dielektryczna

- Porównanie wyrażeń na \vec{P} pozwala wyznaczyć χ :

$$\chi = -\frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2 - i\omega\gamma} = \chi' - i\chi''$$

- Część rzeczywista:

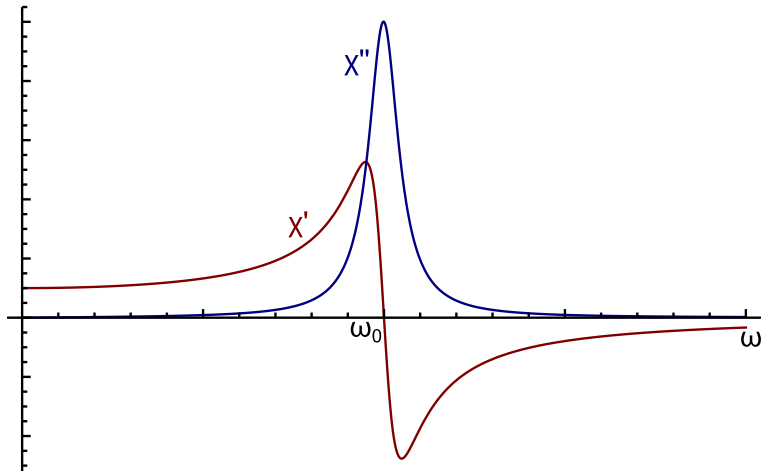
$$\chi' = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\gamma^2}$$

- Część urojona:

$$\chi'' = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \frac{\omega\gamma}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\gamma^2}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Zależność podatności od częstości fali



Klasyczny model współczynnika załamania

Dyspersja i absorpcja

- Względna przenikalność dielektryczna ośrodka:

$$\epsilon = 1 + \chi' - i\chi''$$

- Współczynnik załamania:

$$n = \sqrt{\epsilon} \approx 1 + \frac{\chi'}{2} - i\frac{\chi''}{2} = n' - i\kappa$$

- Pole elektryczne fali w ośrodku:

$$E(x, t) = E_0 e^{i(\omega t - kx)} = E_0 e^{i(\omega t - (n' - i\kappa)\frac{\omega}{c}x)} = E_0 e^{-\kappa\frac{\omega}{c}x} e^{i(\omega t - n'\frac{\omega}{c}x)}$$

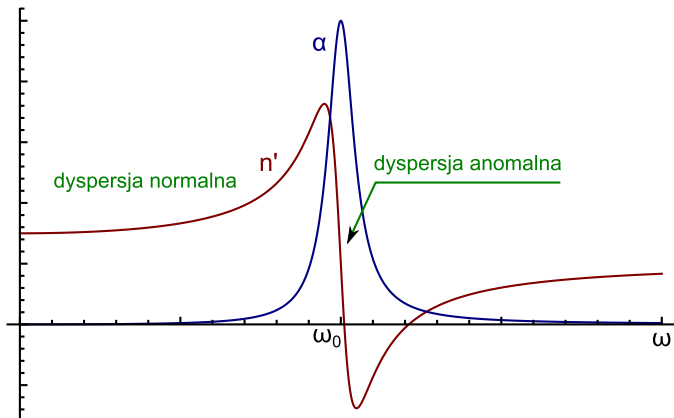
- Amplituda pola zanika wykładniczo - prawo Lamberta-Beera

$$E'_0(x) = E_0 e^{-\kappa\frac{\omega}{c}x} = E_0 e^{-\alpha x}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Dyspersja i absorpcja

- n' - decyduje o prędkości fazowej światła w ośrodku (dyspersja)
- α - decyduje o tłumieniu (absorpcja)



Fale elektromagnetyczne w plazmie

Ośrodek wypełniony ładunkami swobodnymi

Dla fali poprzecznej wynik możemy uzyskać przez podstawienie $\gamma = 0$ i $\omega_0 = 0$ w modelu oscylatorowym.

- Względna przenikalność dielektryczna dla ładunków w próżni:

$$\epsilon = 1 - \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m \omega^2}$$

- Względna przenikalność dielektryczna dla ładunków w ośrodku o przenikalności ϵ_L :

$$\epsilon = \epsilon_L \left(1 - \frac{Ne^2}{\epsilon_0 \epsilon_L m \omega^2} \right) = \epsilon_L \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)$$

- Częstość plazmowa:

$$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 \epsilon_L m}$$

Współczynnik załamania plazmy

- Współczynnik załamania

$$n = \sqrt{\epsilon} = \sqrt{\epsilon_L \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)}$$

(dla $\omega < \omega_p$ n jest czysto urojone)

- Współczynnik odbicia (z wzorów Fresnela):

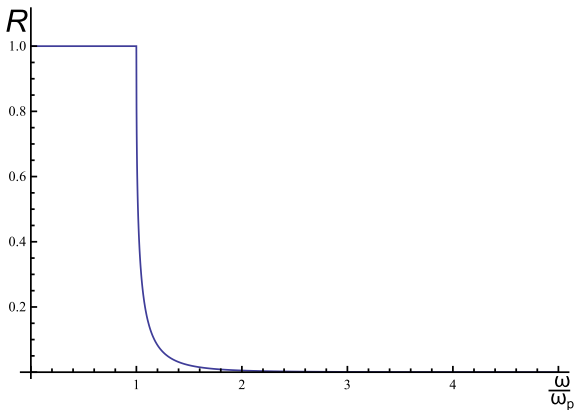
$$R = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$

(dla $\omega < \omega_p$ $R = 1$, fale nie wnikają do ośrodka)

Współczynnik odbicia od plazmy

Jonosfera

$$\epsilon_L = 1$$

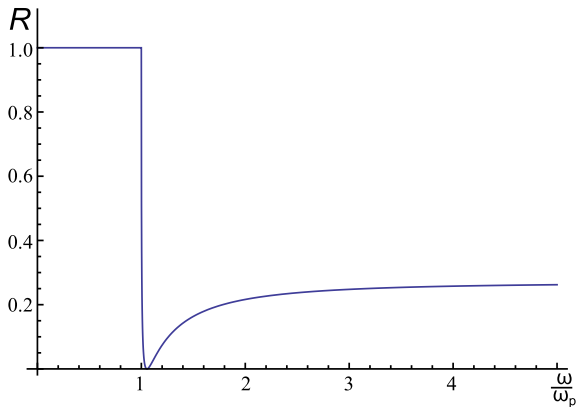


- Odbicie fal radiowych od jonosfery

Współczynnik odbicia od plazmy

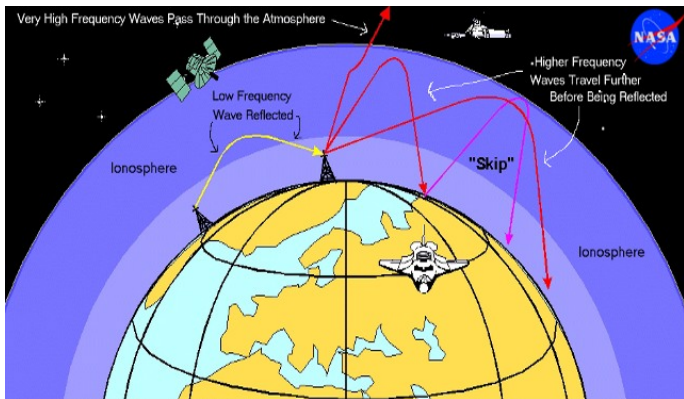
Metale

$$\epsilon_L = 10$$



- Odbicie światła od metali

Propagacja fal radiowych w atmosferze



(c) 2007 NASA -- Comical NASA diagram to illustrate ionospheric radiowave propagation

Neatly weaving in four kooky NASA fantasies -

- (i) Space Shuttle;
- (ii) International Space Station;
- (iii) the geostationary man-made satellite; and
- (iv) higher frequency radiowaves "pass through" the ionosphere - the Big Lie to prop up the satellite hoax!

Półklasyczny model oddziaływania atomu ze światłem

Opis fali E-M

- Falę elektromagnetyczną opisujemy klasycznie przez potencjał wektorowy \vec{A} i skalarny ϕ

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

- Hamiltonian atomu w polu fali E-M:

$$H = \frac{1}{2m} (\vec{p} + e\vec{A})^2 - e\phi + V$$

- Wybieramy cechowanie $\phi = 0$ i $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$, wtedy $[\vec{p}, \vec{A}] = 0$

$$H = \frac{p^2}{2m} + V + \frac{e}{m}\vec{p}\vec{A} + \frac{e^2 A^2}{2m}$$

Półklasyczny model oddziaływania atomu ze światłem

Zaburzenie wywołane falą E-M

- Przy małych natężeniach pola możemy pominąć wyraz kwadratowy:

$$H = \frac{p^2}{2m} + V + \frac{e}{m} \vec{p} \vec{A} = H_0 + H'$$

- Hamiltonian zaburzenia wywołanego falą E-M:

$$H' = \frac{e}{m} \vec{p} \vec{A}$$

- Rozwiązania szukamy za pomocą rachunku zaburzeń zależnego od czasu

Półklasyczny model oddziaływania atomu ze światłem

Rachunek zaburzeń zależny od czasu

- Rozpatrujemy dwa poziomy: dolny $|1\rangle$ i górny $|2\rangle$
- Funkcja falowa układu:

$$|\psi\rangle = a_1 e^{-i\frac{E_1 t}{\hbar}} |1\rangle + a_2 e^{-i\frac{E_2 t}{\hbar}} |2\rangle$$

- Słabe zaburzenie: $a_1 \approx 1$
- Rachunek zaburzeń:

$$\frac{\partial a_2}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} \langle 2|H'|1\rangle e^{i\omega_0 t}$$

$$\omega_0 = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}$$

- Warunek początkowy: $a_2(t=0) = 0$
- Całkowanie, przybliżenia...

Półklasyczny model oddziaływania atomu ze światłem

Przejścia w atomie dwupoziomowym

- Prawdopodobieństwo przejścia atomu ze stanu podstawowego $|1\rangle$ do stanu wzbudzonego $|2\rangle$ (współczynnik Einsteina B_{12}) dla atomu dwupoziomowego:

$$B_{12} = \frac{\pi}{3\epsilon_0\hbar^2} |\vec{d}_{12}|^2$$

- \vec{d}_{12} – dipolowy moment przejścia:

$$\vec{d}_{12} = \langle 2 | e\vec{r} | 1 \rangle$$

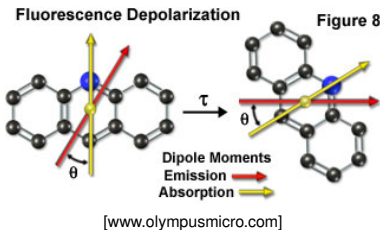
- Z relacji pomiędzy współczynnikami Einsteina:

$$A_{21} = \frac{\omega^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} |\vec{d}_{12}|^2$$

Moment dipolowy przejścia

- Moment dipolowy przejścia decyduje o prawdopodobieństwie oddziaływania
- Dla światła spolaryzowanego prawdopodobieństwo absorpcji zależy od kierunku pomiędzy kierunkiem polaryzacji światła i kierunkiem momentu dipolowego:

$$p_a \sim |\vec{E} \cdot \vec{d}|^2$$

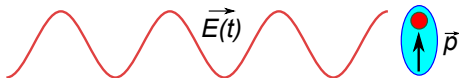


- Prawdopodobieństwo emisji spontanicznej rośnie z ω^3

Rozpraszanie Rayleigha

Promieniowanie wzbudzonego dipola

- Cząstki rozpraszające są dużo mniejsze od długości fali
- W cząstkach indukowany jest elektryczny moment dipolowy \vec{p}



$$\vec{p} = a\vec{E} = a\vec{E}_0 \sin \omega t = \vec{p}_0 \sin \omega t$$

- Oscylujący dipol promieniuje fale E-M. Wektor Poyntinga:

$$S = \frac{1}{16\pi^2\epsilon_0 c^3} \left(\frac{d^2 p}{dt^2} \right)^2 \frac{\sin^2 \theta}{r^2}$$

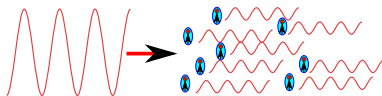
- Po wstawieniu p i uśrednieniu:

$$\langle S \rangle = \frac{p_0^2 \omega^4}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3} \frac{\sin^2 \theta}{r^2}$$

Rozpraszanie Rayleigha

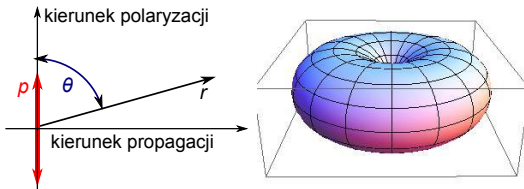
Rozpraszanie w ośrodku

- Promieniowanie wielu dipoli jest niespójne – dodajemy natężenia



- Natężenie światła rozproszonego zależy od kąta θ pomiędzy **kierunkiem polaryzacji światła a kierunkiem obserwacji**:

$$I \sim \omega^4 \frac{\sin^2 \theta}{r^2}$$

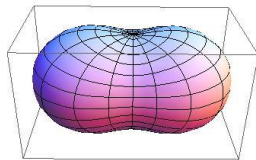
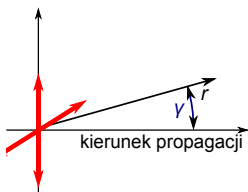


Rozpraszanie Rayleigha

Światło niespolaryzowane

- Światło niespolaryzowane rozkładamy na dwie składowe o prostopadłej polaryzacji - np. poziomą i pionową
- Dodajemy rozkłady kątowe promieniowania dla każdej z dwóch polaryzacji
- Wynik zależy od kąta γ **między kierunkiem propagacji a kierunkiem obserwacji:**

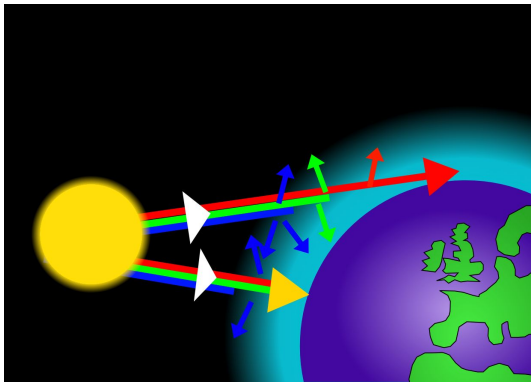
$$I \sim \omega^4 \frac{1 + \cos^2 \gamma}{r^2}$$



Rozpraszanie w atmosferze

Kolor nieba

Rozpraszanie Rayleigha na fluktuacjach gęstości w atmosferze jest odpowiedzialne za niebieski kolor nieba i czerwony kolor zachodzącego słońca (wydajność rozpraszania rośnie jak ω^4)



[www.daveansell.co.uk]

Rozpraszanie w atmosferze

Polaryzacja nieba

Światło nieba jest częściowo spolaryzowane, można je więc osłabić za pomocą polaryzatora

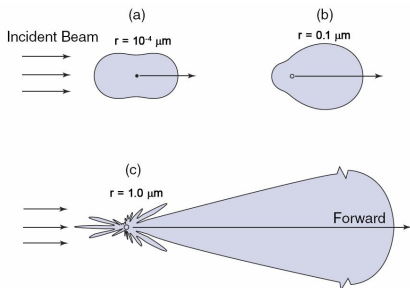


[forums.steves-digicams.com]

Rozpraszanie Mie

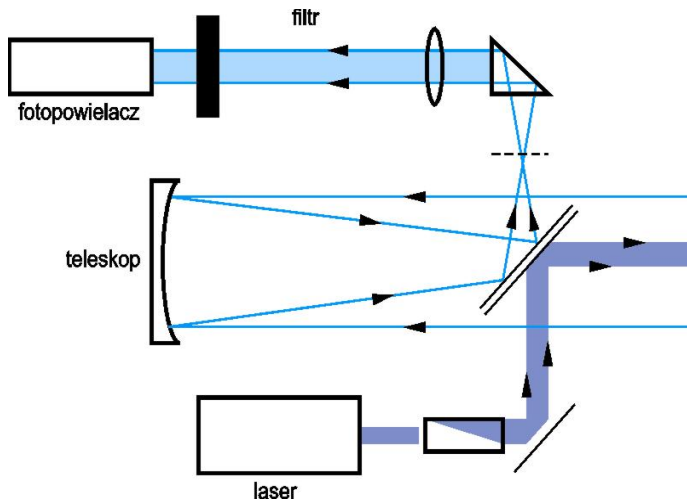
Duże cząstki

- Dla cząstek porównywalnych z długością fali lub większych trzeba spójnie zsumować wkłady do światła rozproszonego pochodzące od całej objętości (powierzchni) cząstek
- Rozpraszanie Mie słabo zależy od długości fali (chmury są białe!)
- Im większe cząstki tym silniej światło jest rozpraszane do przodu

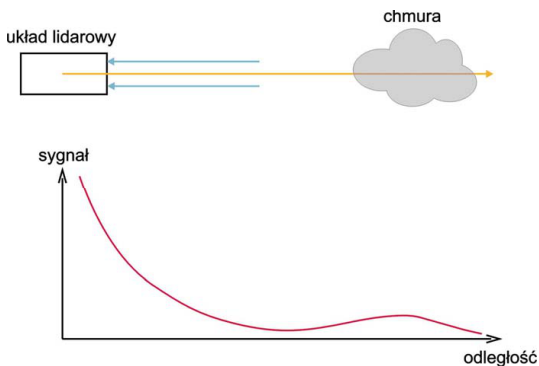


Lidar

Light Detection And Ranging



Lidar



$$L(z) = \frac{A}{z^2} \beta(z) \exp \left(-2 \int_0^z \alpha(x) dx \right)$$

- β - współczynnik rozpraszania do tyłu
- α - współczynnik absorpcji

Lidar

