

## Wstęp do Optyki i Fizyki Materii Skondensowanej - Zadania domowe 1

1. Obserwator patrzy na izotropowo świecące źródło światła monochromatycznego o mocy  $P=10\text{mW}$  i długości fali  $\lambda=532\text{nm}$  z odległości  $100\text{ m}$ . Oblicz liczbę fotonów wpadających do oka obserwatora w ciągu  $1\text{ s}$ , zakładając, że źrenica oka ma średnicę  $4\text{ mm}$ . Ile razy większa byłaby liczba fotonów wpadających do oka obserwatora, gdyby źródłem światła był laser o tej samej mocy i rozbieżności wiązki równej  $1\text{ mrad}$ ?

2. Współczynnik absorpcji światła w gazie w pewnym zakresie długości fali wokół linii absorpcyjnej dla  $\lambda_0$  dany jest wzorem:  $\alpha(\lambda) = \alpha_0 \frac{(B/2)^2}{(\lambda - \lambda_0)^2 + (B/2)^2}$ , gdzie  $\alpha_0$  jest stałą.

Obliczyć na podstawie prawa Lamberta-Beera,  $I(\lambda, z) = I_0 \cdot e^{-\alpha(\lambda) \cdot z}$ , jak zależy szerokość połowkowa obserwowanej linii absorpcyjnej od drogi optycznej  $z$  pokonanej przez światło w tym gazie. Dla jakiej długości drogi optycznej obserwowana szerokość linii absorpcyjnej jest 10-krotnie większa od szerokości linii dla  $z \rightarrow 0$  ?

3. Rozważ model, w którym atomy gazu wypełniające zbiornik zastępujemy jednowymiarowymi oscylatorami harmonicznymi. Znajdź w przybliżeniu dipolowym szerokość naturalną linii przejścia ze stanu podstawowego do pierwszego stanu wzbudzonego zakładając, że częstość własna oscylatora wynosi  $\omega_0 = 10^{14}\text{ Hz}$ , masa atomu-oscyłatora wynosi  $m = 10^{-27}\text{ kg}$ , a funkcje falowe tych stanów są równe  $f_0 = \sqrt{a\pi}^{-1/4} \exp(-a^2 x^2 / 2)$  oraz  $f_1 = \sqrt{2a\pi}^{-1/4} \cdot ax \cdot \exp(-a^2 x^2 / 2)$ , gdzie  $\left( a = \sqrt{\frac{\omega_0 m}{\hbar}} \right)$ . Jaka powinna być temperatura

układu, aby szerokość dopplerowska tej linii była 100 razy większa niż szerokość naturalna? W jakiej temperaturze 10% oscylatorów będzie się znajdować w stanie wzbudzonym?

4. Znajdź i naskicuj kształt widma prostokątnego impulsu światła o czasie trwania  $T$ .
5. Udowodnij występowanie następujących reguł wyboru dla przejść elektrycznych dipolowych w atomie wodoru:  $\Delta l = \pm 1$  oraz  $\Delta m = 0, \pm 1$ . Zaczynij od zapisania momentu dipolowego przejścia pomiędzy stanem końcowym ( $k$ ) i początkowym ( $p$ ):  $\left\langle \psi_k \left| \vec{r} \right| \psi_p \right\rangle^2$  w postaci:

$$\begin{aligned} \left\langle \psi_k \left| \vec{r} \right| \psi_p \right\rangle^2 &= \frac{1}{2} \left\langle \psi_k \left| x + iy \right| \psi_p \right\rangle^2 + \frac{1}{2} \left\langle \psi_k \left| x - iy \right| \psi_p \right\rangle^2 + \left\langle \psi_k \left| z \right| \psi_p \right\rangle^2 = \\ &= \frac{1}{2} \left\langle \psi_k \left| r \sin \theta e^{i\varphi} \right| \psi_p \right\rangle^2 + \frac{1}{2} \left\langle \psi_k \left| r \sin \theta e^{-i\varphi} \right| \psi_p \right\rangle^2 + \left\langle \psi_k \left| r \cos \theta \right| \psi_p \right\rangle^2. \end{aligned}$$

6. Różnica energii pomiędzy stanem podstawowym i wzbudzonym nieruchomego atomu o masie  $M$  jest równa  $E_0$ . Przy emisji fotonu związanej z przejściem pomiędzy stanem wzbudzonym a podstawowym w tym atomie spełniona musi być, oprócz zasady zachowania energii, zasada zachowania pędu. Wobec tego pęd emitowanego fotonu musi zostać przejęty przez atom, a energia fotonu  $E_f$  będzie nieznacznie różnić się od  $E_0$ . Znajdź energię tego fotonu.
7. W pewnym atomie umieszczonym w słabym polu magnetycznym zaobserwowano linie widmowe odpowiadające przejściom pomiędzy stanami  $d_{5/2}$  i  $p_{3/2}$ . Różnica częstości między dwiema skrajnymi liniami w widmie wynosiła  $\Delta \nu = 3.53\text{ GHz}$ . a) Narysuj diagram rozszczepionych poziomów. b) Ile linii zaobserwowano? c) Oblicz wartość pola magnetycznego, w którym umieszczono atom.
8. Jakiej długości fale świetlne są całkowicie odbijane od metalowego lustra? Założyć, że atomy ułożone są w prostą sieć kubiczną o stałej  $a = 0.4\text{ nm}$  i każdy atom dostarcza jeden swobodny elektron,  $\varepsilon_L = 10$ .

Zadanie dodatkowe z ćwiczeń w grupach środowych:

Atom litu został umieszczony w stałym, jednorodnym polu elektrycznym  $E \parallel z$ .

Posługując się modelem atomu litu opisywanego zaburzeniem do potencjału atomu wodoru

$$V' = -\frac{(Z-1)e^2}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-b\frac{r}{a}}$$

znaleźć rozszczepienie 4-krotnie zdegenerowanego poziomu odpowiadającemu głównej liczbie kwantowej  $n = 2$ . Przedyskutować przypadek słabego i silnego pola elektrycznego.

Potencjał zaburzający pochodzący od pola elektrycznego można przedstawić w postaci:

$$V'' = e\mathcal{E}z = e\mathcal{E}r \cos \theta$$

Funkcje falowe atomu wodoru:

$\Psi_{n,l,m}(r, \theta, \varphi) = R_{n,l}(r)\Theta_{l,m}(\theta)\Phi_m(\varphi)$ , gdzie:

$$R_{10} = 2\sqrt{\frac{1}{a^3}} \exp\left(-\frac{r}{a}\right);$$

$$\Theta_{00} = \frac{1}{\sqrt{2}};$$

$$\Phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}};$$

$$R_{20} = 2\sqrt{\frac{1}{(2a)^3}} \left(1 - \frac{r}{2a}\right) \exp\left(-\frac{r}{2a}\right);$$

$$\Theta_{10} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cos \theta;$$

$$\Phi_{\pm 1} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm i\varphi}.$$

$$R_{21} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{(2a)^3}} \frac{r}{2a} \exp\left(-\frac{r}{2a}\right);$$

$$\Theta_{1\pm 1} = \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta;$$