

Wstęp do Optyki i Fizyki Materii Skondensowanej - Zadania domowe 1

1. Obserwator patrzy na izotropowo świecące źródło światła monochromatycznego o mocy $P=10\text{mW}$ i długości fali $\lambda=532\text{nm}$ z odległości 100 m. Oblicz liczbę fotonów wpadających do oka obserwatora w ciągu 1 s, zakładając, że źrenica oka ma średnicę 4 mm. Ile razy większa byłaby liczba fotonów wpadających do oka obserwatora, gdyby źródłem światła był laser o tej samej mocy i rozbieżności wiązki równej 1 mrad?
2. Współczynnik absorpcji światła w gazie w pewnym zakresie długości fali wokół linii absorpcyjnej dla λ_0 dany jest wzorem: $\alpha(\lambda) = \frac{(B/2)^2}{(\lambda - \lambda_0)^2 + (B/2)^2}$. Obliczyć na podstawie prawa Lamberta-Beera, $I(\lambda, z) = I_0 \cdot e^{-\alpha(\lambda)z}$, jak zależy szerokość połówkowa obserwowanej linii absorpcyjnej od drogi optycznej z pokonanej przez światło w tym gazie. Dla jakiej długości drogi optycznej obserwowana szerokość linii absorpcyjnej jest 10-krotnie większa od szerokości linii dla $z \rightarrow 0$?
3. Rozważ model, w którym atomy gazu wypełniające zbiornik zastępujemy jednowymiarowymi oscylatorami harmonicznymi. Znajdź w przybliżeniu dipolowym szerokość naturalną linii przejścia ze stanu podstawowego do pierwszego stanu wzbudzonego zakładając, że częstość własna oscylatora wynosi $\omega_0 = 10^{14} \text{ Hz}$, masa atomu-oscyłatora wynosi $m = 10^{-27} \text{ kg}$, a funkcje falowe tych stanów są równe $f_0 = \sqrt{a\pi}^{-1/4} \exp(-a^2 x^2 / 2)$ oraz $f_1 = \sqrt{2a\pi}^{-1/4} \cdot ax \cdot \exp(-a^2 x^2 / 2)$, gdzie $\left(a = \sqrt{\frac{\omega_0 m}{\hbar}} \right)$. Jaka powinna być temperatura układu, aby szerokość dopplerowska tej linii była 100 razy większa niż szerokość naturalna? W jakiej temperaturze 10% oscylatorów będzie się znajdować w stanie wzbudzonym?
4. Znajdź i naszkicuj kształt widma prostokątnego impulsu światła o czasie trwania T .
5. Udowodnij występowanie następujących reguł wyboru dla przejść elektrycznych dipolowych w atomie wodoru: $\Delta l = \pm 1$ oraz $\Delta m = 0, \pm 1$. Zaczynij od zapisania momentu dipolowego przejścia pomiędzy stanem końcowym (k) i początkowym (p): $\left| \langle \psi_k | \vec{r} | \psi_p \rangle \right|^2$ w postaci:

$$\begin{aligned} \left| \langle \psi_k | \vec{r} | \psi_p \rangle \right|^2 &= \frac{1}{2} \left| \langle \psi_k | x + iy | \psi_p \rangle \right|^2 + \frac{1}{2} \left| \langle \psi_k | x - iy | \psi_p \rangle \right|^2 + \left| \langle \psi_k | z | \psi_p \rangle \right|^2 = \\ &= \frac{1}{2} \left| \langle \psi_k | r \sin \theta e^{i\varphi} | \psi_p \rangle \right|^2 + \frac{1}{2} \left| \langle \psi_k | r \sin \theta e^{-i\varphi} | \psi_p \rangle \right|^2 + \left| \langle \psi_k | r \cos \theta | \psi_p \rangle \right|^2. \end{aligned}$$

6. Różnica energii pomiędzy stanem podstawowym i wzbudzonym nieruchomego atomu o masie M jest równa E_0 . Przy emisji fotonu związanej z przejściem pomiędzy stanem wzbudzonym a podstawowym w tym atomie spełniona musi być, oprócz zasady zachowania energii, zasada zachowania pędu. Wobec tego pęd emitowanego fotonu musi zostać przejęty przez atom, a energia fotonu E_f będzie nieznacznie różnić się od E_0 . Znajdź energię tego fotonu.
7. W pewnym atomie umieszczonym w słabym polu magnetycznym zaobserwowano linie widmowe odpowiadające przejściom pomiędzy stanami $d_{5/2}$ i $p_{1/2}$. Różnica częstości między dwiema skrajnymi liniami w widmie wynosiła $\Delta \nu = 3.53 \text{ GHz}$. a) Narysuj diagram rozszczepionych poziomów. b) Ile linii zaobserwowano? c) Oblicz wartość pola magnetycznego, w którym umieszczono atom.
8. Jakiej długości fale świetlne są całkowicie odbijane od metalowego lustra? Założyć, że atomy ułożone są w prostą sieć kubiczną o stałej $a = 0.4 \text{ nm}$ i każdy atom dostarcza jeden swobodny elektron, $\epsilon_L = 10$.