

Wstęp do Optyki i Fizyki Materii Skondensowanej

Wykład 13

wykład: Piotr Fita

pokazy: Jacek Szczytko

ćwiczenia: Paweł Kowalczyk,
Barbara Piętka, Maciej Molas

Wydział Fizyki
Uniwersytet Warszawski

2019/20

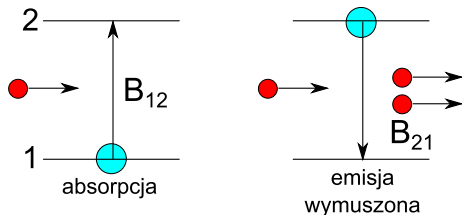
Plan

1 Wzmocnienie światła

2 Lasery

3 Optyka nieliniowa

Wzmocnienie światła



Szybkość absorpcji:

$$\frac{dN_{12}}{dt} = B_{12}\rho(\nu)N_1$$

Szybkość emisji wymuszonej:

$$\frac{dN_{21}}{dt} = B_{21}\rho(\nu)N_2$$

Bez degeneracji

$$(B_{12} = B_{21}) = B$$

- Zmiana liczby fotonów w jednostce czasu:

$$\frac{dN_{fot}}{dt} = \frac{dN_{21}}{dt} - \frac{dN_{12}}{dt} = B\rho(\nu)(N_2 - N_1) = B\rho(\nu)\Delta N$$

- Jeśli $N_2 > N_1$ to emisja wymuszona przeważa nad absorpcją – obserwujemy wzmocnienie światła
- $\Delta N = N_2 - N_1$ – inwersja obsadzeń

Inwersja obsadzeń

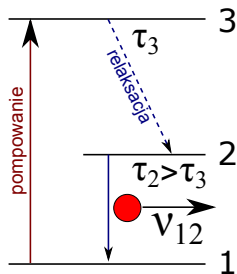
- Inwersji obsadzeń nie można uzyskać podgrzewając ośrodek – zgodnie z rozkładem Boltzmanna obsadzenia poziomów w ośrodku w stanie równowagi termicznej maleją wykładniczo z ich energią:

$$\Delta N_i \sim \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right)$$

- Inwersji obsadzeń nie można też uzyskać bezpośrednio (np. światłem) wzbudzając wyższy poziom w ośrodku dwupoziomowym, bo taki układ osiąga równowagę termodynamiczną (*ćwiczenia*)
- Uzyskanie wzmocnienia światła wymaga układu o większej liczbie poziomów i pośredniego wzbudzenia wyższego poziomu, który uczestniczy we wzmocnieniu światła

Ośrodki 3-poziomowe

Pierwszy laser został zbudowany w roku 1960 przez Theodora Maimana w oparciu o rubin (kryształ Al_2O_3 domieszkowany jonami chromu Cr^{3+} – ośrodek 3 poziomowy pompowany optycznie (lampami błyskowymi)).

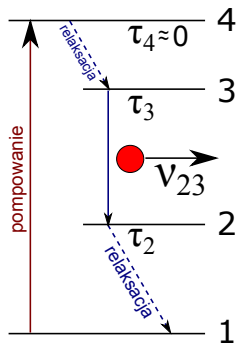


- Jeśli $\tau_2 > \tau_3$, to poziom 2 może być wolniej opróżniany niż wypełniany przez relaksację z poziomu 3
- Na przejściu $2 \rightarrow 1$ można uzyskać wzmocnienie pod warunkiem odpowiednio szybkiego pompowania poziomu 3

Uzyskanie inwersji obsadzeń jest możliwe, ale wymaga szybkiego (wydajnego pompowania poziomu 3)

Ośrodki 4-poziomowe

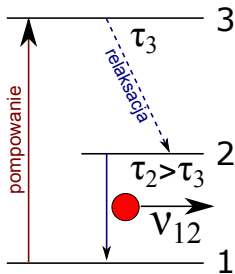
Obecnie większość laserów jest budowana w oparciu o ośrodki 4-poziomowe.



- Jeśli $\tau_3 > \tau_2$, to poziom 2 jest szybciej opróżniany od poziomu 3 i $N_3 > N_2$
- Na przejściu $3 \rightarrow 2$ można uzyskać inwersję obsadzeń niezależnie od szybkości pompowania

Równania kinetyczne

Obsadzenia poziomów w ośrodku wzmacniającym opisują tzw. równania kinetyczne.



$$\frac{dN_3}{dt} = PN_1 - \frac{N_3}{\tau_3}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{N_3}{\tau_3} - \frac{N_2}{\tau_2} - B\rho(\nu_{12})(N_2 - N_1)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -PN_1 + \frac{N_2}{\tau_2} + B\rho(\nu_{12})(N_2 - N_1)$$

- Warunek zachowania liczby atomów:

$$N_1 + N_2 + N_3 = N \text{ (koncentracja atomów w ośrodku)}$$

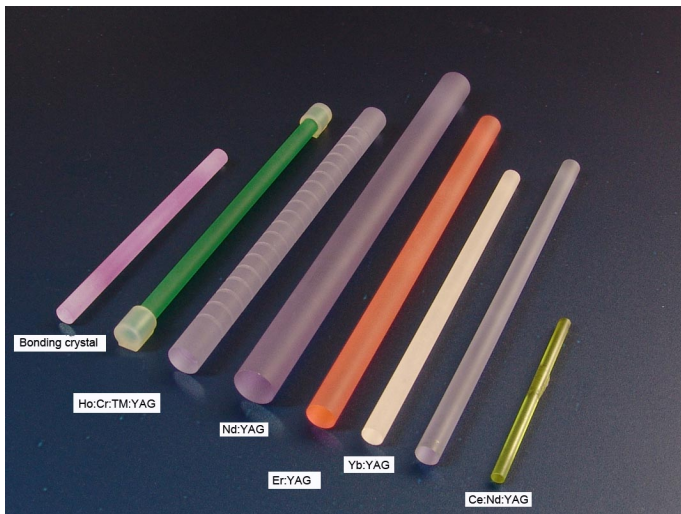
- Jeśli w ośrodku nie jest wzmacniane światło, to $\rho(\nu_{12}) = 0$
- W warunkach równowagi $\frac{dN_i}{dt} = 0$

Ośrodki wzmacniające i pompowanie

- Pompowanie wyładowaniem elektrycznym w gazie (atomy są wzbudzone poprzez zderzenia z elektronami)
 - Gazy atomowe lub molekularne:
He-Ne, Ar⁺, laser N₂, CO₂, ekscymery (Xe-Cl itp.)
- Pompowanie optyczne (lampą lub innym laserem)
 - Ciecze (roztwory barwników)
 - Kryształy
(szafir Ti:Al₂O₃, rubin Cr³⁺:Al₂O₃, granat ytrowo-glinowy Nd³⁺:YAG)
 - Szkła, ceramiki
 - włókna optyczne domieszkowane jonami
- Pompowanie przepływem prądu elektrycznego
 - Struktury półprzewodnikowe

Ośrodki wzmacniające

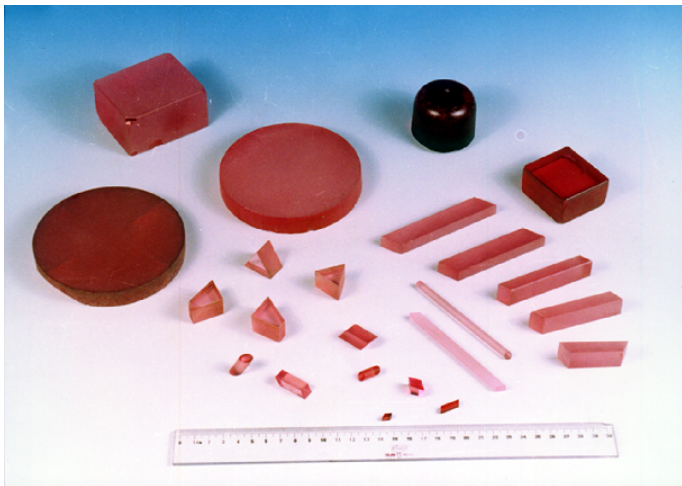
Kryształy YAG domieszkowane różnymi pierwiastkami



[i01.i.aliimg.com]

Ośrodki wzmacniające

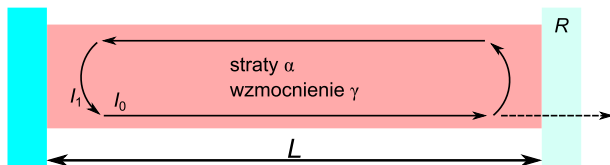
Kryształy szafiru



[cn.lambdaoptics.com/]

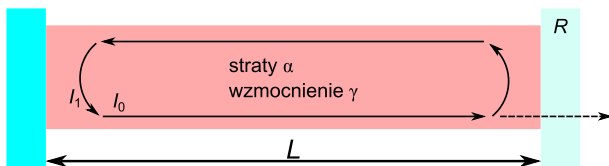
Akcja laserowa

Laser = ośrodek wzmacniający pomiędzy dwoma zwierciadłami



- Pomińmy początkowo falowe własności światła
- Strumień fotonów odbija się pomiędzy zwierciadłami, ulegając wzmocnieniu (współczynnik wzmocnienia γ) i stratom (współczynnik strat α)
- Część fotonów wydostaje się przez częściowo przepuszczalne (współczynnik odbicia R) lustro wyjściowe

Warunek akcji laserowej



- Zmiana natężenia światła po jednym obiegu rezonatora:

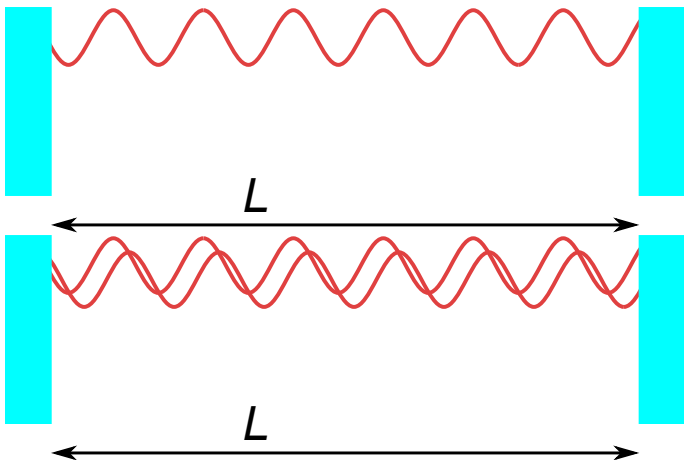
$$I_1 = I_0 R e^{2\gamma L} e^{-2\alpha L}$$

- Akcja laserowa zachodzi, jeśli $I_1 \geq I_0$
- Warunek progowy: $R \geq e^{-2(\gamma-\alpha)L}$
- Współczynnik odbicia lustra wyjściowego R musi być dostatecznie duży

Wyprowadzenie na tablicy

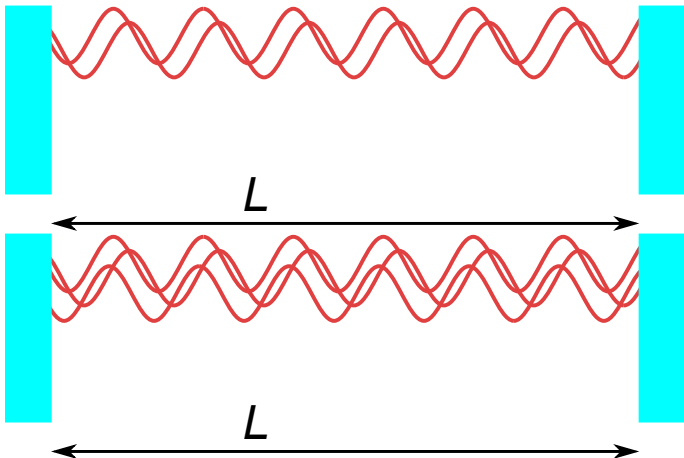
Falowe własności fali w laserze

Fala odbita od zwierciadła zachowuje relację fazową względem fali padającej (np. po odbiciu od ośrodka o większym wsp. załamania faza zmienia się na przeciwną)



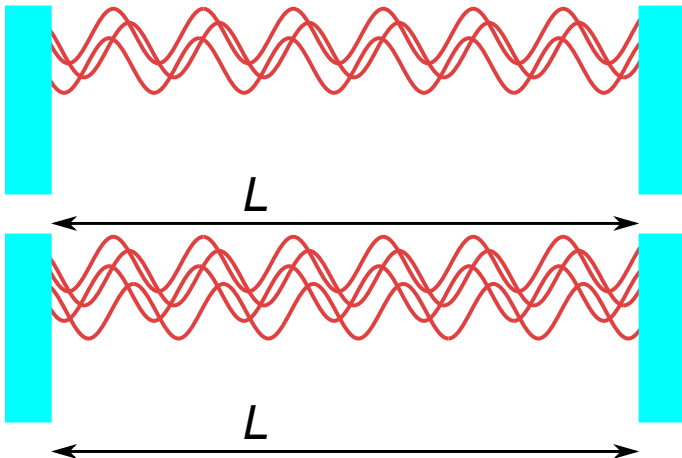
Falowe własności fali w laserze

Fale odbijające się od zwierciadeł interferują ze sobą



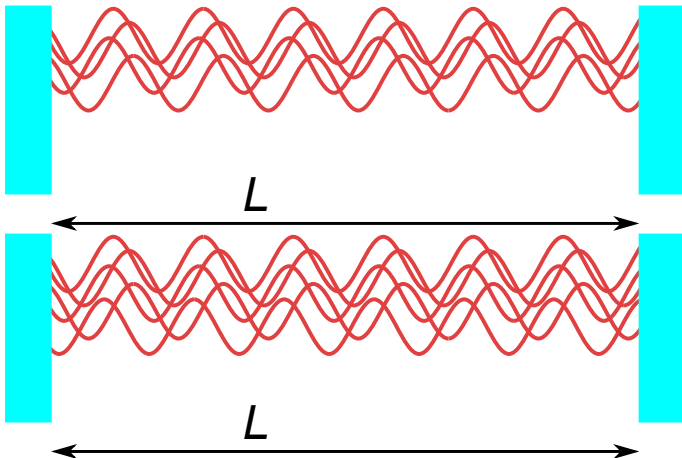
Falowe własności fali w laserze

Fale odbijające się od zwierciadeł interferują ze sobą



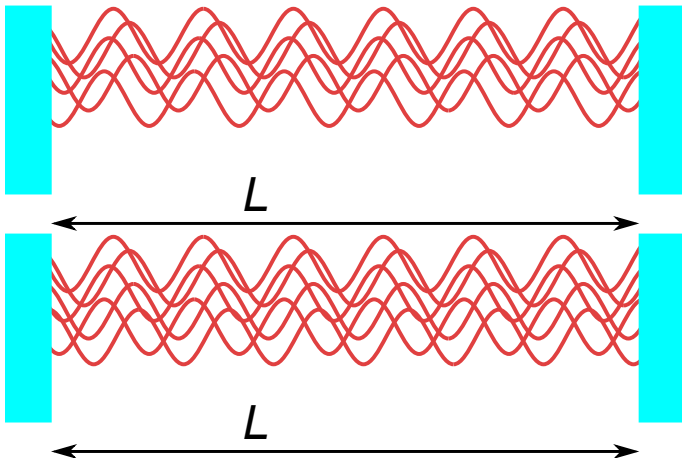
Falowe własności fali w laserze

Fale odbijające się od zwierciadeł interferują ze sobą



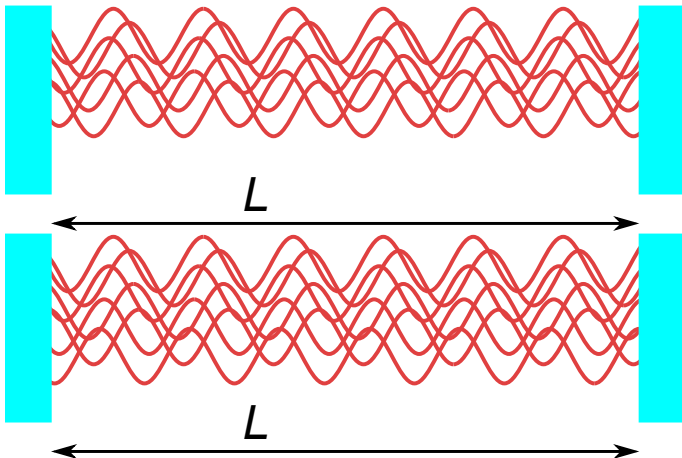
Falowe własności fali w laserze

Fale odbijające się od zwierciadeł interferują ze sobą



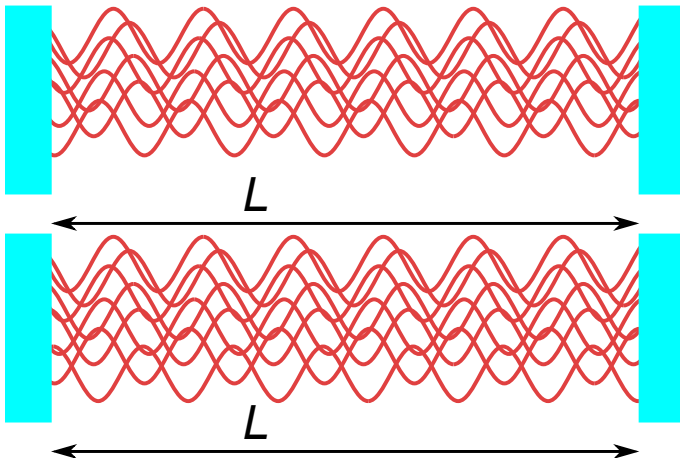
Falowe własności fali w laserze

Fale odbijające się od zwierciadeł interferują ze sobą



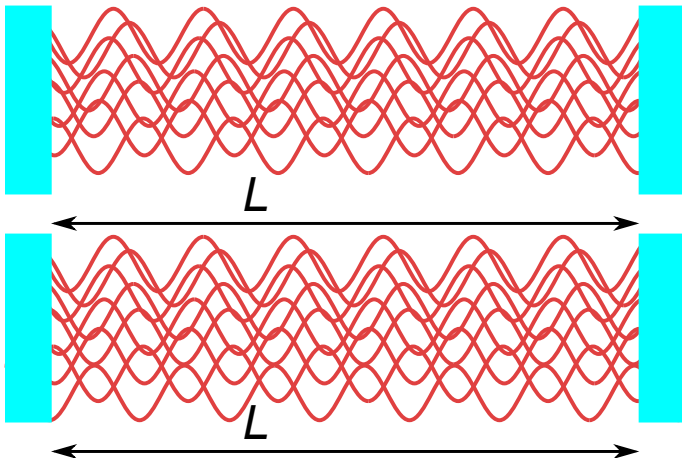
Falowe własności fali w laserze

Fale odbijające się od zwierciadeł interferują ze sobą



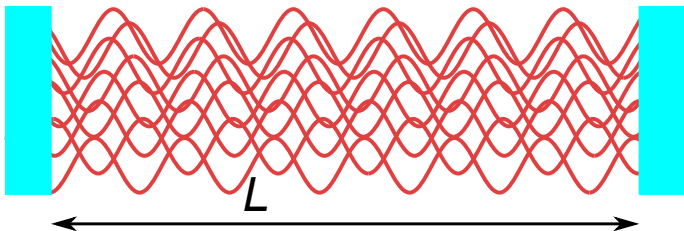
Falowe własności fali w laserze

Fale odbijające się od zwierciadeł interferują ze sobą



Falowe własności fali w laserze

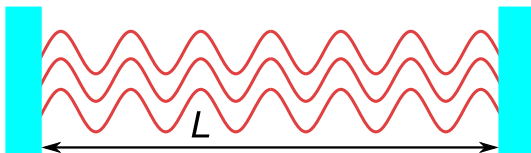
Fale odbijające się od zwierciadeł interferują ze sobą



- W wyniku interferencji wielu fal o przypadkowej względnej fazie następuje ich wygaszenie
- Dla przypadkowej odległości pomiędzy lustrami nie jest możliwe uzyskanie akcji laserowej

Rezonator optyczny

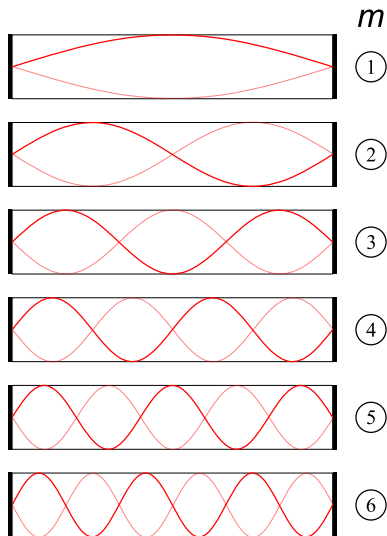
- Akcja laserowa możliwa jest tylko wówczas, gdy fale odbijające się od zwierciadeł interferują konstruktywnie tworząc falę stojącą



- Układ zwierciadeł umożliwiający powstanie fali stojącej to **rezonator optyczny**.
- Długość rezonatora z lustrami płaskimi musi być całkowitą wielokrotnością połówek długości fali

$$L = m \frac{\lambda_m}{2}$$

Mody podłużne rezonatora płaskiego



[wikipedia.org]

- Tylko fale o długości $\lambda_m = \frac{2L}{m}$ są podtrzymywane w rezonatorze

- Częstości modów:

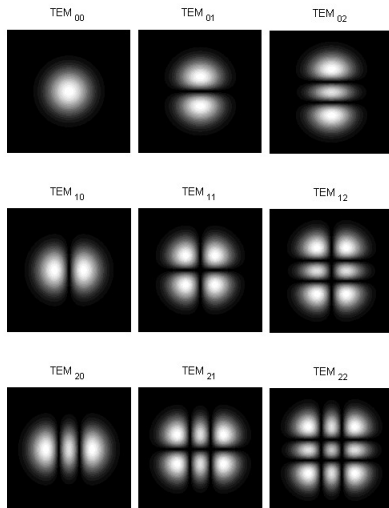
$$\nu_m = \frac{c}{\lambda_m} = m \frac{c}{2L}$$

- Odległość modów (w skali częstości):

$$\Delta\nu = \nu_{m+1} - \nu_m = \frac{c}{2L}$$

Mody poprzeczne rezonatora

- Różne poprzeczne rozkłady pola spełniają warunek powstawania fali stojącej.
- Odległość ($\Delta\nu$) modów poprzecznych jest dużo mniejsza niż podłużnych ($\frac{c}{2L}$)
- Zazwyczaj chcemy, żeby laser pracował w modzie podstawowym – TEM₀₀



[photonicswiki.org]

Widmo emisji laserowej

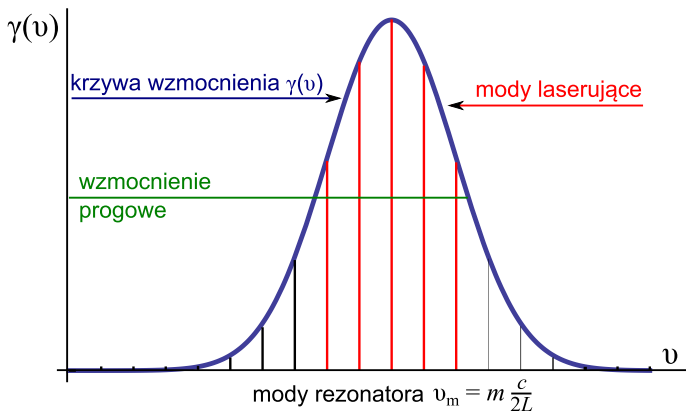
- Tylko częstotliwości odpowiadające modom rezonatora mogą być generowane przez laser
- Żeby światło o częstotliwości ν mogło być generowane przez laser musi być także spełniony warunek akcji laserowej:

$$R \geq e^{-2(\gamma(\nu) - \alpha)L}$$

$$\gamma(\nu) \geq \alpha + \frac{\ln R}{2L} = \gamma_{prog}$$

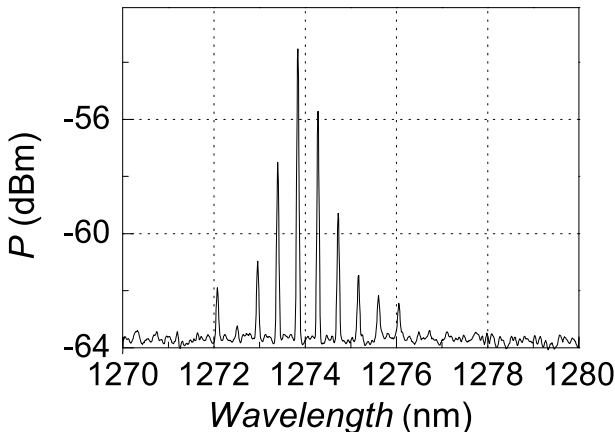
- Wzbudzają się tylko te mody, dla których $\gamma(\nu) \geq \gamma_{prog}$ (wzmocnienie progowe)

Widmo emisji laserowej



- Wzbudzają się te mody, dla których $\gamma(\nu) \geq \gamma_{prog}$
- Odległość między modami $\Delta\nu = \frac{c}{2L}$

Widmo lasera wielomodowego



Widmo wielomodowej diody laserowej
[cdn.intechopen.com]

Nasylenie wzmocnienia

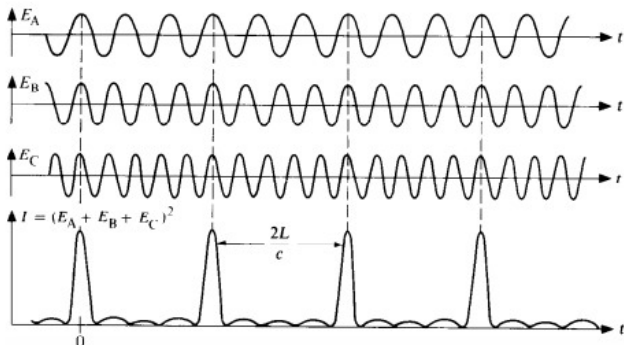
- Obecność światła w ośrodku wzmacniającym prowadzi do zmniejszenia inwersji obsadzeń w wyniku przejść wymuszonych
- Wzmocnienie ośrodka maleje w miarę wzrostu natężenia światła w rezonatorze

$$\gamma(I) = \frac{\gamma_0}{1 + \frac{I}{I_s}}$$

- W laserze ustala się takie natężenie światła, przy którym wzmocnienie dokładnie równoważy straty

Synchronizacja modów

- Wiele modów wzbudzonych w zgodnej fazie
- Natężenie światła w postaci ciągu impulsów



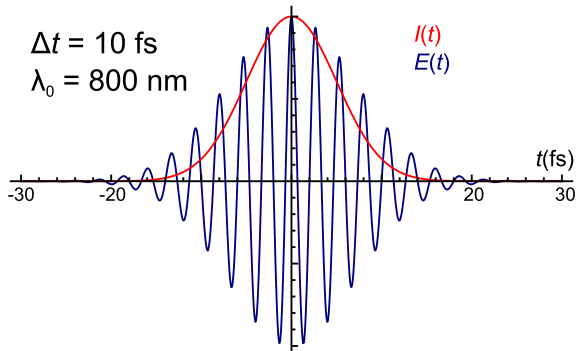
Lasery z synchronizacją modów

Lasery szafirowy

- Impuls gaussowski o czasie trwania 10-100 fs

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{t^2}{2\Delta t^2}} e^{i\omega_0 t}$$

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t^2}{\Delta t^2}}$$



Własności impulsów femtosekundowych

ze wzmacniacza szafirowego

Wzmocniacz Coherent Legend Elite Duo (lab. -1.27):

- $\Delta t = 50 \text{ fs}$, $T = 0.2 \text{ ms}$, $P_{sr} = 10 \text{ W}$
- Moc szczytowa $P_{imp} = 40 \text{ GW}$
- Natężenie światła po zogniskowaniu do plamki o promieniu $r = 10 \mu\text{m}$:

$$I_{imp} = \frac{P_{imp}}{\pi r^2} \approx 1.3 \cdot 10^{20} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

- Natężenia pola elektrycznego w ognisku:

$$E_0 = \frac{2I_{imp}}{\epsilon_0 c} = 3.1 \cdot 10^{11} \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

- Natężenie pola elektrycznego w atomie wodoru:

$$E_H = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a_0^2} = 5.8 \cdot 10^{11} \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Nieliniowa polaryzacja

oscylator
harmoniczny



oscylator
anharmoniczny



$$F(x) = -kx \quad F(x) = -k(x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots)$$

- Polaryzacja ośrodka pod wpływem elektrycznego:

$$P = \epsilon_0 \left(\chi E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 + \dots \right) = P_1 + P_{NL}$$

- $\chi^{(m)}$ – podatność nieliniowa m -tego rzędu
- P_{NL} – polaryzacja nieliniowa

Generacja drugiej harmonicznej

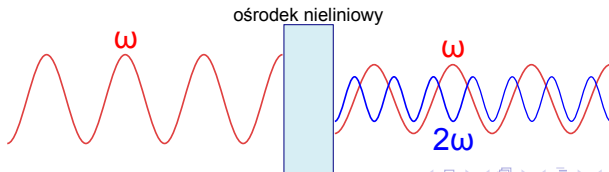
- Fala płaska o częstotliwości ω_0

$$E(t) = E_0 \cos \omega_0 t = \frac{E_0}{2} (e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t})$$

- Polaryzacja nieliniowa drugiego rzędu

$$\begin{aligned} P_{NL} &= \epsilon_0 \chi^{(2)} E(t)^2 = \epsilon_0 \chi^{(2)} \frac{E_0^2}{4} (e^{2i\omega_0 t} + e^{-2i\omega_0 t} + 2) = \\ &= \epsilon_0 \chi^{(2)} \frac{E_0^2}{2} (\cos 2\omega_0 t + 1) \end{aligned}$$

- Polaryzacja nieliniowa oscyluje z częstotnością $2\omega_0$ – emisja fali E-M o podwojonej częstotliwości



Generacja drugiej harmonicznej

Pierwsza obserwacja drugiej harmonicznej:

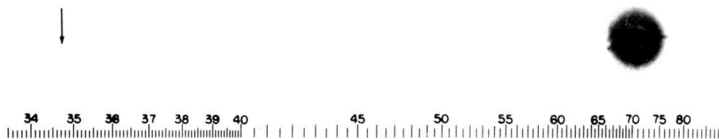
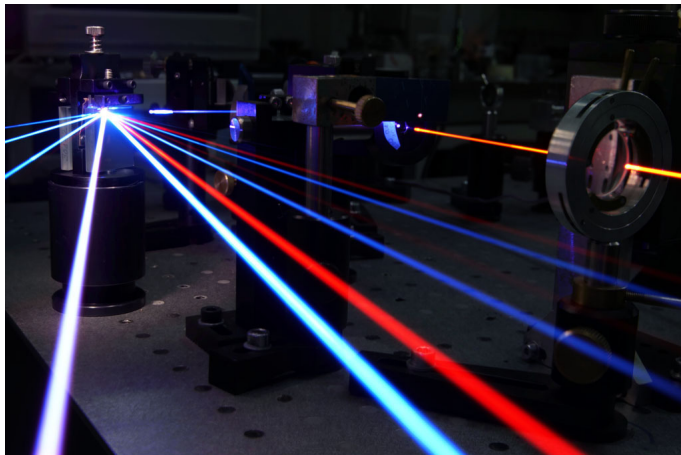


FIG. 1. A direct reproduction of the first plate in which there was an indication of second harmonic. The wavelength scale is in units of 100 Å. The arrow at 3472 Å indicates the small but dense image produced by the second harmonic. The image of the primary beam at 6943 Å is very large due to halation.

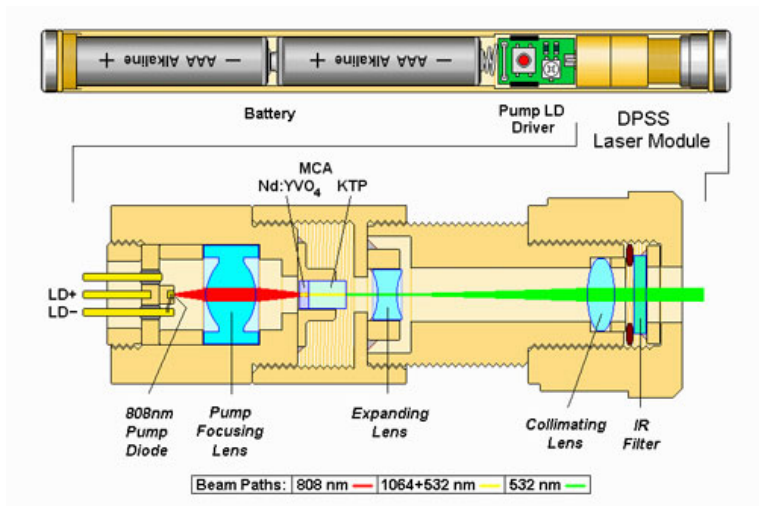
[P. Franken *et al.*, Phys. Rev. Lett. **7**, 118-120 (1961)]

Generacja drugiej harmonicznej

Wiązka za kryształem nieliniowym rozszczepiona w siatce dyfrakcyjnej



Wskaźnik laserowy

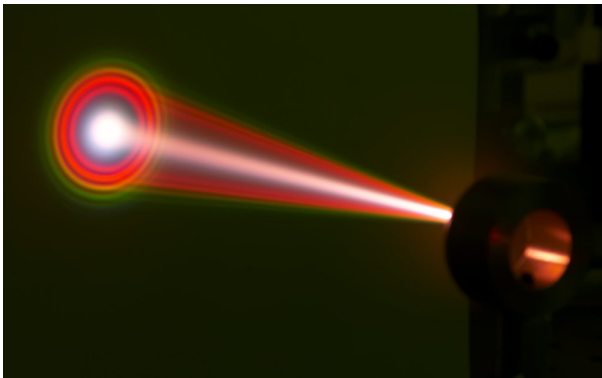


[wikipedia.org]

Procesy wyższego rzędu

Generacja światła białego

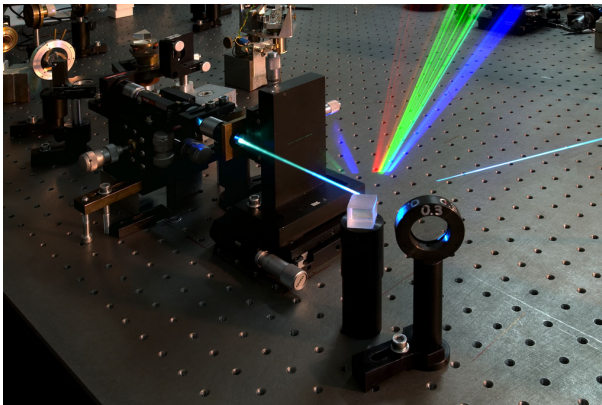
W 3 mm płytce szklanej, z wiązki impulsów 800 nm ze wzmacniacza szafirowego



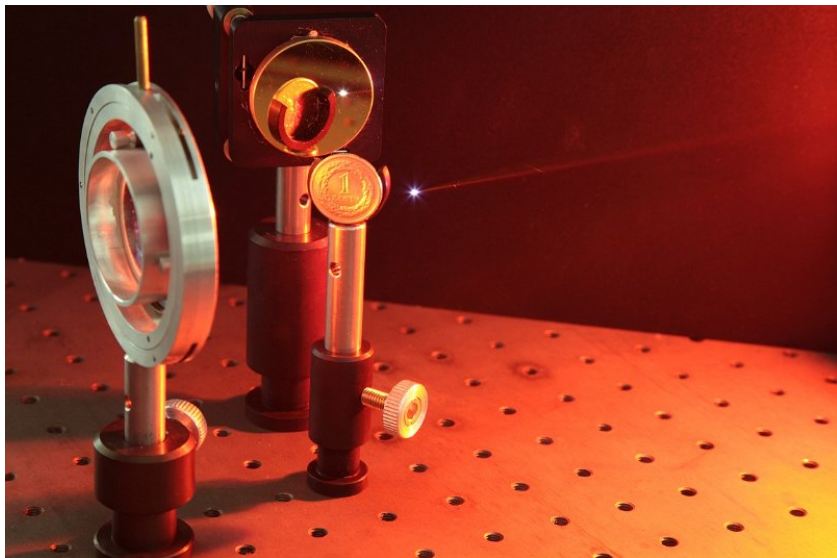
Sposób na otrzymanie impulsów o bardzo szerokim widmie

Generacja światła białego w światłowodach

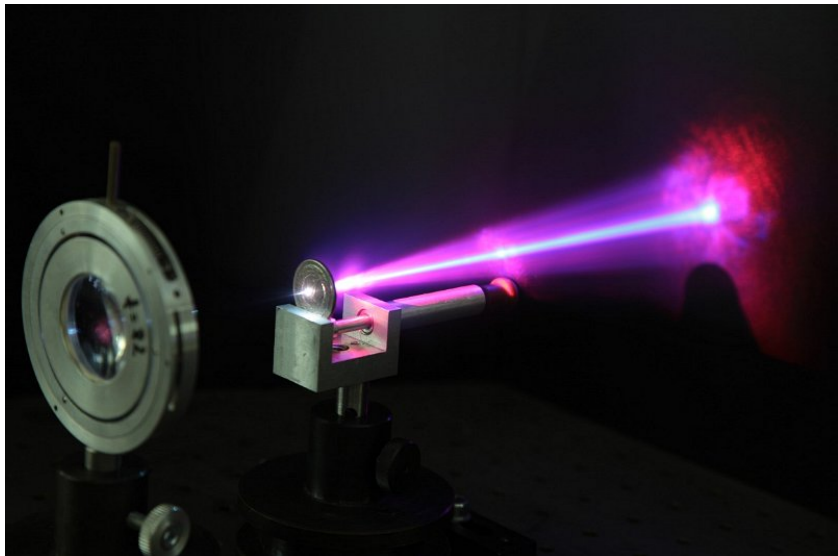
Natężenie światła wprost z lasera jest zbyt małe, by wygenerować światło białe w cienkiej płytce, ale możliwa jest generacja w światłowodach fotonicznych



W ognisku wiązki wzmacniacza



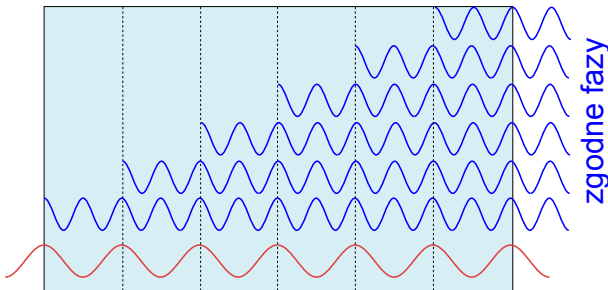
W ognisku wiązki wzmacniacza



Dopasowanie fazowe

na przykładzie generacji drugiej harmonicznej

Jeśli $n(\omega) = n(2\omega)$, to $\lambda_{2\omega} = \frac{1}{2}\lambda_{\omega}$

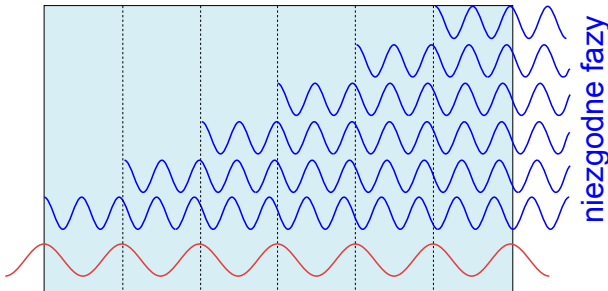


Proces generacji zachodzi wydajnie, bo pryzcynki wygenerowane w różnych miejscach kryształu dodają się w fazie (**idealne dopasowanie fazowe**)

Dopasowanie fazowe

brak dopasowania

Zazwyczaj $n(\omega) < n(2\omega)$, czyli $\lambda_{2\omega} < \frac{1}{2}\lambda_\omega$



Proces generacji zachodzi z małą wydajnością, bo przyczynki wygenerowane w różnych miejscach kryształu znoszą się (**niedopasowanie fazowe**)

Dopasowanie fazowe

w ośrodkach dwójłomnych

Konieczne jest zapewnienie dopasowania fazowego, $n(\omega) = n(2\omega)$

W kryształach:

promień zwyczajny

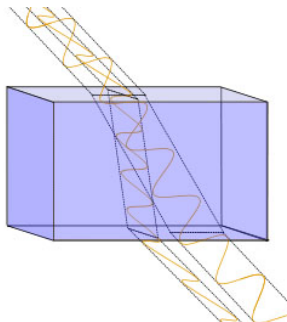
- polaryzacja \perp do osi optycznej
- $n_{\perp} = n_o$ – stałe

promień nadzwyczajny

- polaryzacja \parallel do osi kryształu
- n zależy od kąta θ pomiędzy kierunkiem wiązki a osią kryształu:

$$n_{\parallel}(\theta) = \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_o^2 \sin^2 \theta + n_e^2 \cos^2 \theta}}$$

- n pomiędzy n_o a n_e



Dla odpowiedniego θ

$$n_{\perp}(\omega) = n_{\parallel}(2\omega)$$