

# Wstęp do Optyki i Fizyki Materii Skondensowanej

## Część I: Optyka, wykład 4

wykład: Piotr Fita  
pokazy: Jacek Szczytko  
ćwiczenia: Aneta Drabińska, Paweł Kowalczyk,  
Barbara Piętka

Wydział Fizyki  
Uniwersytet Warszawski

2018/19

# Plan

- 1 Struktura subtelna
- 2 Struktura nadsubtelna
- 3 Atom w polu magnetycznym

# Momenty magnetyczne

## Orbitalny moment magnetyczny

- $L \neq 0 \rightarrow$  niezerowy prąd  $\rightarrow$  orbitalny moment magnetyczny:

$$\vec{\mu}_L = -\frac{e}{2m_0}\vec{L} = -g_l \frac{\mu_B}{\hbar}\vec{L}$$

- $g_l = 1$  (czynniki "g", Landego, żyromagnetyczny)
- $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_0}$  - magneton Bohra
- Wartość momentu magnetycznego:

$$\mu_L = \frac{e}{2m_0}L = \frac{e\hbar}{2m_0}\sqrt{l(l+1)}$$

# Momenty magnetyczne

## Spinowy moment magnetyczny

- Spinowy moment pędu:

$$S = \hbar \sqrt{s(s+1)} \quad S_z = m_s \hbar \quad m_s = \pm \frac{1}{2}$$

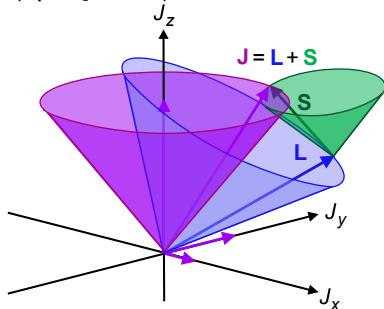
- Spinowy moment magnetyczny

$$\vec{\mu}_S = -g_s \frac{e}{2m_0} \vec{S} = -g_s \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}$$

- $g_s = 2,0023$

# Sprężenie spin-orbita

Oddziaływanie  $\vec{\mu}_S$  i  $\vec{\mu}_L$  prowadzi do ich wzajemnej orientacji (sprężenia)



$$\vec{L} + \vec{S} = \vec{J}$$

$$J = \hbar \sqrt{j(j+1)}$$

$$J_z = m_j \hbar \quad -j \leq m_j \leq j$$

Energia oddziaływania  $\vec{\mu}_S$  i  $\vec{\mu}_L$ :

$$V_{LS} = \frac{e^2 \mu_0}{8\pi m_0^2 r^3} \vec{S} \cdot \vec{L}$$

# Sprężenie spin-orbita

## Energia oddziaływania

- Energia oddziaływania  $\vec{\mu}_S$  i  $\vec{\mu}_L$ :

$$V_{LS} = \frac{e^2 \mu_0}{8\pi m_0^2 r^3} \vec{S} \cdot \vec{L}$$

- $\frac{1}{r^3}$  - wartość średnia

$$\frac{1}{r^3} \rightarrow \int \frac{1}{r^3} |\psi|^2 dV$$

- $\vec{S} \cdot \vec{L} = SL \cos \alpha$

# Sprężenie spin-orbita

## Energia oddziaływania

Z twierdzenia cosinusów:

$$J^2 = L^2 + S^2 - 2LS \cos(180^\circ - \alpha) = L^2 + S^2 + 2LS \cos \alpha$$

$$\vec{S} \cdot \vec{L} = LS \cos \alpha = \frac{1}{2}(J^2 - L^2 - S^2)$$

$$\vec{S} \cdot \vec{L} = \frac{\hbar^2}{2}[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]$$

$$V_{LS} = \frac{a}{2}[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]$$

$$a = \frac{e^2 \mu_0 \hbar^2}{8\pi m_0^2 r^3}$$

*(Przykład rozszczepienia dla stanu p na tablicy)*

# Atomy wieloelektronowe

## Sprzężenie LS

- W lekkich atomach niezależnie sprzęgają się orbitalne i spinowe momenty pędu różnych elektronów:

- $$\vec{\mathcal{L}} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots$$

- $$\vec{\mathcal{S}} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \dots$$

$\vec{\mathcal{L}}$  i  $\vec{\mathcal{S}}$  sprzęgają się dając wypadkowy moment pędu

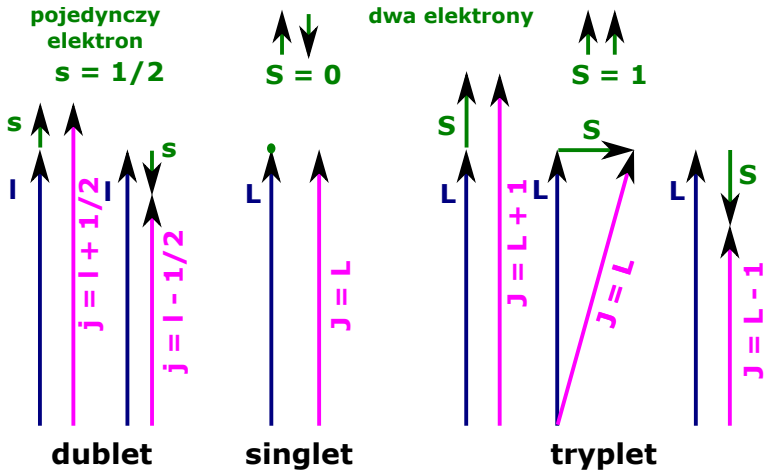
$$\vec{\mathcal{J}} = \vec{\mathcal{L}} + \vec{\mathcal{S}}$$

(liczą się tylko elektrony z niezapełnionych powłok)

- Tutaj  $\vec{\mathcal{S}} > 1/2$ , np. dla 3 elektronów  $\vec{\mathcal{S}} = 3/2$
- Są  $2\mathcal{S} + 1$  możliwości orientacji  $\vec{\mathcal{S}}$  i  $\vec{\mathcal{L}}$

# Sprężenie LS

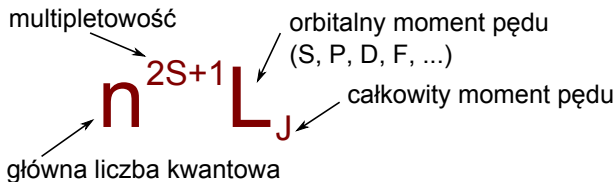
## Lekkie atomy



Tutaj:  $l, j, s$  - liczby kwantowe dla pojedynczego elektronu,  $L, J, S$  - liczby kwantowe dla układu (nie wartości momentów pędu!)

# Oznaczenia stanów energetycznych

## Termy atomowe

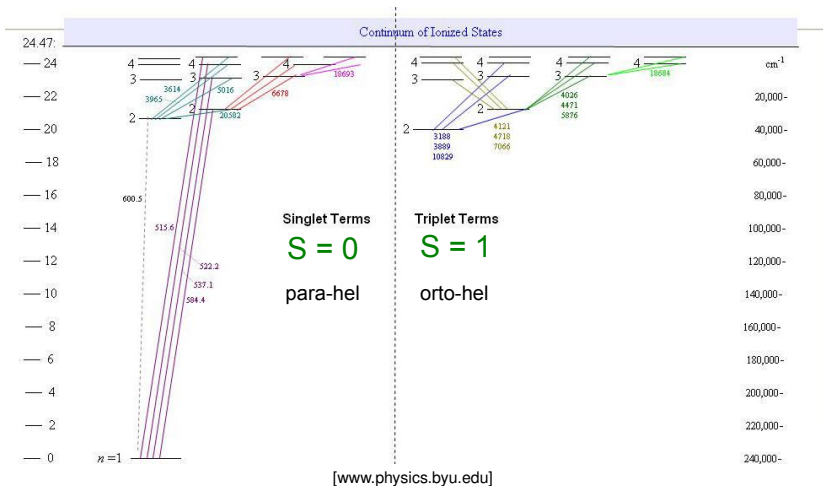


Reguły wyboru dla przejść optycznych:

- $\Delta l = \pm 1$  dla elektronu
- $\Delta L = 0, \pm 1$  dla układu
- $\Delta S = 0$  (nie ma przejść interkombinacyjnych)

# Przejścia optyczne

## Diagram termów (Grotriana)



# Sprzężenie j-j

## Ciężkie atomy

- W bardzo ciężkich atomach sprzęgają się momenty orbitalne i spinowe tego samego elektronu

$$\vec{J}_1 = \vec{L}_1 + \vec{S}_1$$

$$\vec{J}_2 = \vec{L}_2 + \vec{S}_2$$

...

- Całkowite momenty pędów różnych elektronów sumują się

$$\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2 + \dots$$

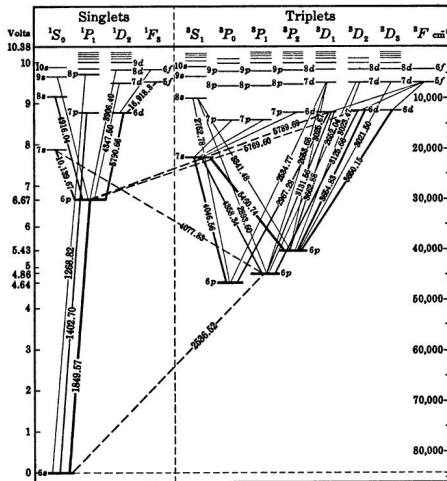
- $\vec{L}$  nie jest dobrze określony

# Przypadek pośredni

L i S są dobrymi liczbami kwantowymi, ale dozwolone są przejścia interkombinacyjne

Silne przejście  
 $^3P_1 \rightarrow ^1S_0$   
przy  $\approx 254 \text{ nm}$

[matthewkrupcale.com]

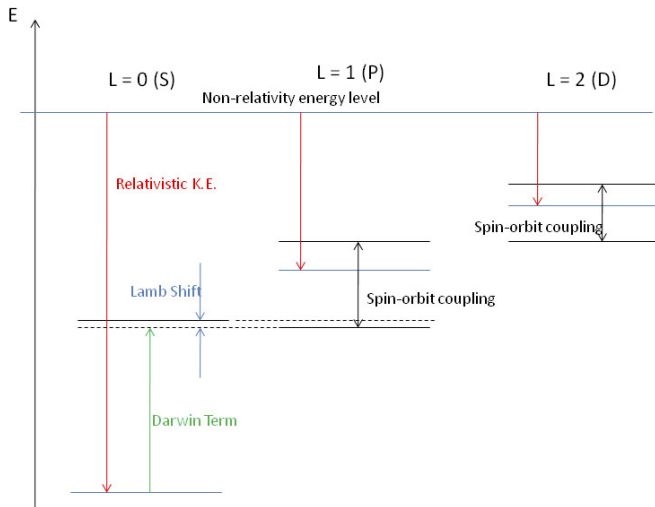


# Inne efekty

- Relatywistyczna zmiana masy
- Poprawka Darwina (relatywistyczny efekt kwantowy) – tylko w stanach  $s$
- Przesunięcie Lamba – oddziaływanie atomu z polem próżni – w atomie wodoru znosi degenerację stanów  $s$  i  $p$  o tym samym  $j$

# Struktura subtelna

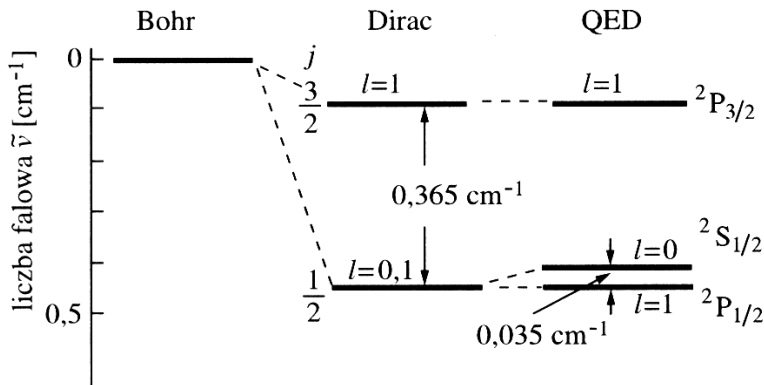
Wkład różnych efektów



[wikipedia.org]

# Struktura subtelna

W atomie wodoru



# Wpływ jądra atomowego na widma elektronowe

- Ruch jądra wokół wspólnego środka masy - energia elektronu zależy od masy jądra
- Różnica objętości jąder różnych izotopów - energia bezpośredniego (kontaktowego) oddziaływania elektronów z jądrem jest różna dla różnych izotopów
- Oddziaływanie momentów magnetycznych jąder z polem magnetycznym elektronów - struktura nadsubtelna

# Spin jądrowy

- Jądro ma moment pędu  $\vec{I}$  o wartości:

$$|\vec{I}| = \hbar\sqrt{I(I+1)} \quad |\vec{I}|_z = m_I\hbar \quad m_I = -I, \dots, I$$

(2 I + 1) wartości rzutu na wybraną oś

- Moment magnetyczny jądra:

$$\vec{\mu}_I = \gamma\vec{I} = g_I\frac{\mu_N}{\hbar}\vec{I}$$

- $\gamma$  – jądrowy czynnik żyromagnetyczny
- $g_I$  – jądrowy czynnik Landego  
(proton:  $g_I \approx 5.59$ , neutron:  $g_I \approx -3.83$ )
- $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = \frac{\mu_B}{1836}$  – magneton jądrowy
- Rzut momentu magnetycznego:

$$|\vec{\mu}|_z = \gamma|\vec{I}|_z = \gamma m_I\hbar = g_I m_I \mu_N$$

# Odziaływanie nadsubtelne

- Pole magnetyczne elektronu  $\vec{B}_J$  prowadzi do orientacji momentu magnetycznego  $\vec{\mu}_I$  względem  $\vec{B}_J$ , a co za tym idzie  $\vec{I}$  względem  $\vec{J}$ . Powstaje wypadkowy moment pędu  $\vec{F}$

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{F(F+1)}$$

- Ze względu na kwantowanie rzutów możliwe są następujące wartości  $F$ :

$$F = |J - I|, |J - I| + 1, \dots, J + I - 1, J + I$$

- $(2I + 1)$  lub  $(2J + 1)$  możliwości

# Oddziaływanie nadsubtelne

## Energia oddziaływania

Energia momentu magnetycznego w polu elektronów  $\vec{B}_J$ :

$$E_{HFS} = -\vec{\mu}_I \cdot \vec{B}_J = -\mu_I B_J \cos \angle(\vec{\mu}_I, \vec{B}_J)$$

$$\mu_I = g_I \mu_N \sqrt{I(I+1)} \quad \cos \angle(\vec{\mu}_I, \vec{B}_J) = -\cos \angle(\vec{I}, \vec{J})$$

$$E_{HFS} = g_I \mu_N B_J \sqrt{I(I+1)} \cos \angle(\vec{I}, \vec{J})$$

Twierdzenie cosinusów:

$$|\vec{F}|^2 = |\vec{I}|^2 + |\vec{J}|^2 - 2|\vec{I}||\vec{J}| \cos(\pi - \angle(\vec{I}, \vec{J})) = |\vec{I}|^2 + |\vec{J}|^2 + 2|\vec{I}||\vec{J}| \cos \angle(\vec{I}, \vec{J})$$

$$F(F+1) = I(I+1) + J(J+1) + 2\sqrt{I(I+1)}\sqrt{J(J+1)} \cos \angle(\vec{I}, \vec{J})$$

$$\sqrt{I(I+1)} \cos \angle(\vec{I}, \vec{J}) = \frac{F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)}{2\sqrt{J(J+1)}}$$

# Oddziaływanie nadsubtelne

## Energia oddziaływania

$$E_{HFS} = \frac{g_I \mu_N B_J}{2\sqrt{J(J+1)}} [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)]$$

$$a_J = \frac{g_I \mu_N B_J}{\sqrt{J(J+1)}}$$

*stała struktury nadsubtelnej*

$$E_{HFS} = \frac{1}{2} a_J [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)]$$

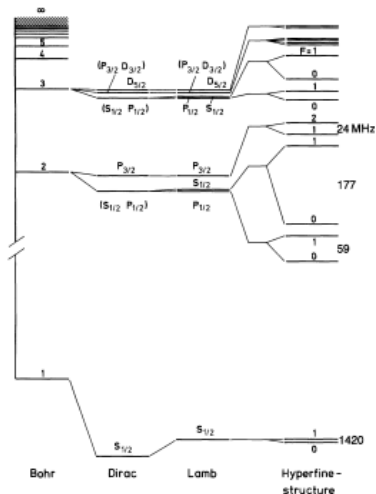
W danym stanie elektronowym (ustalone  $J$ )  $E_{HFS}$  przyjmuje

- $(2I+1)$  wartości ( $I < J$ )
- $(2J+1)$  wartości ( $I > J$ )

(rozszczipienie nadsubtelne).

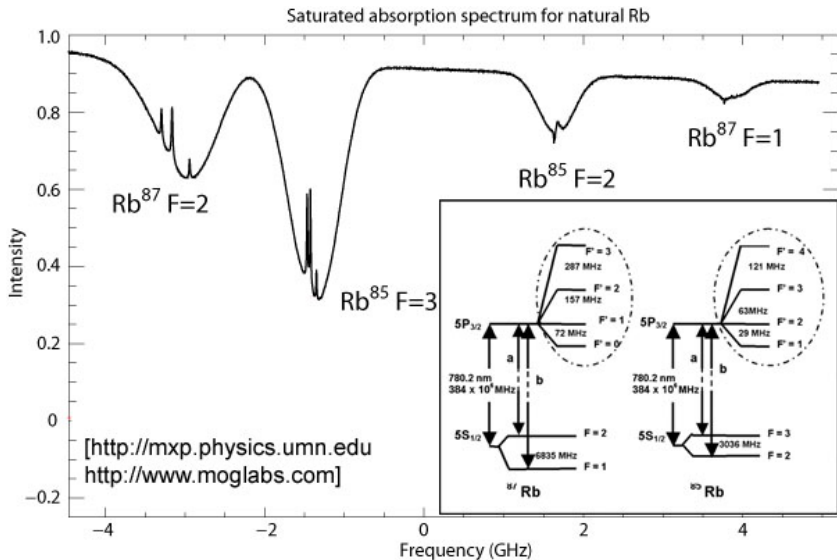
# Struktura nadsubtelna atomu wodoru

Skala nie jest zachowana!

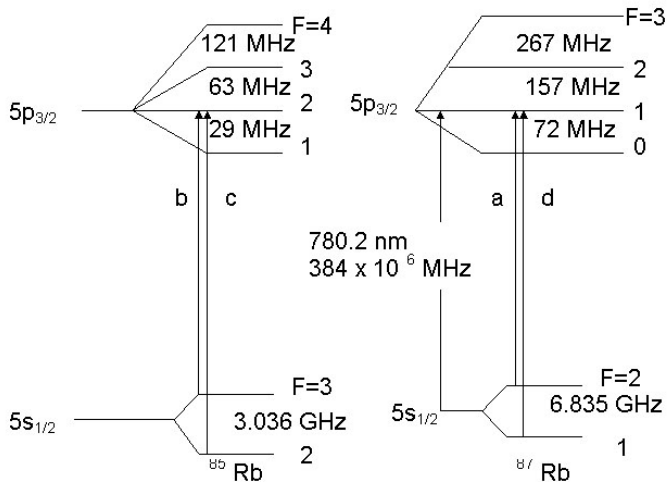


[H. Haken, H. C Wolf, Atomy i kwanty]

# Widmo nasyceniowe rubidu



# Struktura nadsubtelna rubidu



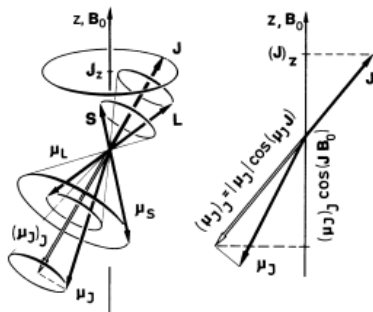
# Atom w polu magnetycznym

## Efekt Zeemana

W słabym polu zachowane zostaje sprzężenie L-S. Wypadkowy moment magnetyczny  $\vec{\mu}_J$  oddziałuje z polem magnetycznym

- $\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_S + \vec{\mu}_L$
- $\vec{\mu}_J$  wiruje wokół  $\vec{J}$
- mierzalny jest rzut  $(\vec{\mu}_J)_J$
- $(\vec{\mu}_J)_J$  wiruje wokół  $\vec{B}_0$
- Energia oddziaływania:

$$E_B = -(\vec{\mu}_J)_J \cdot \vec{B}_0$$



[H. Haken, H.C. Wolf, Atomy i kwanty]

# Atom w polu magnetycznym

Jak wyznaczyć potrzebne rzuty?

$$E_B = -(\vec{\mu}_J)_J \cdot \vec{B}_0 = -(\mu_J)_{J,z} B_0$$

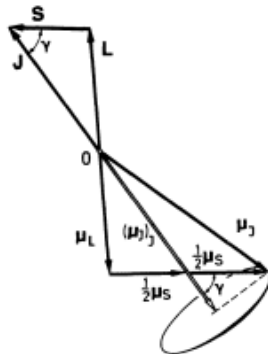
$$\vec{\mu}_L = -g_L \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L}, g_L = 1$$

$$\vec{\mu}_S = -g_S \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}, g_S \approx 2$$

$$(\vec{\mu}_J)_J = -g_J \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{J}, g_J = ?$$

Z tw. cosinusów:

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$



[H. Haken, H.C. Wolf, Atomy i kwanty]

# Atom w polu magnetycznym

## Energia oddziaływania

$$E_B = -(\vec{\mu}_J)_J \cdot \vec{B}_0 = -(\mu_J)_{J,z} B_0$$

$$\vec{\mu}_L = -g_L \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L}, g_L = 1$$

$$\vec{\mu}_S = -g_S \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}, g_S \approx 2$$

$$(\vec{\mu}_J)_J = -g_J \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{J}, g_J = ?$$

Z tw. cosinusów:

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

Rzut na kierunek pola:

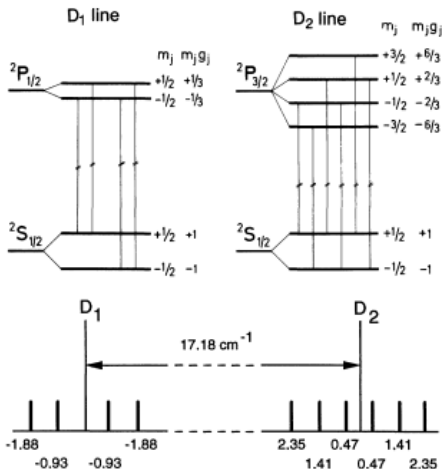
$$(\vec{\mu}_J)_{J,z} = -m_J g_J \mu_B$$

$$m_J = -J, \dots, J$$

Energia oddziaływania:

$$E_B = m_J g_J \mu_B B_0$$

## Widmo sodu w słabym polu magnetycznym



[H. Haken, H.C. Wolf, *Atom y i kwanty*]

- $\Delta m_j = \pm 1$   
polaryzacja kołowa
- $\Delta m_j = 0$   
polaryzacja liniowa

(anomalny efekt Zeemana;  
normalny = bez spinu)

# Efekt Paschena-Backa

Atom w silnym polu magnetycznym

- Silne pole  $\rightarrow$  zerwanie sprzężenia L-S.
- $\vec{L}$  i  $\vec{S}$  niezależnie sprzęgają się z zewnętrznym polem
- $E_B = (m_l + 2m_s)\mu_b B_0$

