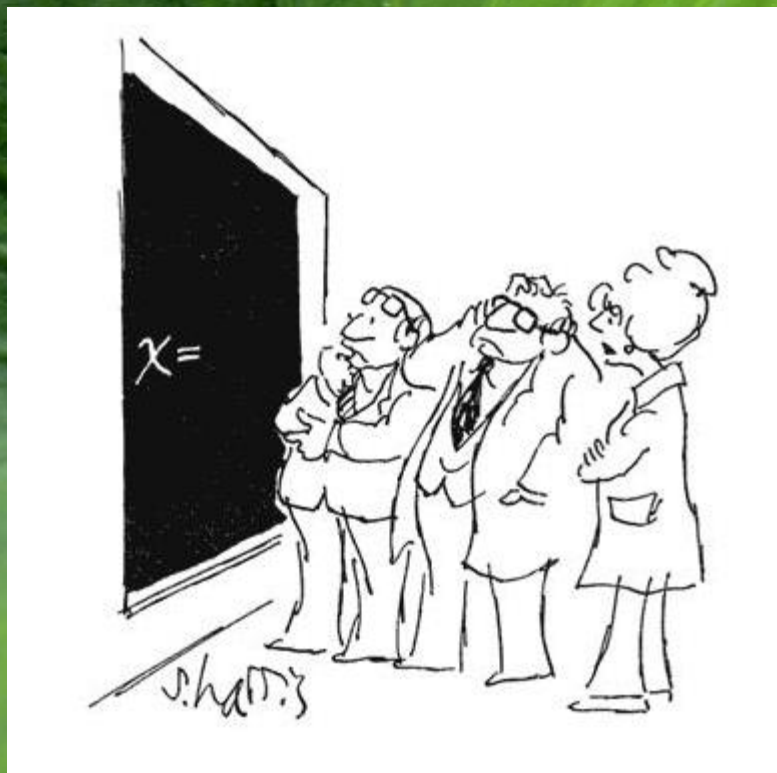


Wstęp do Optyki i Fizyki Materii Skondensowanej

1100-3003



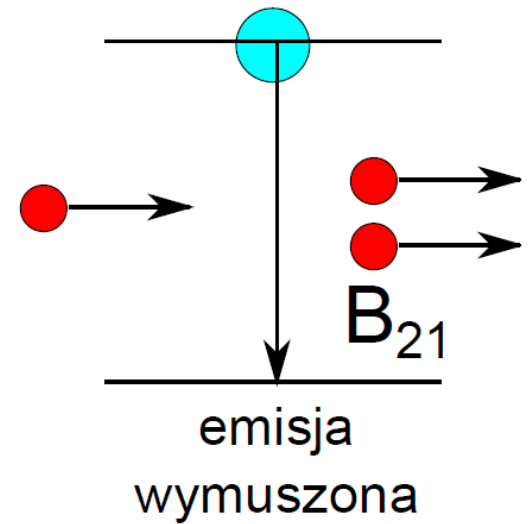
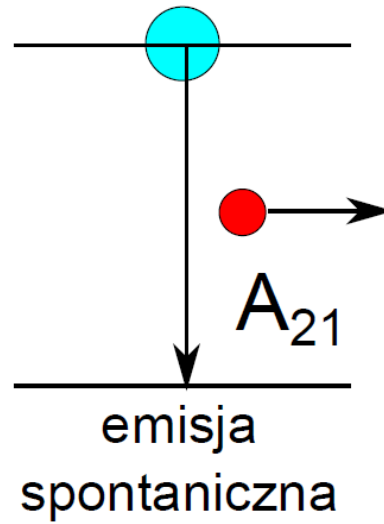
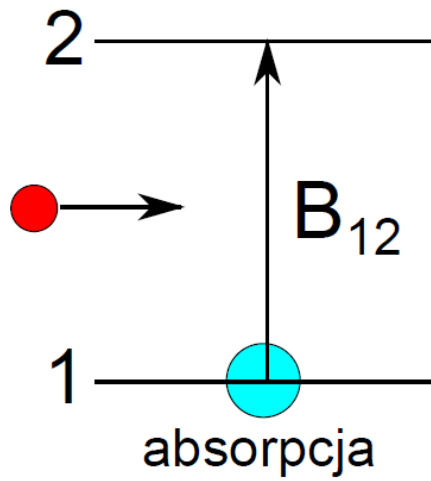
Optyka 3

Wydział Fizyki UW

Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl

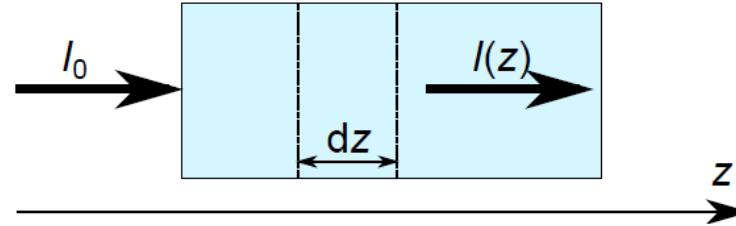
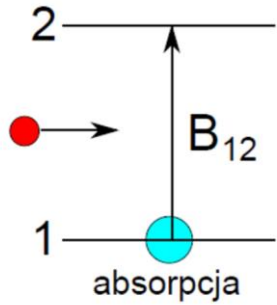
Potr.Fita@fuw.edu.pl

Absorpcja i emisja światła



Absorpcja i emisja światła

Prawo Lamberta-Beera



Liczba fotonów pochłoniętych w czasie dt :

$$dN_{12} = B_{12}(\nu)\rho(\nu)N_1 dt$$

N_1 – liczba atomów w objętości, przez którą przechodzi światło:

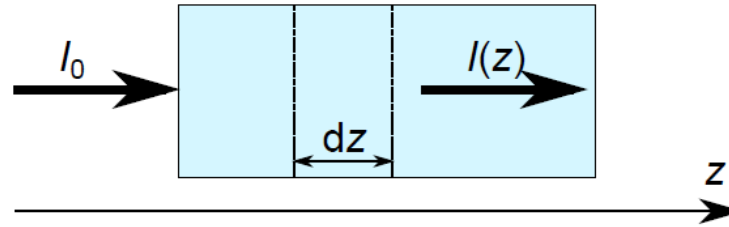
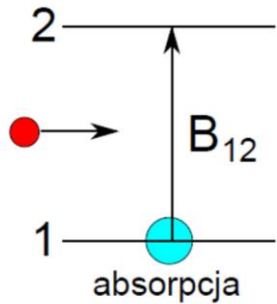
$$N_1 = c_0 \cdot V = c_0 \cdot A \cdot dz$$

Wstawiamy:

$$\frac{dN_{12}}{A \cdot dt} = B_{12}(\nu)\rho(\nu)c_0 dz$$

Absorpcja i emisja światła

Prawo Lamberta-Beera



$$\frac{dN_{12}}{A \cdot dt} = B_{12}(\nu) \rho(\nu) c_0 dz$$

Lewa strona jest proporcjonalna do spadku natężenia światła:

$$\frac{dN_{12}}{A \cdot dt} \sim -dI$$

Oraz $\rho(\nu) \sim I(\nu)$

Zbieramy wszystkie stałe do $\epsilon(\nu)$:

$$dI = -\epsilon(\nu) I(\nu) c_0 dz$$

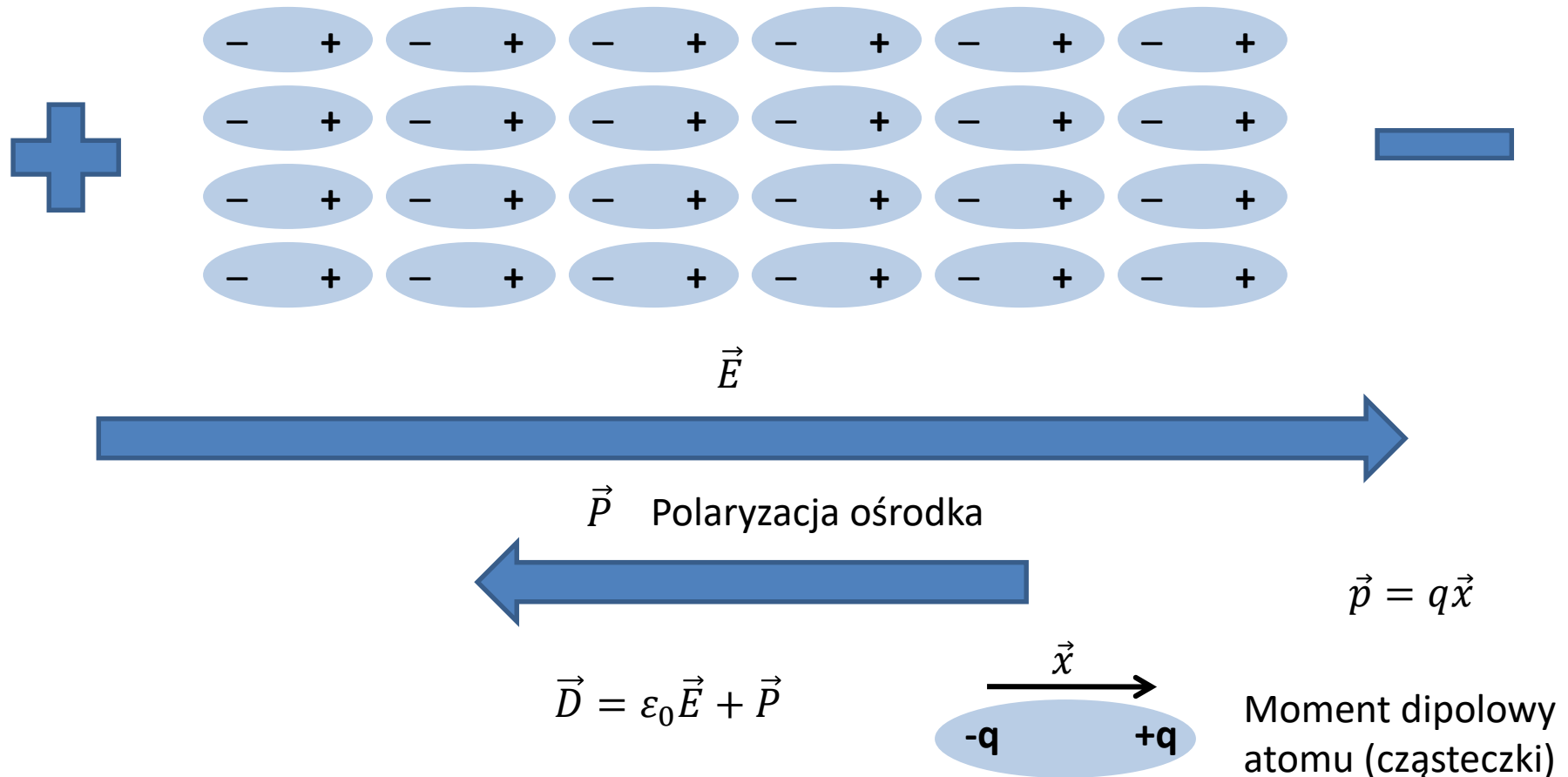
$$\frac{dI(\nu)}{dz} = -\epsilon(\nu) c_0 I(\nu)$$

$$I(\nu, z) = I_0(\nu) e^{-\epsilon(\nu) c_0 z} = I_0(\nu) e^{-\alpha(\nu) z}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami (model Lorentza):

Dielektryk

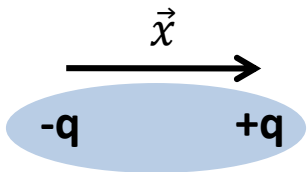


Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami (model Lorentza):

Rozważamy

- przestrzeń wypełnioną oscylatorami o częstotliwości rezonansowej ω_0 i współczynniku tłumienia γ ;
- oscylatory mają masę m , ładunek q
- są poruszane (wzbudzane) przez oscylujące pole elektryczne \vec{E} .



$$\vec{p} = q\vec{x} \quad \text{Moment dipolowy atomu (cząsteczki)}$$

$$\text{polaryzacja} \quad \vec{P} = N\vec{p} = N(\varepsilon_0\alpha\vec{E}) = \varepsilon_0\chi\vec{E}$$

polarisability
polaryzowalność

dielectric susceptibility
podatność dielektryczna

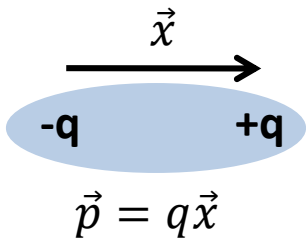
Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku wypełnionym oscylatorami (model Lorentza):

Rozważamy

- przestrzeń wypełnioną oscylatorami o częstotliwości rezonansowej ω_0 i współczynniku tłumienia γ ;
- oscylatory mają masę m , ładunek q
- są poruszane (wzbudzane) przez oscylujące pole elektryczne \vec{E} .

Szukamy:
 $n^2 = \epsilon = 1 + \chi$



$$\text{Stąd } \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$$

Polaryzacja $\vec{P}(t) = N\vec{p}(t) = Nq\vec{x}(t) = \epsilon_0 \chi \vec{E}(t)$

Wystarczy wyznaczyć $\vec{x}(t)$

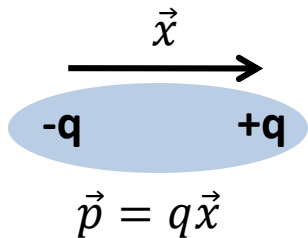
Klasyczny model współczynnika załamania

Model Lorentza

Rozważamy

- przestrzeń wypełnioną oscylatorami o częstotliwości rezonansowej ω_0 i współczynniku tłumienia γ ;
- oscylatory mają masę m , ładunek q
- są poruszane (wzbudzone) przez oscylujące pole elektryczne \vec{E} .

Szukamy:
 $n^2 = \epsilon = 1 + \chi$



$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} + \gamma \frac{d\vec{x}}{dt} + \omega_0^2\vec{x} = \frac{q}{m}\vec{E}e^{i\omega t}$$

damping
tłumienie

the elastic force
siła sprężysta

driving force
siła wymuszająca

the steady state solution:
stan ustalony:

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 e^{i\omega t}$$

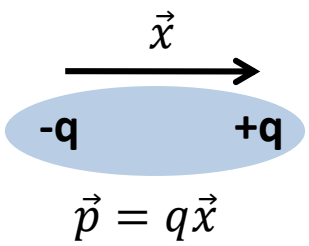
Klasyczny model współczynnika załamania

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0(1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$$

Polaryzacja $\vec{P}(t) = N\vec{p}(t) = Nq\vec{x}(t) = \epsilon_0\chi\vec{E}(t)$

Wystarczy wyznaczyć $\vec{x}(t)$

Szukamy:
 $n^2 = \epsilon = 1 + \chi$



$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} + \gamma \frac{d\vec{x}}{dt} + \omega_0^2\vec{x} = \frac{q}{m} \vec{E} e^{i\omega t}$$

damping
tłumienie

the elastic force
siła sprężysta

driving force
siła wymuszająca

the steady state solution:
stan ustalony:

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 e^{i\omega t}$$

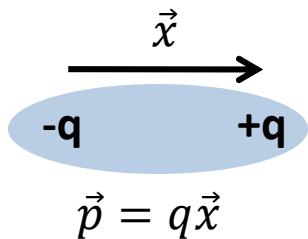
Klasyczny model współczynnika załamania

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0(1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

Polaryzacja $\vec{P}(t) = N\vec{p}(t) = Nq\vec{x}(t) = \varepsilon_0\chi\vec{E}(t)$

Wystarczy wyznaczyć $\vec{x}(t)$

Szukamy:
 $n^2 = \varepsilon = 1 + \chi$



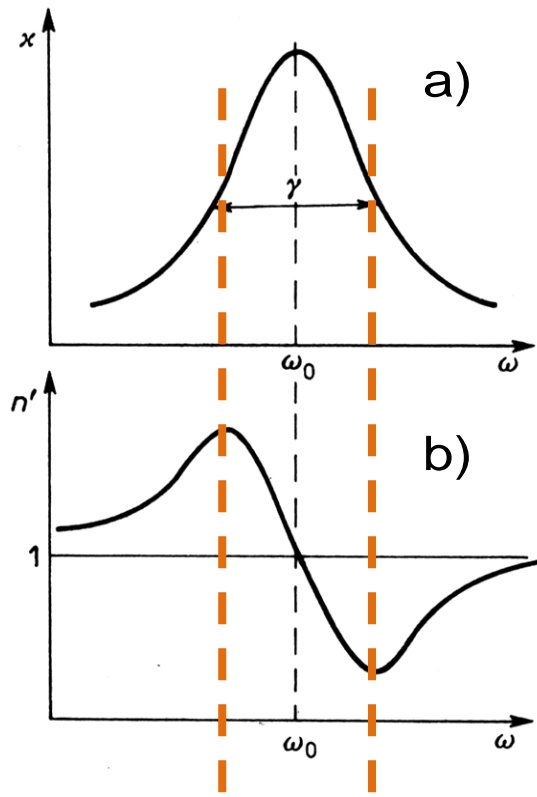
$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} + \gamma \frac{d\vec{x}}{dt} + \omega_0^2 \vec{x} = \frac{q}{m} \vec{E} e^{i\omega t}$$

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 e^{i\omega t}$$

$$(-\omega^2 + i\gamma\omega + \omega_0^2) \vec{x}_0 = \frac{q}{m} \vec{E} e^{i\omega t}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

$$n^2 = \varepsilon = \overset{\varepsilon_L}{1} + \frac{Nqx}{\varepsilon_0 E} = \overset{\varepsilon_L}{1} + \frac{Nq^2}{\varepsilon_0 m(-\omega^2 + i\gamma\omega + \omega_0^2)} = \frac{q}{m} \vec{E} e^{i\omega t}$$



dyspersja normalna: $n \uparrow (\omega \uparrow)$

dyspersja anomalna: $n \downarrow (\omega \uparrow)$

$$n = n' + i\kappa \quad \vec{k} = n\vec{k}_0 = n'\vec{k}_0 + i\kappa\vec{k}_0$$

$$\kappa = \frac{Nq^2}{2\varepsilon_0 m} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

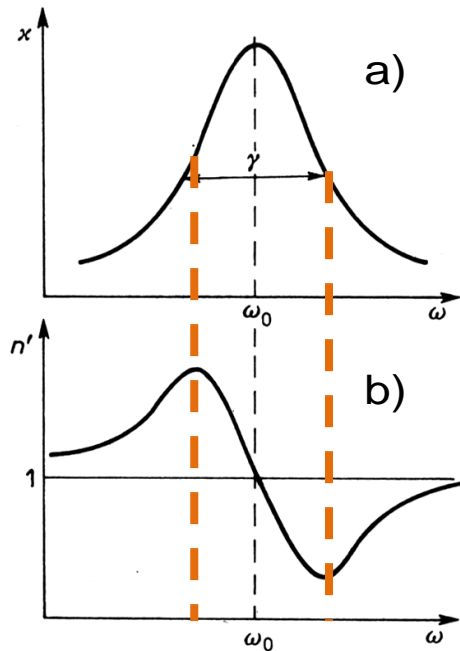
$$n' = \overset{\varepsilon_L}{1} + \frac{Nq^2}{2\varepsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

Relacje dyspersyjne Kramersa – Kroniga

Funkcja Lorentza:
$$L = \frac{1}{1 + x^2}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Model oscylatorów Lorentza (ośrodek dyspersyjny)



- n jest współczynnikiem załamania (ang. *refractive index*) i wpływa na prędkość fazową – rzeczywisty współczynnik załamania.
- Pomijając absorpcję $n' = n$.
- Część urojona κ to współczynnik ekstynkcji (*extinction coefficient*) i oznacza absorpcję fali przechodzącej przez materiał
- Wielkość $\frac{dn'}{d\omega}$ jest nazywana dyspersją ośrodka (*dispersion of the medium*)

$$\frac{dn'}{d\omega}$$

- Poza rezonansem jest ona funkcją dodatnią - **dyspersja normalna**.
- Dla częstości bliskich częstości rezonansowej dyspersja ma znak ujemny - **dyspersja anomalna**.

Klasyczny model współczynnika załamania

Prawo Lamberta-Beera:

Fala elektromagnetyczna propagująca się w ośrodku: $\vec{k} = (0,0,k)$

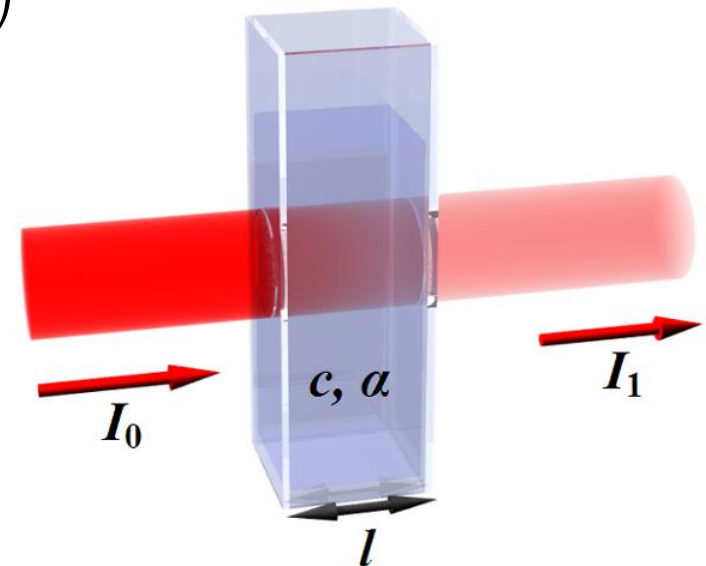
$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_0 \exp[i(k_0 n' z + ik_0 \kappa z - \omega_0 t)] = \vec{E}_0 \exp\left(-\frac{2\pi}{\lambda} \kappa z\right) \exp[i(k_0 n' z - \omega_0 t)]$$

k_0, ω_0 – fali w próżni

Natężenie $I(z) \propto |\vec{E}(z)|^2 = E_0^2 \exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda} \kappa z\right)$

$$I(z) = I_0 e^{-\alpha z}$$

Współczynnik absorpcji $\alpha = 2\kappa k_0$



Klasyczny model współczynnika załamania

Prawo Lamberta-Beera:

Fala elektromagnetyczna propagująca się w ośrodku: $\vec{k} = (0,0,k)$

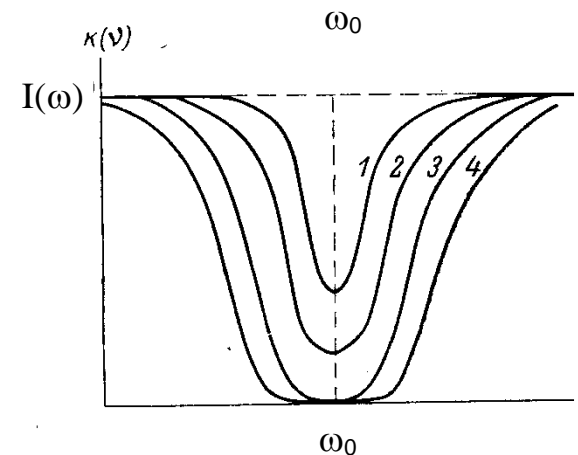
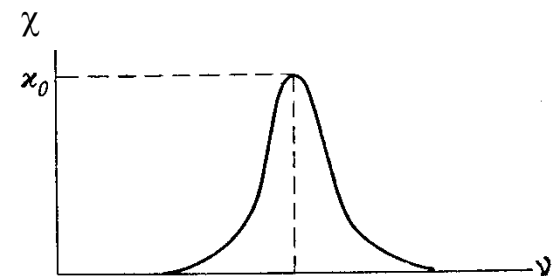
$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_0 \exp[i(k_0 n' z + ik_0 \kappa z - \omega_0 t)] = \vec{E}_0 \exp\left(-\frac{2\pi}{\lambda} \kappa z\right) \exp[i(k_0 n' z - \omega_0 t)]$$

k_0, ω_0 – fali w próżni

Natężenie $I(z) \propto |\vec{E}(z)|^2 = E_0^2 \exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda} \kappa z\right)$

$$I(z) = I_0 e^{-\alpha z}$$

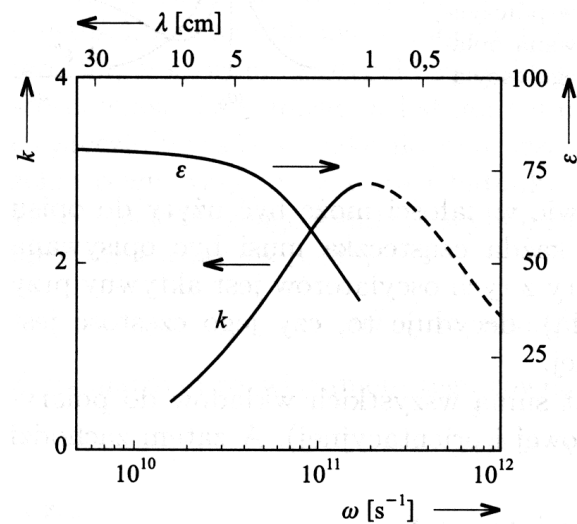
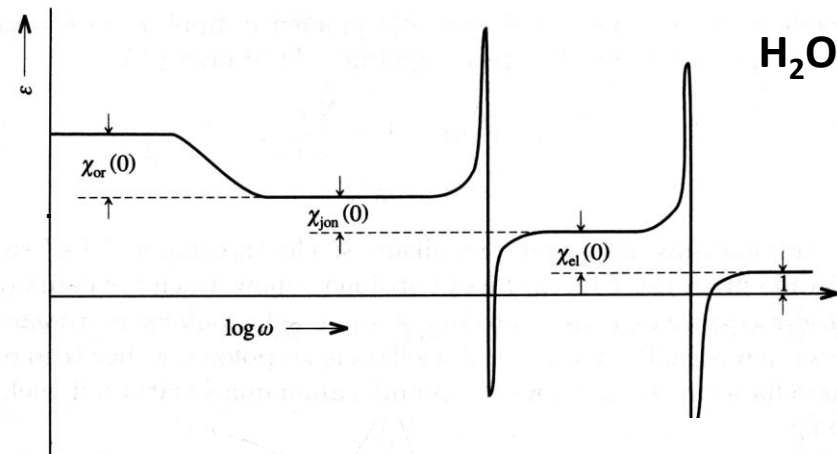
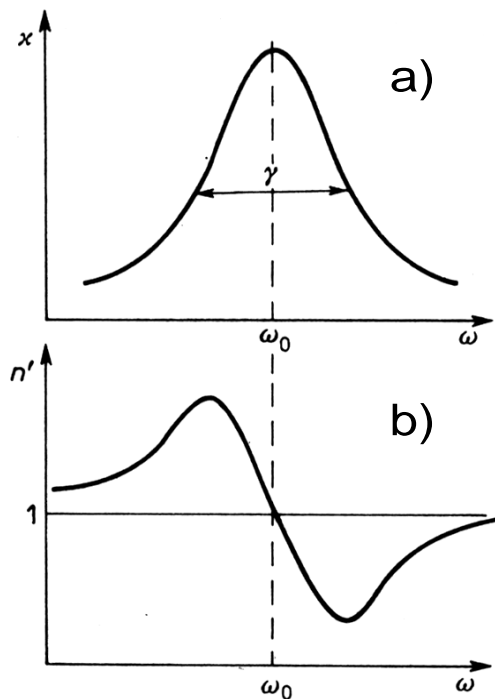
Współczynnik absorpcji $\alpha = 2\kappa k_0$



Klasyczny model współczynnika załamania

Model oscylatorów Lorentza (ośrodek dyspersyjny)

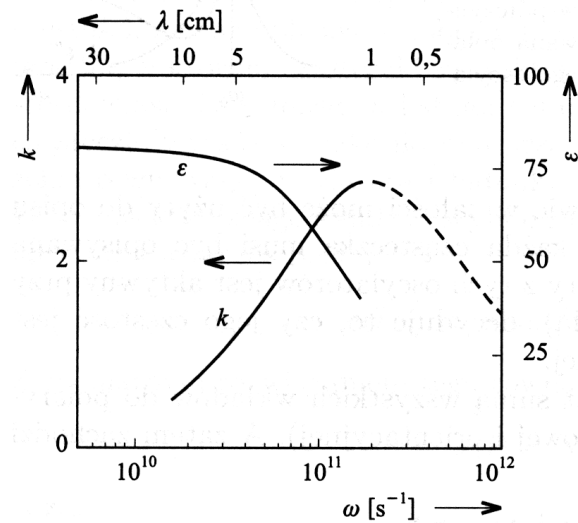
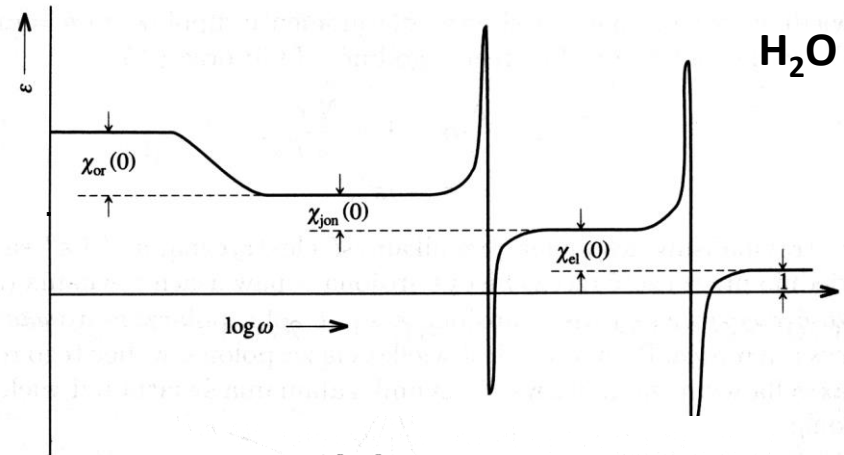
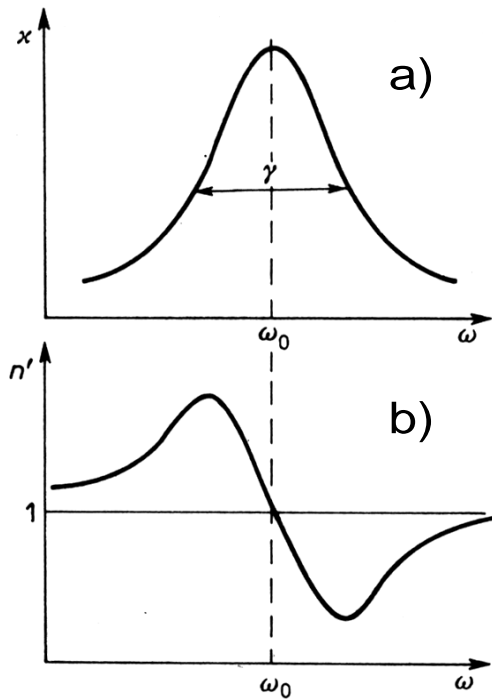
Several resonances in the medium



Klasyczny model współczynnika załamania

Model oscylatorów Lorentza (ośrodek dyspersyjny)

Several resonances in the medium

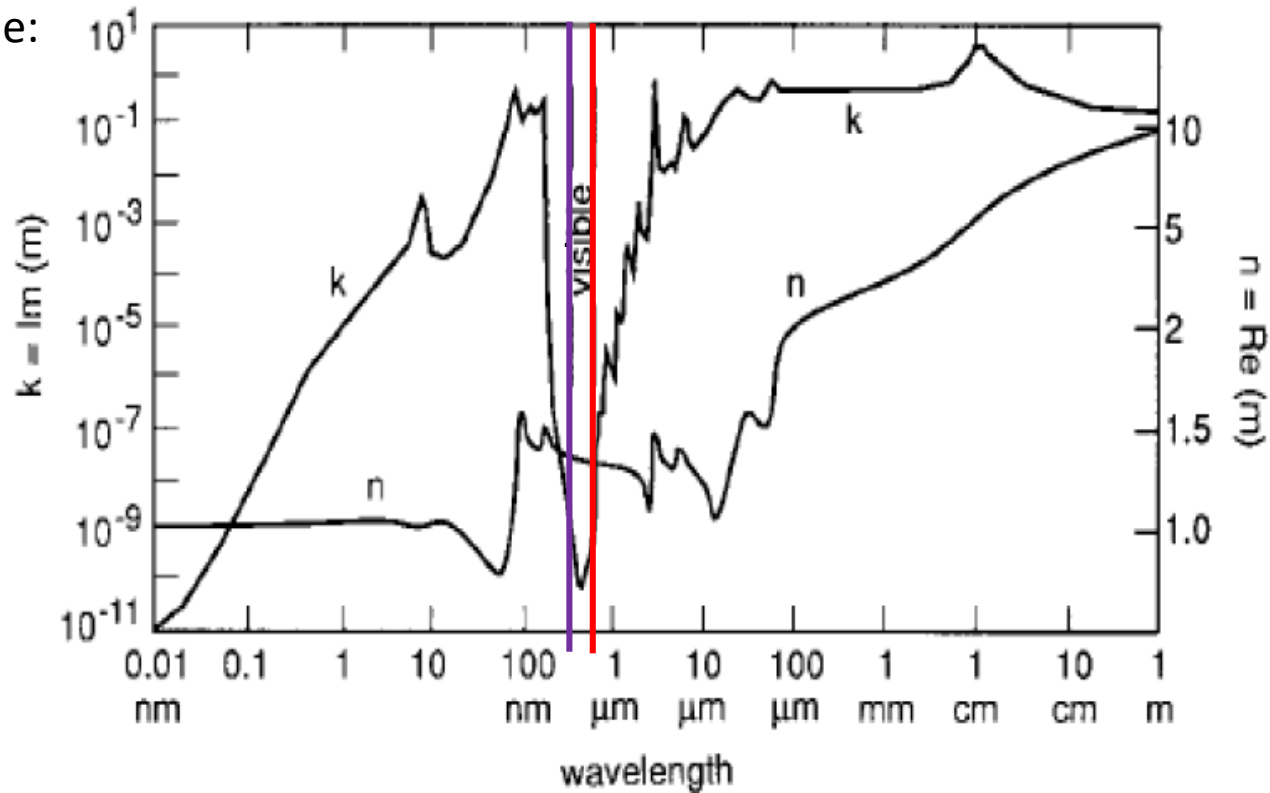


Dla jednej częstotliwości oscylatora ω_0
 $\epsilon_L = 1$
ale dla wielu jest to w przybliżeniu stała
suma wkładów od pozostałych.

Klasyczny model współczynnika załamania

The Lorentz Oscillator model

Water example:



V. M. Zolotarev and A. V. Demin, "Optical Constants of Water over a Broad Range of Wavelengths, 0.1 Å–1 m," *Opt. Spectrosc. (U.S.S.R.)* **43**(2):157 (Aug. 1977).

Klasyczny model współczynnika załamania

The Lorentz Oscillator model

Water example

Roger W

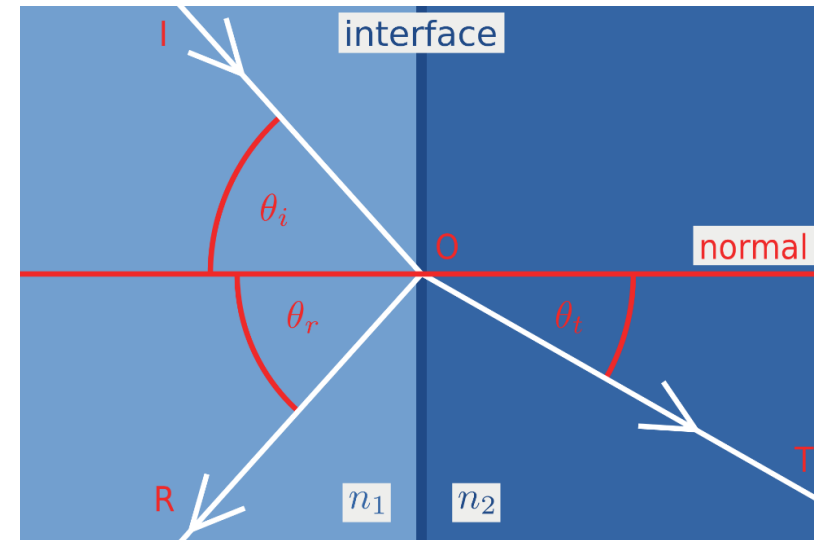


Odbicie, transmisja, absorpcja

Wzory Fresnela

$$\theta_i = \theta_r,$$

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$$



$$R_p = \left| \frac{n_1 \cos \theta_t - n_2 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i} \right|^2 = \left| \frac{n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i\right)^2} - n_2 \cos \theta_i}{n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i\right)^2} + n_2 \cos \theta_i} \right|^2.$$

p-like (parallel) or TM

$$R_s = \left| \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \right|^2 = \left| \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i\right)^2}}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i\right)^2}} \right|^2.$$

s-like (from *senkrecht*, German for perpendicular) or TE.

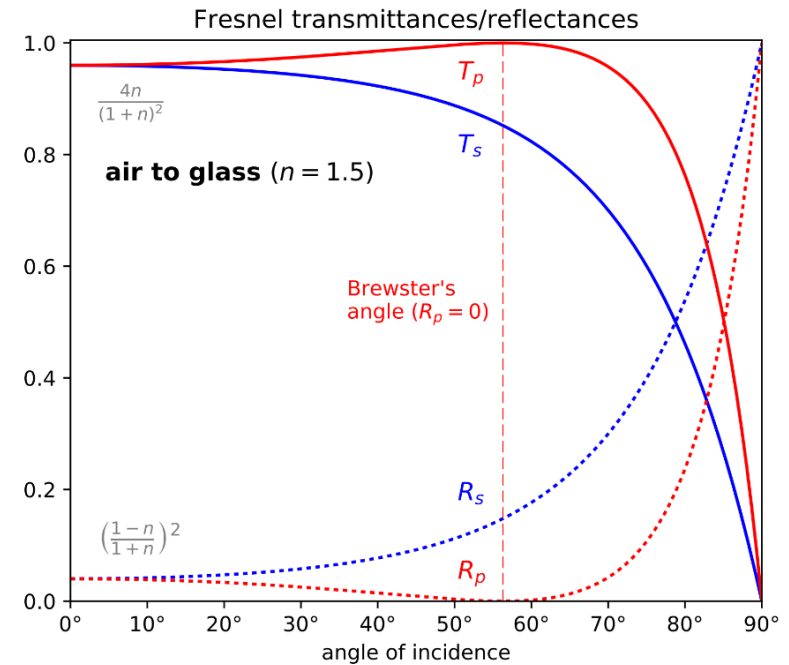
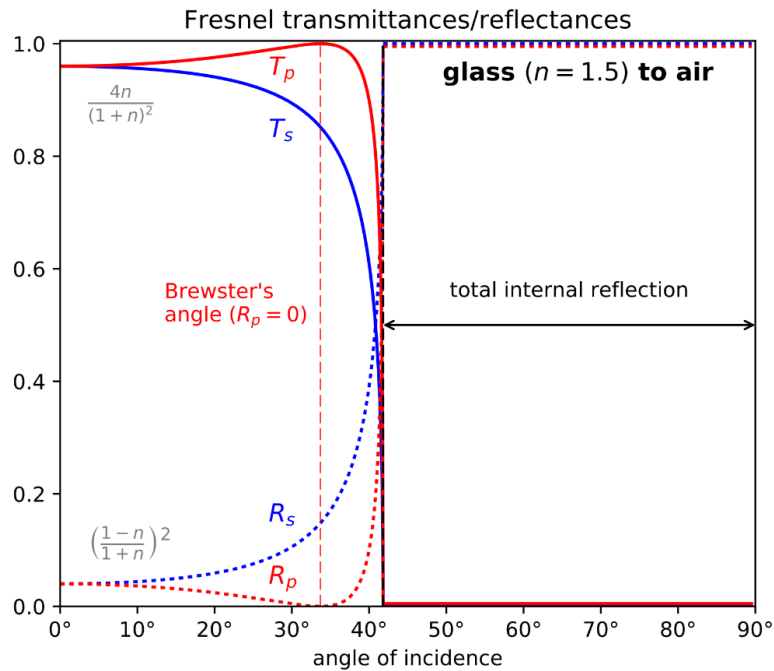
$$r_s = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t},$$

$$t_s = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t},$$

$$r_p = \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t},$$

$$t_p = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t}.$$

Odbicie, transmisja, absorpcja



https://en.wikipedia.org/wiki/Fresnel_equations

Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku (różnym)

$$\frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} + \gamma \frac{d\vec{x}}{dt} + \omega_0^2 \vec{x} = \frac{q}{m} \vec{E}_0 e^{i\omega t} \quad \text{Model Lorentza}$$

$$\frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} + \gamma \frac{d\vec{x}}{dt} + \omega_0^2 \vec{x} = 0 \quad \text{Widmo emisji}$$

$$\frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} + 0 + 0 = \frac{q}{m} \vec{E}_0 e^{i\omega t} \quad \text{Fale plazmowe}$$

the steady state solution:

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 e^{i\omega t}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Fala w ośrodku (różnym)

$$\frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} + \gamma \frac{d\vec{x}}{dt} + \omega_0^2 \vec{x} = \frac{q}{m} \vec{E}_0 e^{i\omega t} \quad \text{Model Lorentza}$$

$$\frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} + \gamma \frac{d\vec{x}}{dt} + \omega_0^2 \vec{x} = 0 \quad \text{Widmo emisji}$$

$$\frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} + 0 + 0 = \frac{q}{m} \vec{E}_0 e^{i\omega t} \quad \text{Fale plazmowe}$$

the steady state solution:

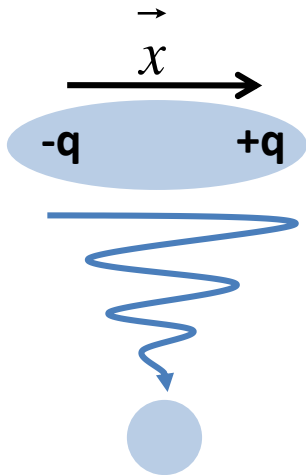
$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 e^{i\omega t}$$

Klasyczny model współczynnika załamania

Widmo emisji

$$\frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} + \gamma \frac{d\vec{x}}{dt} + \omega_0^2 \vec{x} = 0$$

Przejście między dwoma poziomami układu kwantowego może być z dobrym przybliżeniem opisane za pomocą modelu oscylatora harmonicznego.



Tym razem atomy (cząsteczki) zostały (jakoś) pobudzone do drgań i starają się powrócić do swojej równowagi tracąc energię na emisję promieniowania elektromagnetycznego („tłumienie”).

$$\vec{P}(t) = N\vec{p}(t) = Nq\vec{x}(t) = \epsilon_0\chi\vec{E}(t)$$

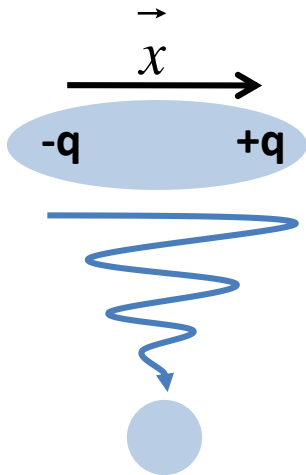
$\vec{p} = q\vec{x}$ Moment dipolowy atomu (cząsteczki)

Klasyczny model współczynnika załamania

Widmo emisji

$$\frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} + \gamma \frac{d\vec{x}}{dt} + \omega_0^2 \vec{x} = 0$$

Analiza tego „tłumienia” oscylacji daje wgląd w mikroskopowe zjawiska zachodzące podczas (i w okolicach) emisji promieniowania elektromagnetycznego! Charakter zaniku promieniowania w czasie ma wpływ na jego **widmo** (w domenie częstości).



Tym razem atomy (cząsteczki) zostały (jakoś) pobudzone do drgań i starają się powrócić do swojej równowagi tracąc energię na emisję promieniowania elektromagnetycznego („tłumienie”).

$$\vec{P}(t) = N\vec{p}(t) = Nq\vec{x}(t) = \epsilon_0\chi\vec{E}(t)$$

$\vec{p} = q\vec{x}$ Moment dipolowy atomu (cząsteczki)

Klasyczny model współczynnika załamania

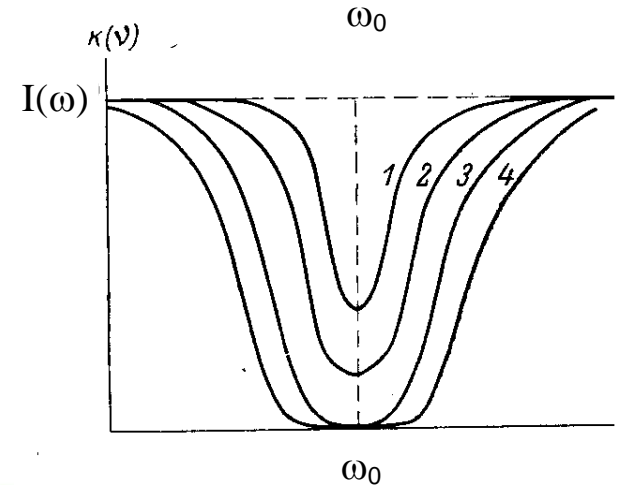
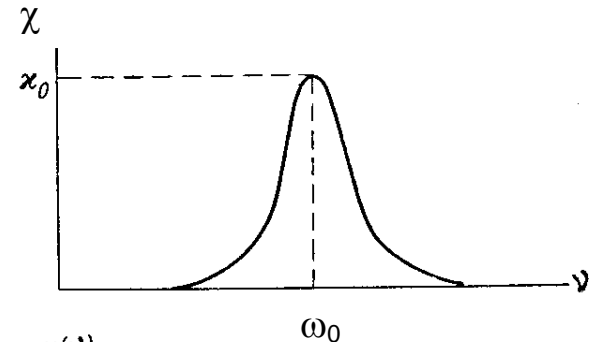
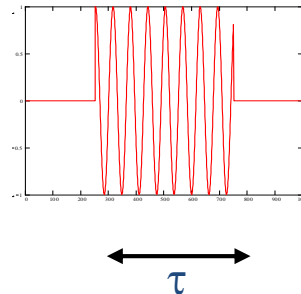
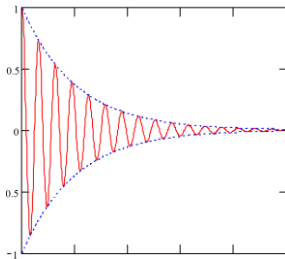
Widmo emisji

$$\frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} + \gamma \frac{d\vec{x}}{dt} + \omega_0^2 \vec{x} = 0$$

Widmo - transformata Fouriera:

Szerokość połówkowa linii:

- drgania tłumione (naturalna szerokość linii)
- poszerzenie ciśnieniowe
- poszerzenie dopplerowskie (profil Voigta)



Calculus and Analysis > Integral Transforms > Fourier Transforms >
 Interactive Entries > Interactive Demonstrations >

Fourier Transform

Note that some authors (especially physicists) prefer to write the transform in terms of angular frequency $\omega \equiv 2\pi\nu$ instead of the oscillation frequency ν . However, this destroys the symmetry, resulting in the transform pair

$$H(\omega) = \mathcal{F}[h(t)] \tag{7}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt \tag{8}$$

$$h(t) = \mathcal{F}^{-1}[H(\omega)] \tag{9}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \tag{10}$$

To restore the symmetry of the transforms, the convention

$$g(y) = \mathcal{F}[f(t)] \tag{11}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-iyt} dt \tag{12}$$

$$f(t) = \mathcal{F}^{-1}[g(y)] \tag{13}$$

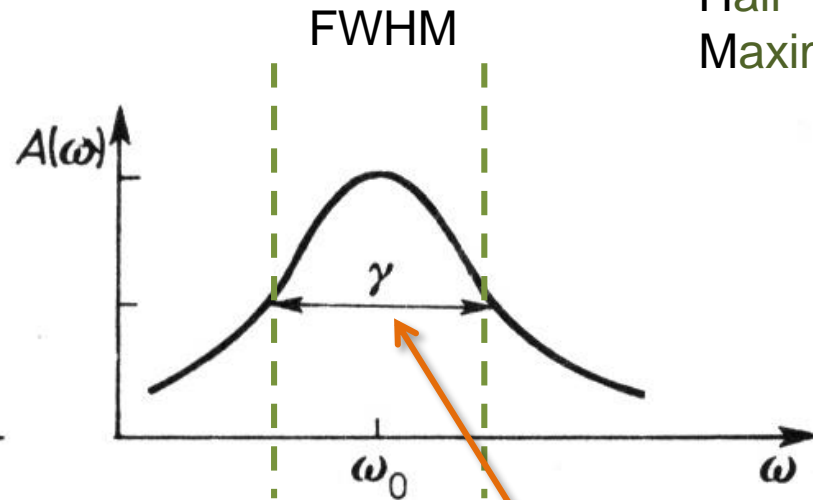
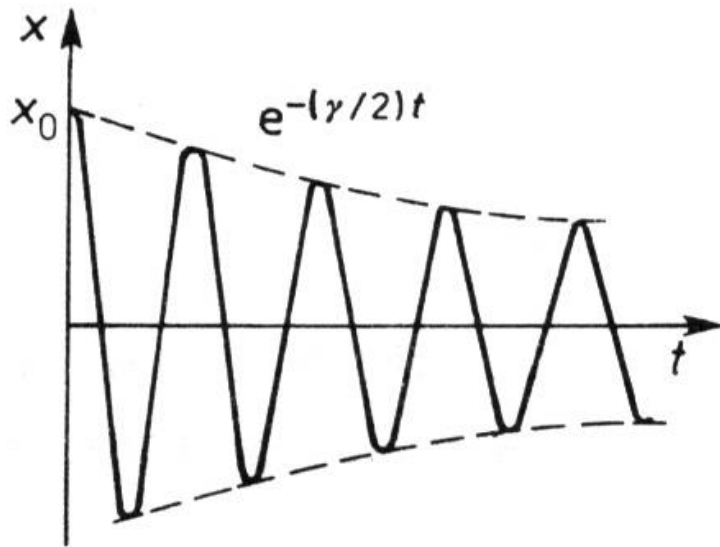
$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(y) e^{iyt} dy \tag{14}$$

Poszerzenie linii widmowych

Widmo emisji

Widmo - transformata Fouriera:

Szerokość połówkowa linii:



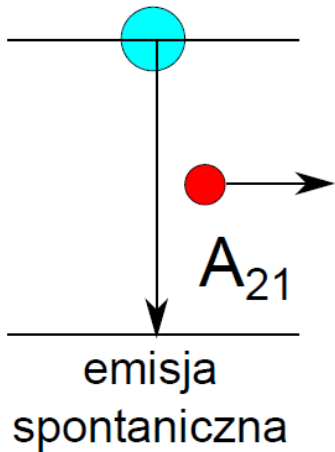
Full
Width
Half
Maximum

$$I(\omega) = I_0 \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}$$

Poszerzenie linii widmowych

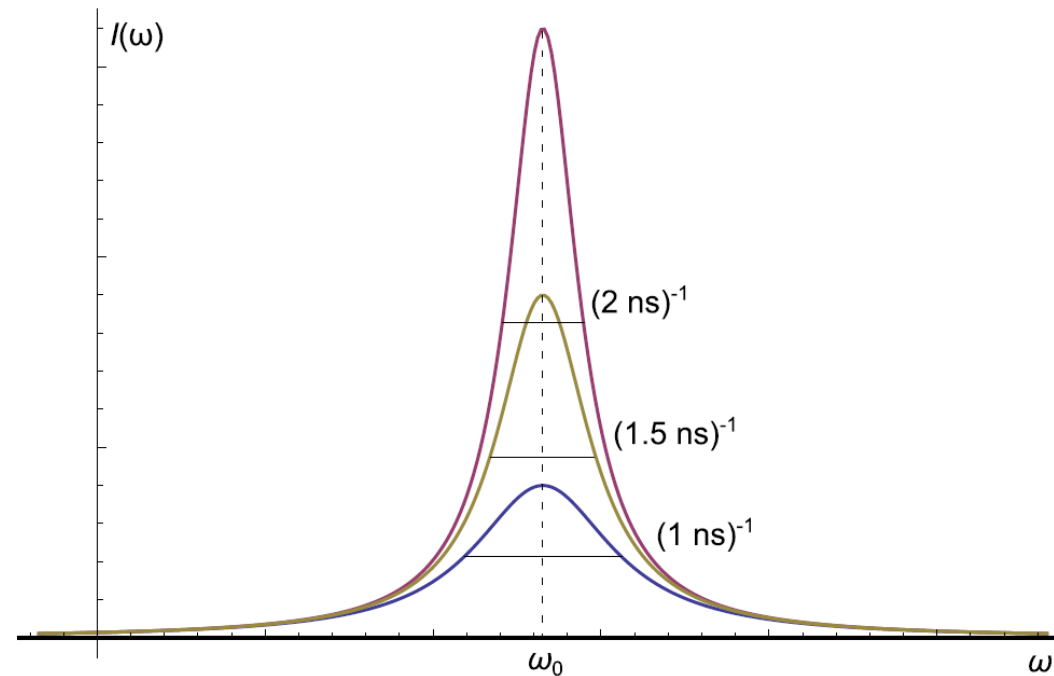
Widmo emisji

Widmo - transformata Fouriera:



$$\Delta\omega = A_{21} = \tau^{-1}$$

(Zasada nieoznaczoności)



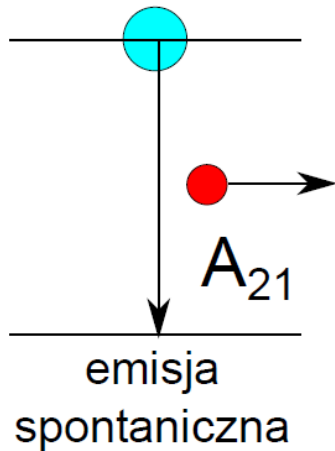
Full
Width
Half
Maximum

Poszerzenie linii widmowych

Widmo emisji

Widmo - transformata Fouriera:

Full
Width
Half
Maximum



Zderzenia są dodatkowym czynnikiem tłumiącym (Γ):

$$A_{21} \rightarrow A_{21} + \Gamma$$

Ma znaczenie, gdy $\Gamma > A_{21}$ (dużo zderzeń = wysokie ciśnienia)

Widmo linii poszerzonej zderzeniowo:

$$\tilde{I}(\omega) = \frac{I_0}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{A_{21} + \Gamma}{2}\right)^2}$$

(Szczegóły na ćwiczeniach)

Poszerzenie linii widmowych

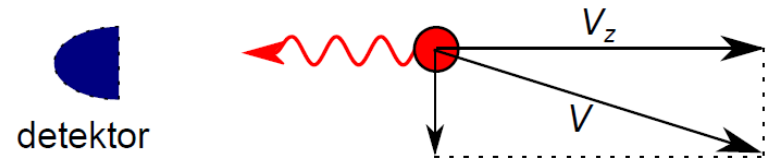
Poszerzenie dopplerowskie

Relatywistyczny efekt Dopplera (dla światła):

$$\nu_{\text{obserw.}} = \nu_{\text{źródła}} \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}} \approx \nu_{\text{źródła}} (1 - v/c)$$

$v > 0$ gdy źródło się oddala.

$$\omega = 2\pi\nu$$



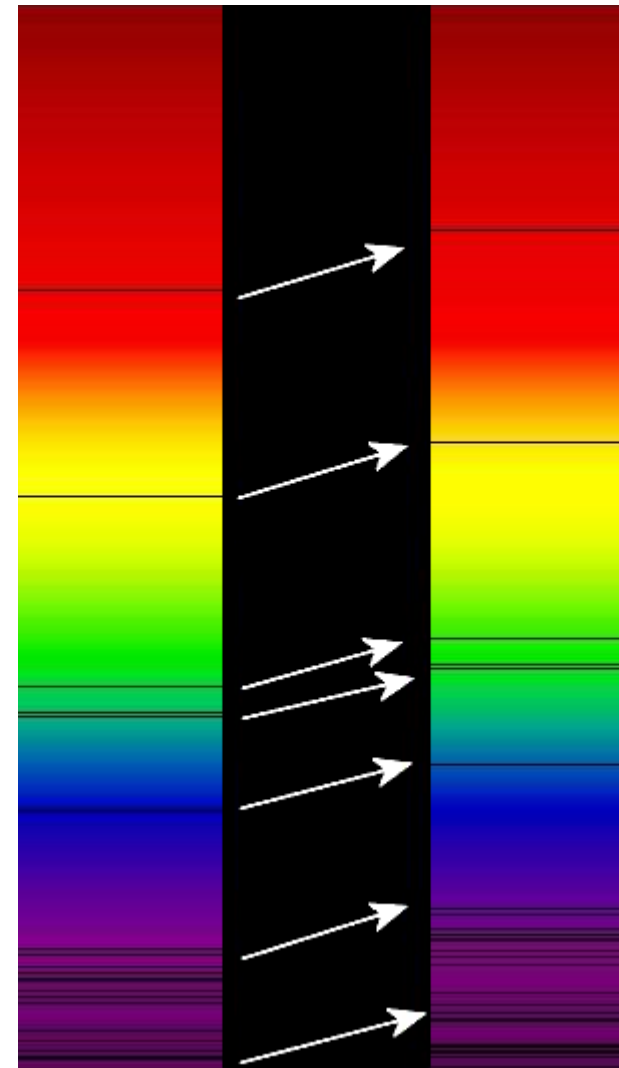
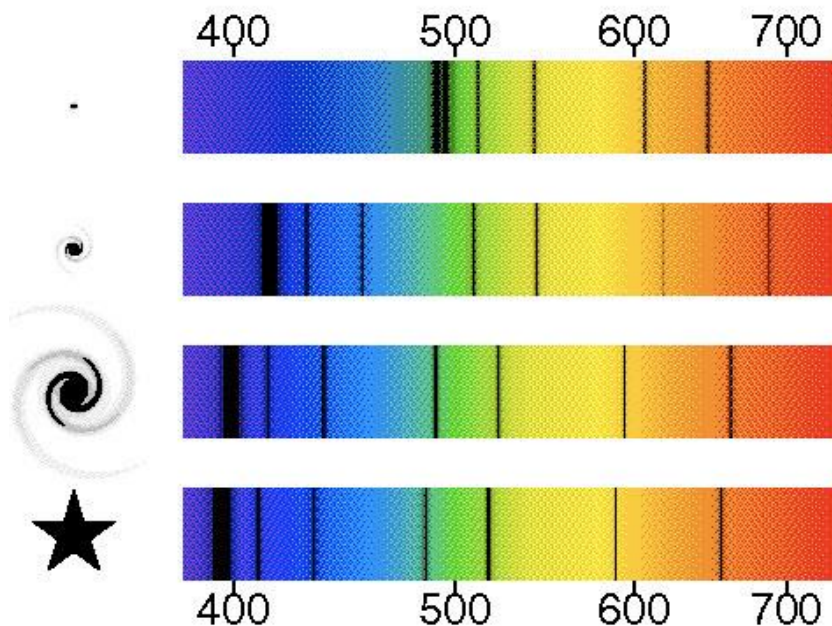
Przesunięcie linii widmowych

Poszerzenie dopplerowskie

Relatywistyczny efekt Dopplera (dla światła):

$$\omega_{\text{obserw.}} = \omega_{\text{źródła}} \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} \approx \omega_{\text{źródła}} (1 + v/c)$$

$v > 0$ gdy źródło się oddala.



Poszerzenie linii widmowych

Poszerzenie dopplerowskie

Na skutek **efektu Dopplera** poruszający się obiekt absorbuje lub promieniuje falę o częstości przesuniętej względem częstości własnej ν_0 (lub ω_0) obiektu spoczywającego:

$$\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}} \approx \omega_0(1 - v/c) \quad v \rightarrow v_z$$

$$\omega = \omega_0(1 - v_z/c) \Rightarrow v_z = \dots \Rightarrow dv_z = \dots$$

v_z jest składową prędkości wzdłuż kierunku rozchodzenia się promieniowania

W temperaturze T zależność między liczbą cząstek o masie m a prędkością v_z jest opisywana przez rozkład Maxwella :

$$n_i(v_z)dv_z = \frac{N_i}{v_p\sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{v_z}{v_p}\right)^2\right] dv_z \quad v_p = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

Ten opis jest słuszny dla układu w równowadze termodynamicznej. W przypadku gdy rozkład prędkości nie jest termiczny (np. w wiązkach atomowych) należy zastosować inną funkcję, właściwą dla danego układu.

Poszerzenie linii widmowych

Poszerzenie dopplerowskie

Na skutek **efektu Dopplera** poruszający się obiekt absorbuje lub promieniuje falę o częstotliwości przesuniętej względem częstotliwości własnej ν_0 (lub ω_0) obiektu spoczywającego:

$$\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}} \approx \omega_0(1 - v/c) \quad v \rightarrow v_z$$

$$\omega = \omega_0(1 - v_z/c) \Rightarrow v_z = \dots \Rightarrow dv_z = \dots$$

v_z jest składową prędkości wzdłuż kierunku rozchodzenia się promieniowania

W temperaturze T zależność między liczbą cząstek o masie m a prędkością v_z jest opisywana przez rozkład Maxwella :

$$n_i(v_z)dv_z = \frac{N_i}{v_p\sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{v_z}{v_p}\right)^2\right] dv_z \quad v_p = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

Ten opis jest słuszny dla układu w równowadze termodynamicznej. W przypadku gdy rozkład prędkości nie jest termiczny (np. w wiązkach atomowych) należy zastosować inną funkcję, właściwą dla danego układu.

$$v_z = -c \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$$

$$dv_z = -\frac{c}{\omega_0} d\omega$$

Poszerzenie linii widmowych

Poszerzenie dopplerowskie

$$n_i(v_z)dv_z = \frac{N_i}{v_p\sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{v_z}{v_p}\right)^2\right] dv_z \quad v_p = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

Po podstawieniu otrzymujemy rozkład liczby cząstek promieniujących z daną częstotliwością ω :

$$n_i(\omega)d\omega = \frac{N_i c / \omega}{v_p\sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{c}{v_p} \cdot \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}\right)^2\right] d\omega$$

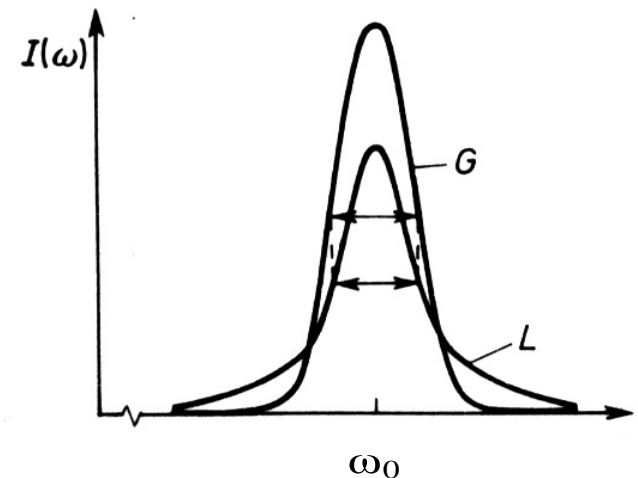
Ponieważ natężenie promieniowania jest proporcjonalne do ilości promieniujących cząstek, mamy **gaussowski kształt linii spektralnej**. Po unormowaniu powyższej funkcji :

$$I(\omega) \sim n_i(\omega)$$

$$I(\omega) = I_0 \exp\left[-\left(\frac{c}{v_p} \cdot \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}\right)^2\right] d\omega$$

Szerokość linii dopplerowskiej wynosi

$$\gamma_D = 2\sqrt{\ln 2} \omega_0 \frac{v_p}{c} = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\frac{8k_B T \ln 2}{m}}$$



Poszerzenie linii widmowych

Poszerzenie dopplerowskie

Ponieważ natężenie promieniowania jest proporcjonalne do ilości promieniujących cząstek, mamy **gaussowski kształt linii spektralnej**. Po unormowaniu powyższej funkcji :

$$I(\omega) \sim n_i(\omega)$$

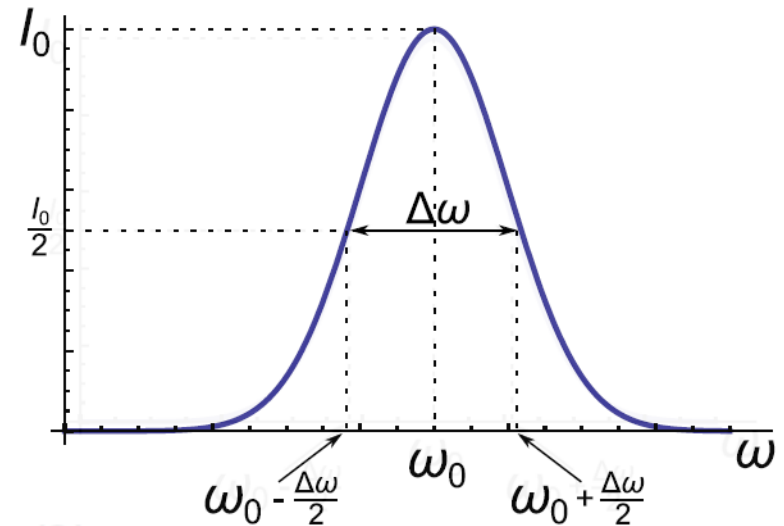
$$I(\omega) = I_0 \exp \left[- \left(\frac{c}{v_p} \cdot \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} \right)^2 \right] d\omega$$

Szerokość linii dopplerowskiej wynosi

$$\gamma_D = 2\sqrt{\ln 2} \omega_0 \frac{v_p}{c} = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\frac{8k_B T \ln 2}{m}}$$

$$I\left(\omega + \frac{\Delta\omega}{2}\right) = \frac{I_0}{2}$$

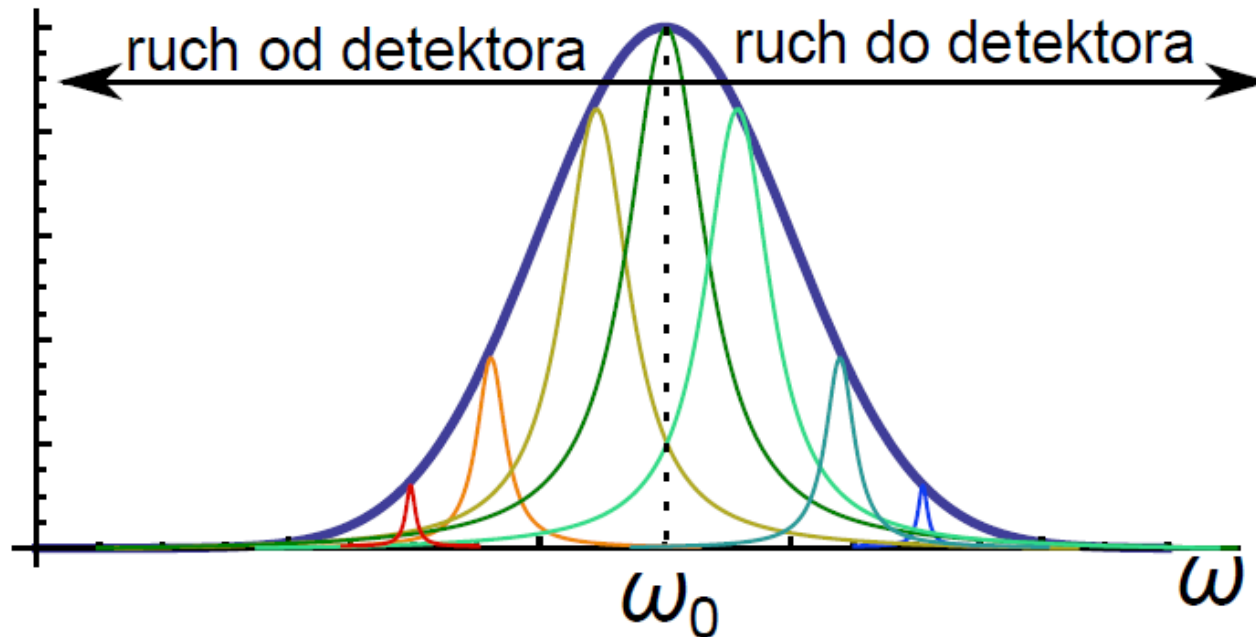
$$\Delta\omega = \omega_0 \frac{2\sqrt{\ln 2}}{c} v_p = \omega_0 \sqrt{8 \ln 2 \frac{k_B T}{mc^2}}$$



Poszerzenie linii widmowych

Poszerzenie dopplerowskie

Szer. naturalna ($1-10^7$ Hz) \ll szer. dopplerowska (10^9 Hz)



Kształt linii = splot profilu Dopplera $D(\omega)$ i Lorentza $L(\omega)$

$$I(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} D(\omega) L(\omega - \omega') d\omega'$$

Poszerzenie linii widmowych

Poszerzenie dopplerowskie

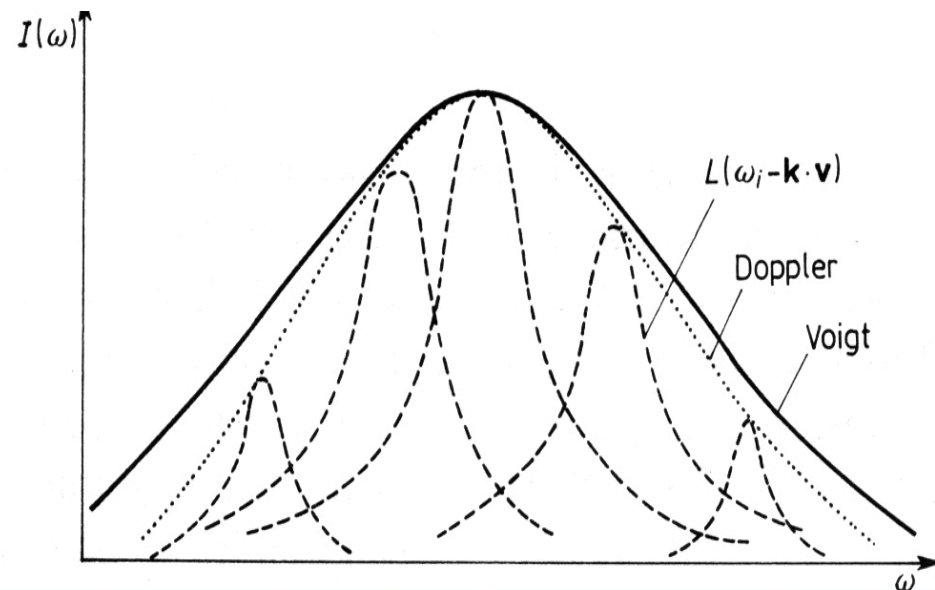
W gazach atomowych i molekularnych:

- naturalne szerokości linii wynoszą od kilku do kilkunastu megaherców,
- na skutek ruchów cieplnych cząstek linie te ulegają poszerzeniu kilkadziesiąt do kilkuset razy.

Kształt linii dopplerowskiej jest gaussowski tylko przy założeniu, że naturalna szerokość linii jest bardzo mała (ściślej, że jest detlą Diraca).

Jeśli weźmiemy pod uwagę szerokość naturalną linii widmowej (np. w bardzo chłodnych gazach) otrzymamy **profil Voigta**.

$$I(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} D(\omega) L(\omega - \omega') d\omega'$$



Poszerzenie linii widmowych

Poszerzenie jednorodne i niejednorodne

Poszerzenie **jednorodne** - prawdopodobieństwo oddziaływania ze światłem o danej częstotliwości jest jednakowe dla wszystkich atomów (cząsteczek), np.:

- poszerzenie naturalne
- poszerzenie ciśnieniowe

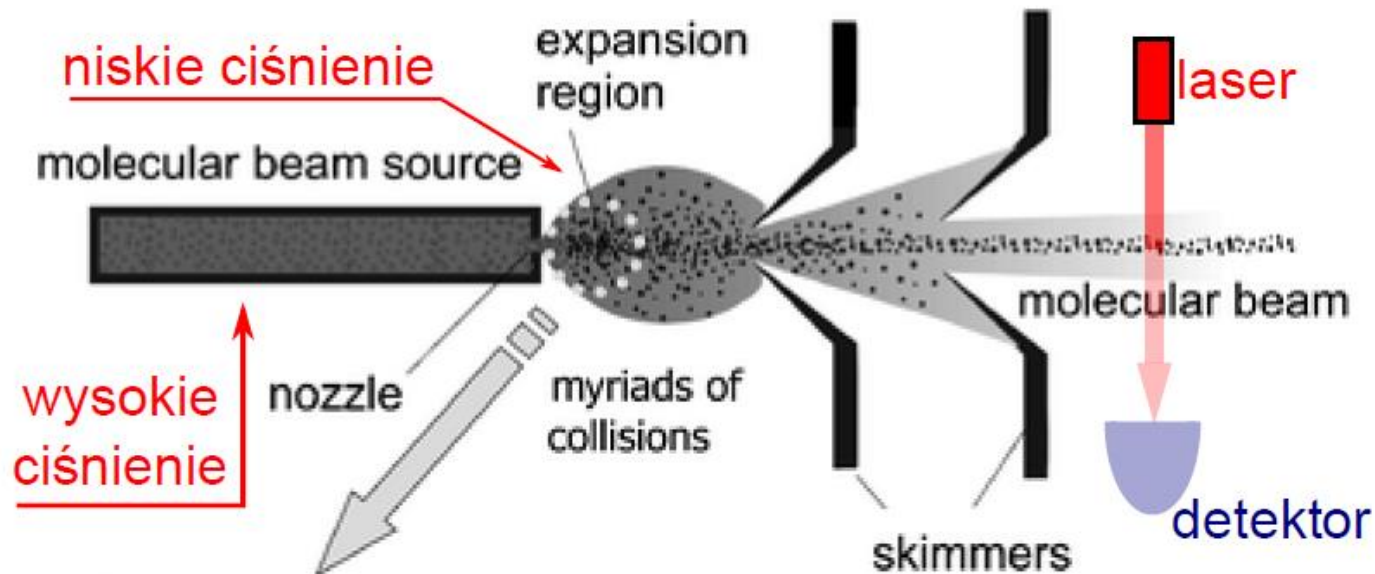
Poszerzenie **niejednorodne** - prawdopodobieństwo oddziaływania jest różne dla różnych grup atomów (cząsteczek):

- poszerzenie dopplerowskie - prawdopodobieństwo oddziaływania zależy od składowej prędkości w kierunku obserwatora

Poszerzenie niejednorodne można zredukować, np. selektywnie wzbudzając cząsteczki o określonej prędkości.

Poszerzenie linii widmowych

Spektroskopia subdopplerowska

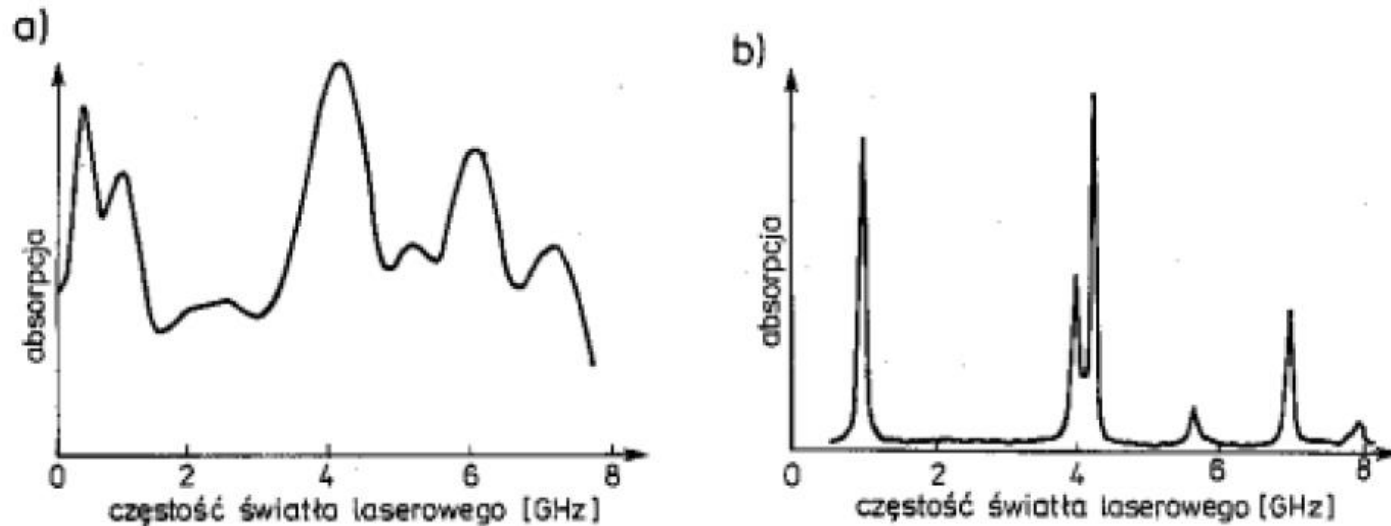


[V. Aquilanti et al, Phys. Chem. Chem. Phys., 2005,7, 291]

Poszerzenie niejednorodne można zredukować, np. selektywnie wzbudzając cząsteczki o określonej prędkości.

Poszerzenie linii widmowych

Spektroskopia subdopplerowska

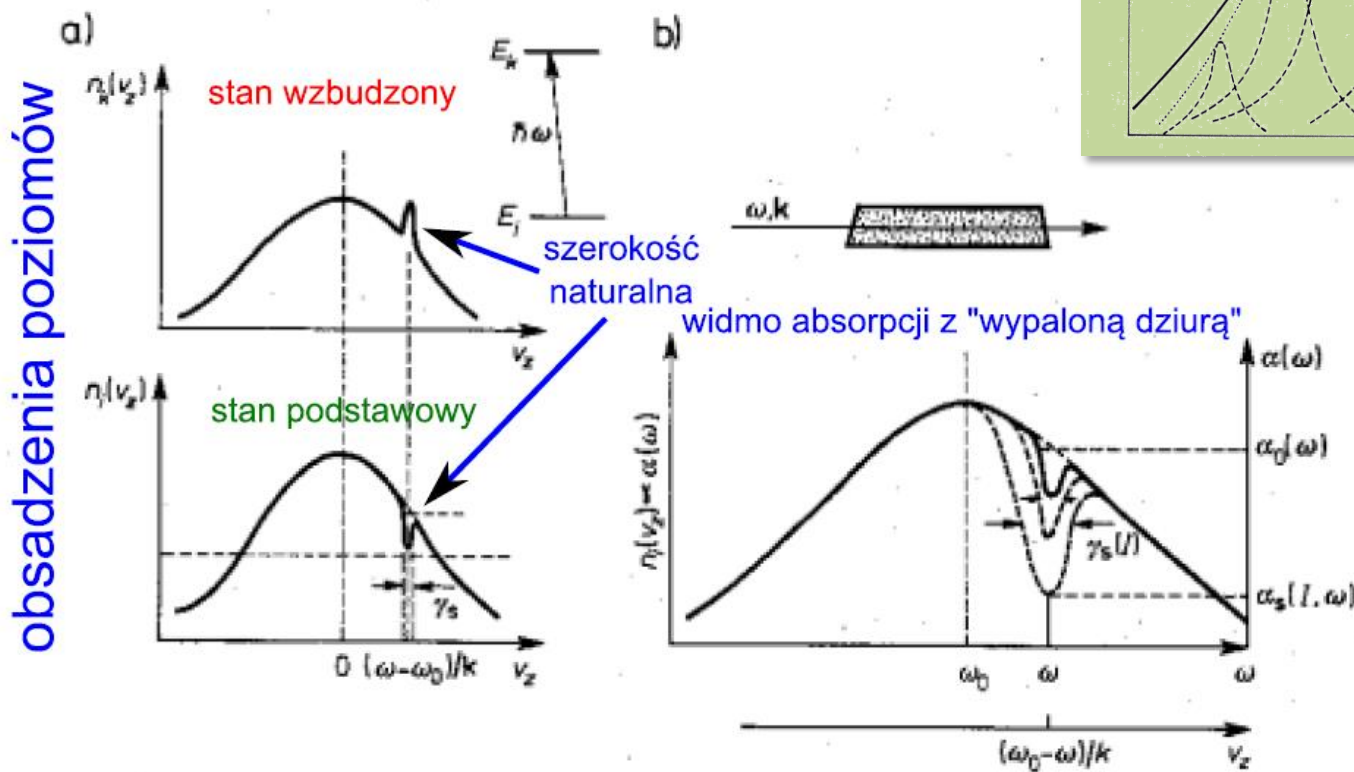


Rys. 10.3. Wycinek widma wzbudzenia cząsteczki Cs_2 w zakresie widmowym około $\lambda = 476,5 \text{ nm}$
a) uzyskanego w komórce z parami cezu, b) uzyskanego w skolimowanej wiązce cezowej

[W. Demtroder, Spektroskopia laserowa, PWN]

Poszerzenie linii widmowych

Spektroskopia subdopplerowska

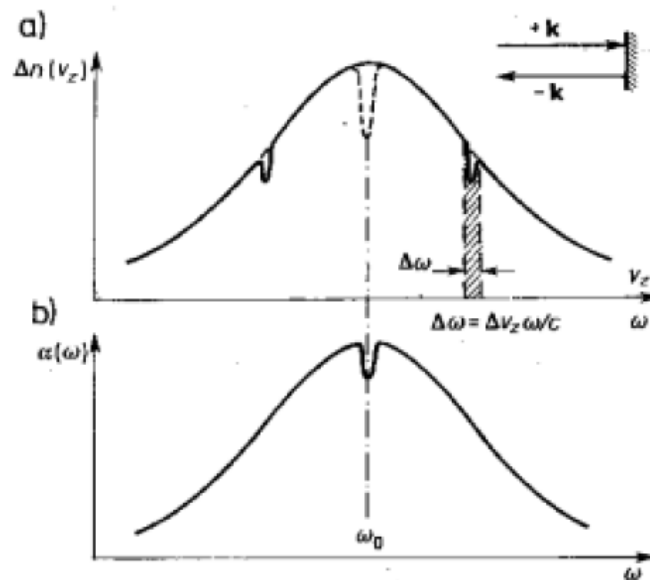


Rys. 10.17. a) „Wypalanie dziury” w rozkładzie obsadzeń $n_1(v_z)$ dolnego poziomu przejścia oraz powstawanie odpowiadającego jej piku w obsadzeniu górnego poziomu. b) Poszerzanie się dziury Bennetta w miarę wzrostu nasycającego natężenia światła

[W. Demtroder, Spektroskopia laserowa, PWN]

Poszerzenie linii widmowych

Spektroskopia subdopplerowska – dip Lamba



[W. Demtroder, Spektroskopia laserowa, PWN]

- Przeciwbieżne wiązki o $\omega \neq \omega_0$ wypalają w rozkładzie obsadzeń dwie symetryczne dziury (dla v_z i $-v_z$) - tzw. dziury Bennetta.
- Jeśli wiązka jest dostrojona dokładnie do przejścia ($\omega = \omega_0$) to powstaje jedna dziura w centrum profilu dopplerowskiego (dla $V_z = 0$) - tzw. **dip Lamba**
- Szerokość wypalonych dziur odpowiada szerokości naturalnej

Klasyczny model współczynnika załamania

Widmo emisji

Prawo Lamberta-Beera: $I(z, \omega) = I_0(\omega)e^{-\alpha\omega z}$

gdzie absorpcja

a współczynnik absorpcji (w przypadku kształtu lorencowskiego):

$$\kappa = \frac{Nq^2}{2\varepsilon_0 m} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

Gdy jesteśmy blisko rezonansu, gdy $\omega \approx \omega_0$, współczynnik absorpcji upraszcza się do postaci opisywanej kształtem Lorentza.

$$n' = 1 + \frac{\varepsilon_L}{2\varepsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

