Wstęp do Optyki i Fizyki Materii Skondensowanej
Seria 3
RACHUNEK ZABURZEŃ

Zadanie 1

Układ poziomów energetycznych jednoelektronowego stanu n = 2 w atomie litu różni się istotnie od obserwowanego w atomie wodoru. Występujące ekranowanie jądra przez zamkniętą powłokę n = 1 powoduje zaburzenie potencjału kulombowskiego i zdjęcie przypadkowej degeneracji stanów o danym n ale różnych l.

Dla atomu wodoropodobnego energia energia potencjalna elektronu w pobliżu jądra może zostać przybliżona przez potencjał

$$-\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

natomiast w dużej odległości

$$-\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

więc prostym przybliżeniem takiego potencjału jest funkcja

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{(Z-1)e^2}{4\pi\epsilon_0 r}e^{-b\frac{r}{a}}$$

gdzie b jest parametrem, który należy dobrać na podstawie danych doświadczalnych.
Znaleźć zaburzenie energii stanów n = 2 atomu wodoropodobnego o Z = 3 wywołane powyższą modyfikacją energii kulombowskiej.
Wyznaczone doświadczalnie energie stanów w atomie litu wynoszą:
E_{2p}= -3.53 eV, E_{2s}= -5.37 eV, E_{3s}= -2.00 eV, E_{3p}= -1.54 eV, E_{3d}= -1.51 eV.

Funkcje falowe atomu wodoru:

$\psi_{nlm} = R_{nl}(r)\cdot Y_{lm}(\theta,\varphi)$, gdzie:

$$R_{10} = 2\left(\frac{Z}{a}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{Zr}{a}\right)$$

$$R_{20} = 2\left(\frac{Z}{2a}\right)^{3/2}\left(1-\frac{Zr}{2a}\right)\exp\left(-\frac{Zr}{2a}\right)$$

$$R_{30} = 2\left(\frac{Z}{3a}\right)^{3/2}\left(1-2\frac{Zr}{3a}+\frac{2}{3}\left(\frac{Zr}{3a}\right)^2\right)\exp\left(-\frac{Zr}{3a}\right)$$

$$R_{21} = \left(\frac{Z}{2a}\right)^{3/2}\frac{2}{\sqrt{3}}\frac{Zr}{2a}\exp\left(-\frac{Zr}{2a}\right)$$

$$R_{31} = \left(\frac{Z}{3a}\right)^{3/2}\frac{4\sqrt{2}}{3}\frac{Zr}{3a}\left(1-\frac{1}{2}\frac{Zr}{3a}\right)\exp\left(-\frac{Zr}{3a}\right)$$

$$Y_{00} = \sqrt{\frac{1}{4\pi}},\quad Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta,\quad Y_{1\pm1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta\cdot e^{\pm i\varphi}$$

Przydatna całka: $\int_0^\infty x^n e^{-ax}\,dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$