

Wstęp do Optyki i Fizyki Materii Skondensowanej

1100-3003



Ciało stałe 5

Wydział Fizyki UW

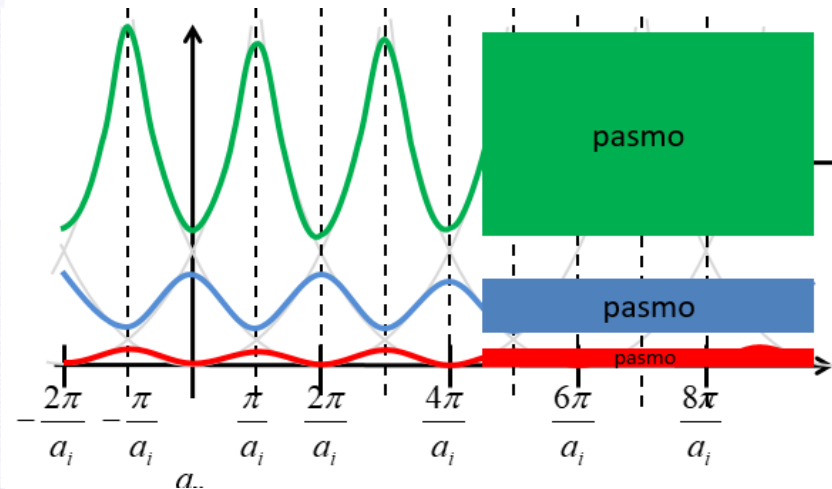
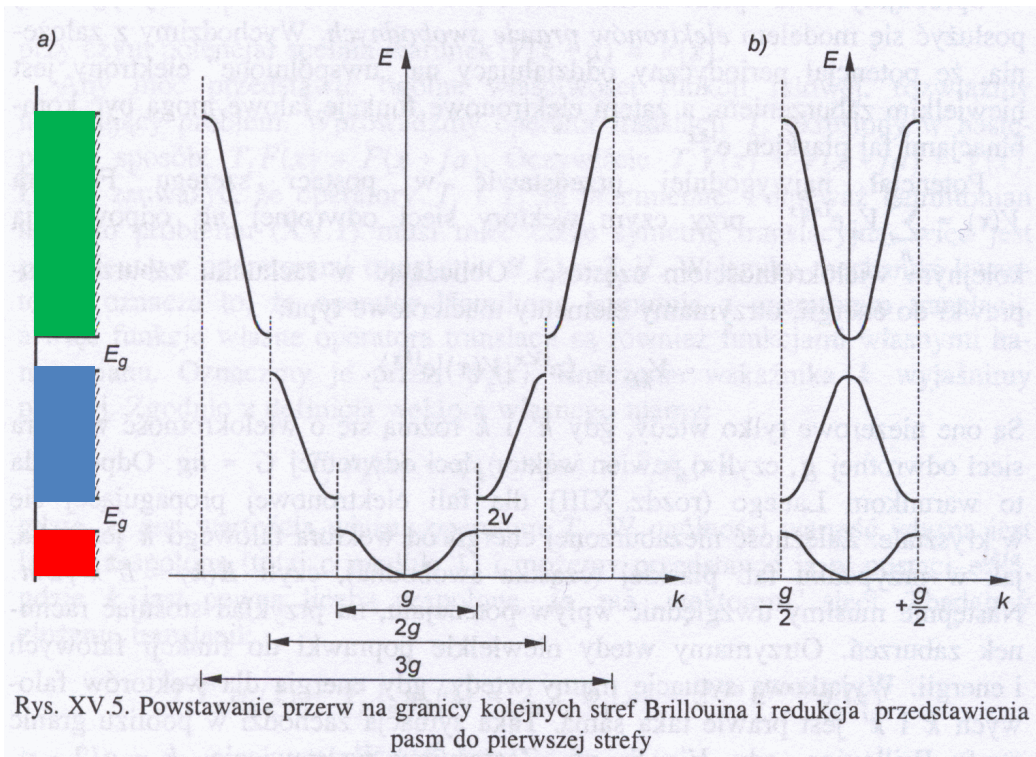
Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl

Piotr.Fita@fuw.edu.pl

Nasz cel:

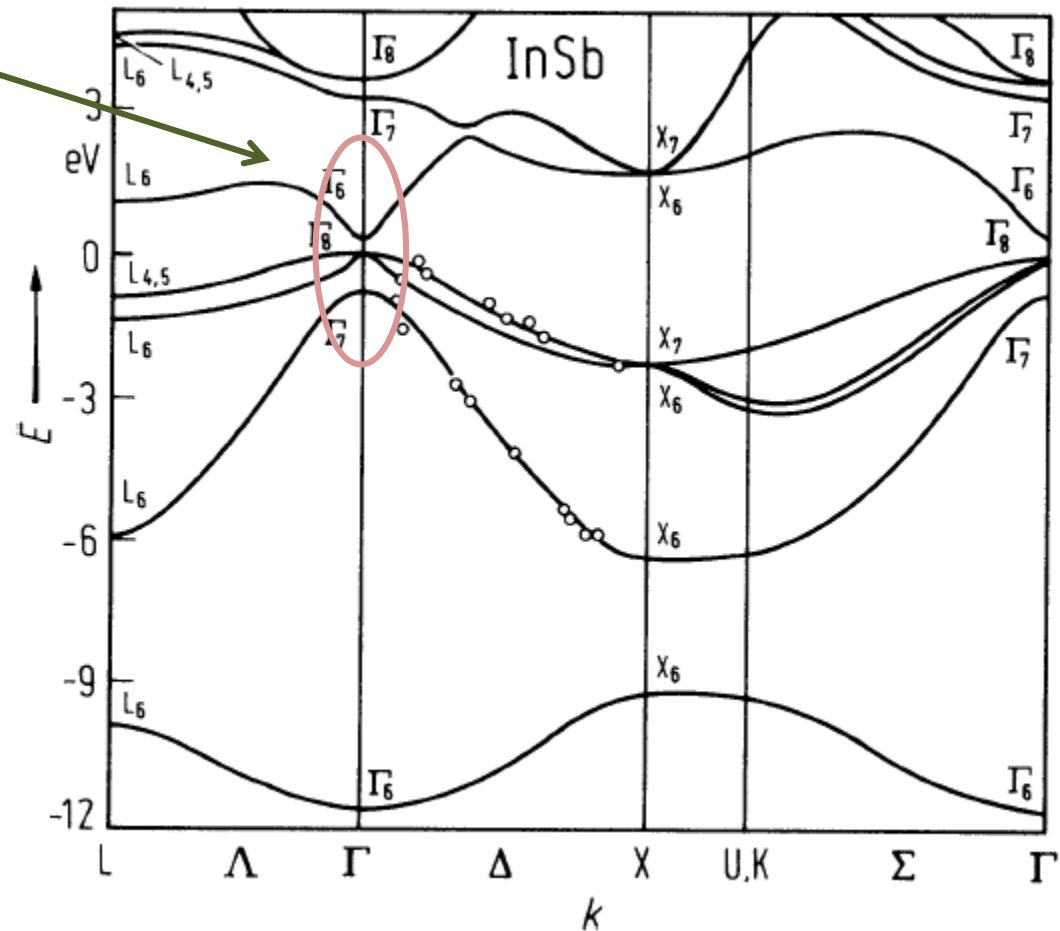
Twierdzenie Blocha

$$\varphi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}}$$



Równanie kp – masa efektywna

Blisko leżące pasma



Rozwijamy $E_n(\vec{k}) = \left(E_n - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} \right)$ wokół punktu ekstremalnego, np. $k = 0$:

Landolt-Boernstein

Równanie kp – masa efektywna

$$\varphi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}} u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$$

Wektor \vec{k} nie jest pędem (operator pędu $\hat{p} = -i\hbar\nabla$)

$$\hat{p}\varphi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = -i\hbar \left(u_{n,\vec{k}} i\vec{k} + \nabla u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) \right) e^{i\vec{k}\vec{r}} \neq \hbar\vec{k}\varphi_{n,\vec{k}}(\vec{r})$$

Funkcja Blocha w równaniu Schrödingera:

$$\Delta\varphi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = \dots = \left(\Delta u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) + 2i\vec{k}\nabla u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) - \vec{k}^2 u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) \right) e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

Po wstawieniu do równania i uproszczeniu przez $e^{i\vec{k}\vec{r}}$ dostajemy równanie na $u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta - \frac{\hbar}{m} i\vec{k}\nabla + \frac{\hbar^2}{2m} \vec{k}^2 \right) u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = \left(\frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{\hbar}{m} \vec{k}\hat{p} + \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} \right) u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$$

Równanie Schrodingera na obwiednię $u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$:

$$\left(\frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{\hbar}{m} \vec{k}\hat{p} + V(\vec{r}) \right) u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = \left(E_n - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} \right) u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$$

Równanie kp – masa efektywna

$$\varphi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}} u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$$

Wektor \vec{k} nie jest pędem (operator pędu $\hat{p} = -i\hbar\nabla$)

$$\hat{p}\varphi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = -i\hbar \left(u_{n,\vec{k}} i\vec{k} + \nabla u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) \right) e^{i\vec{k}\vec{r}} \neq \hbar\vec{k}\varphi_{n,\vec{k}}(\vec{r})$$

Funkcja Blocha w równaniu Schrödingera:

$$\Delta\varphi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = \dots = \left(\Delta u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) + 2i\vec{k}\nabla u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) - \vec{k}^2 u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) \right) e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

Po wstawieniu do równania i uproszczeniu przez $e^{i\vec{k}\vec{r}}$ dostajemy równanie na $u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta - \frac{\hbar}{m} i\vec{k}\nabla + \frac{\hbar^2}{2m} \vec{k}^2 \right) u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = \left(\frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{\hbar}{m} \vec{k}\hat{p} + \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} \right) u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$$

Równanie Schrodingera na obwiednię $u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$:

$$\left(\frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{\hbar}{m} \vec{k}\hat{p} + V(\vec{r}) \right) u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = \left(E_n - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} \right) u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$$

Równanie kp – masa efektywna

Równanie Schrodingera na obwiednię $u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$:

$$\left(\frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{\hbar}{m} \vec{k} \hat{p} + V(\vec{r}) \right) u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = \left(E - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} \right) u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$$

Jest to tzw. równanie kp wykorzystywane do obliczeń energii i funkcji falowych wokół pewnego znanego rozwiązania dla $\vec{k} = \vec{k}_0$.

Pełny hamiltonian

$$\hat{H}_{\vec{k}} u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = \left(\hat{H}_{\vec{k}_0} + \hat{H}' \right) u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = E_n(\vec{k}) u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$$

Zaburzenie:

$$\hat{H}' = \frac{\hbar}{m} (\vec{k} - \vec{k}_0) \hat{p}$$

Funkcję $u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$ oraz energię $E_n(\vec{k})$ znajdujemy w rachunku zaburzeń

Równanie kp – masa efektywna

Rozwijamy $E_n(\vec{k}) = \left(E_n - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} \right)$ wokół punktu ekstremalnego, np. $k = 0$:

$$E_n(\vec{k}) = E_n(0) + H'_{nn} + \sum_{l \neq n} \frac{|H'_{nl}|^2}{E_n(0) - E_l(0)} + \dots$$

Dla

$$H'_{nl} = \int u_{n,0}(\vec{r}) \hat{H}' u_{l,0}(\vec{r}) d^3r = -\frac{i\hbar}{m} \vec{k} \int u_{n,0}(\vec{r}) \nabla u_{l,0}(\vec{r}) d^3r = \sum_{i=1}^3 a_i k_i$$

Liniowe w \vec{k}

$$E_n(\vec{k}) = E_n(0) + \sum_{i=1}^3 a_i k_i + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\hbar^2}{2m} \delta_{ij} + b_{ij} \right) k_i k_j + \dots$$

W ekstremum człony liniowe znikają

$$E_n(\vec{k}) = E_n(0) + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left(\frac{1}{m^*} \right) \frac{\hbar^2 k_i k_j}{2} + \dots$$

Równanie kp – masa efektywna

$$E_n(\vec{k}) = E_n(0) + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left(\frac{1}{m_{ij}^*} \right) \frac{\hbar^2 k_i k_j}{2} + \dots$$

Wprowadzamy tzw. tensor odwrotności masy efektywnej:

$$\frac{1}{m_{ij}^*} = \frac{\delta_{ij}}{m} + \frac{2\hbar^2}{m^2} \sum_{l \neq n} \frac{\int u_{n,0} \frac{\partial}{\partial x_i} u_{l,0} d^3r \cdot \int u_{n,0} \frac{\partial}{\partial x_j} u_{l,0} d^3r}{E_n(0) - E_l(0)}$$

Tensor jest symetryczny ($m_{ij} = m_{ji}$). Jeśli ekstremum energii jest w punkcie $\Gamma(\mathbf{k}=0)$ to powierzchnia stałej energii jest elipsoidą w przestrzeni \vec{k} , która po sprowadzeniu do osi głównych ma postać:

$$E_n(\vec{k}) \approx E_n(0) + \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{k_1^2}{m_1^*} + \frac{k_2^2}{m_2^*} + \frac{k_3^2}{m_3^*} \right)$$

Gdzie m_i^* to masy efektywne w kierunku osi głównych.

Równanie kp – masa efektywna

Energia $E_n(\mathbf{k})$ wokół ekstremum dla kryształu jednoosiowego (np. GaN):

$$E_n(\vec{k}) = E_n(0) + \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{m_{\perp}^*} + \frac{k_3^2}{m_{\parallel}^*} \right)$$

Dla kryształu kubicznego:

$$E_n(\vec{k}) = E_n(0) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad \text{tzw. pasmo sferyczne}$$

W pobliżu ekstremum (np. punkt $\Gamma(\mathbf{k}=0)$) możemy ograniczyć się do przybliżenia parabolicznego – **pasmo paraboliczne**.

W ogólności w zależności energii od wektora falowego występują człony wyższego rzędu, które zostały zaniedbane (wyższe rzędy rachunku zaburzeń).

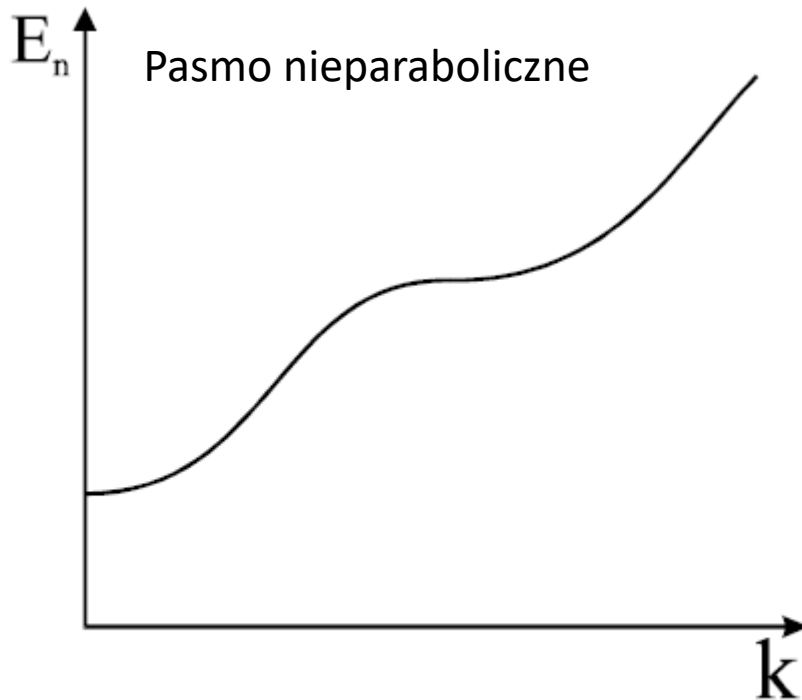
W ogólności energia elektronu jest funkcją składowych wektora falowego $\mathbf{k}=(k_1, k_2, k_3)$.

Powierzchnia stałej energii w ogólnym przypadku może mieć skomplikowany charakter, a jej kształt zależy od wszystkich pasm.

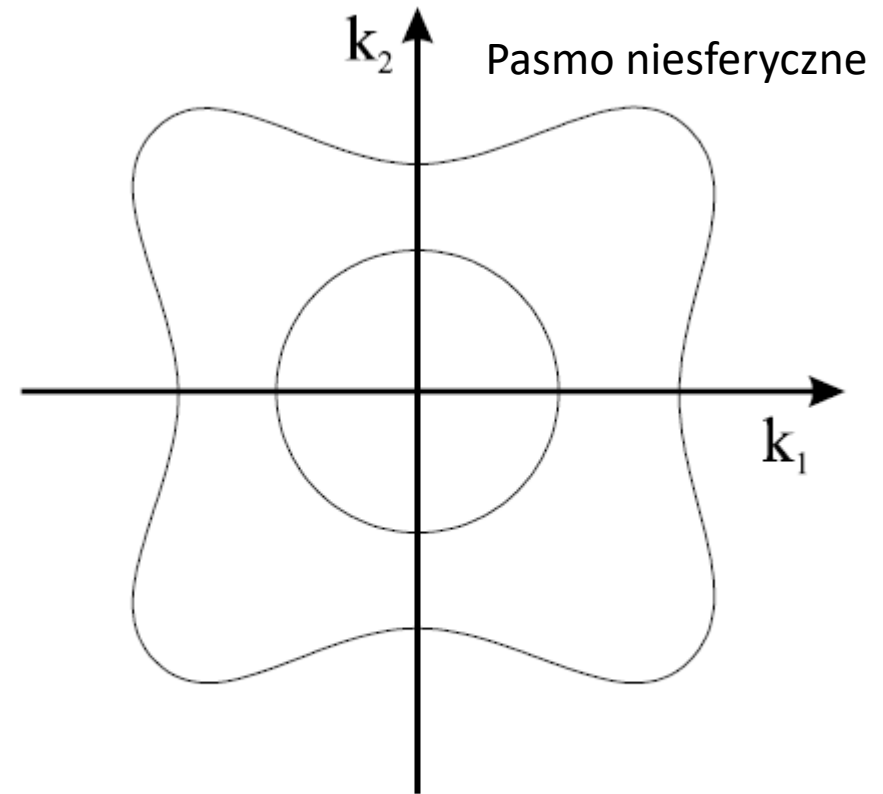
Badanie tensora masy efektywnej to jeden z głównych problemów fizyki ciała stałego.

Równanie kp – masa efektywna

Energia $E_n(\mathbf{k})$ wokół ekstremum



Przykładowa zależność energii stanów pasma n od wektora falowego \mathbf{k} .



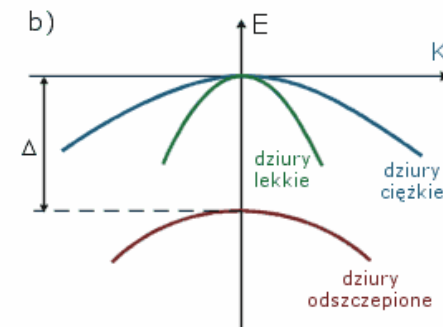
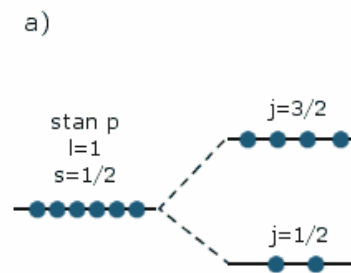
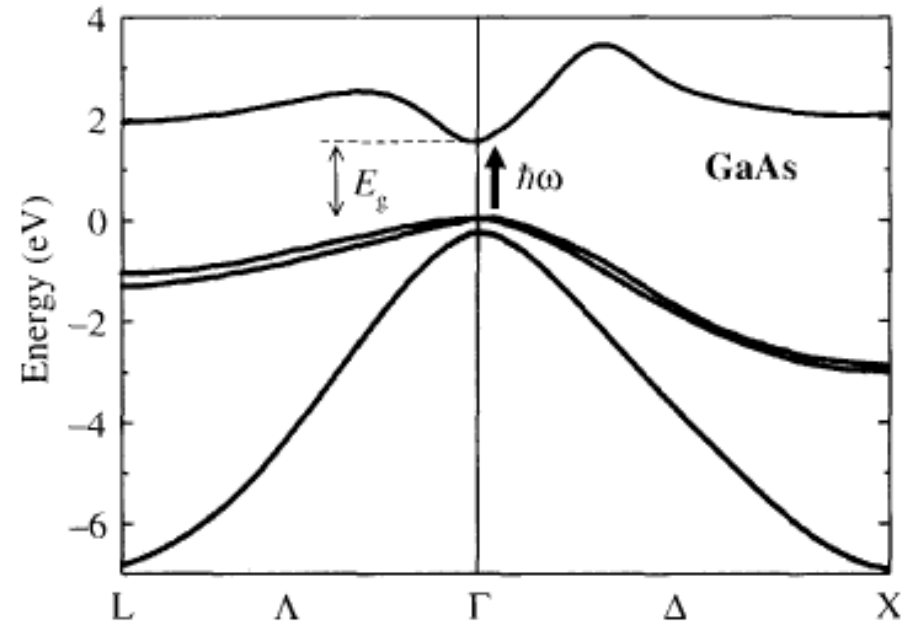
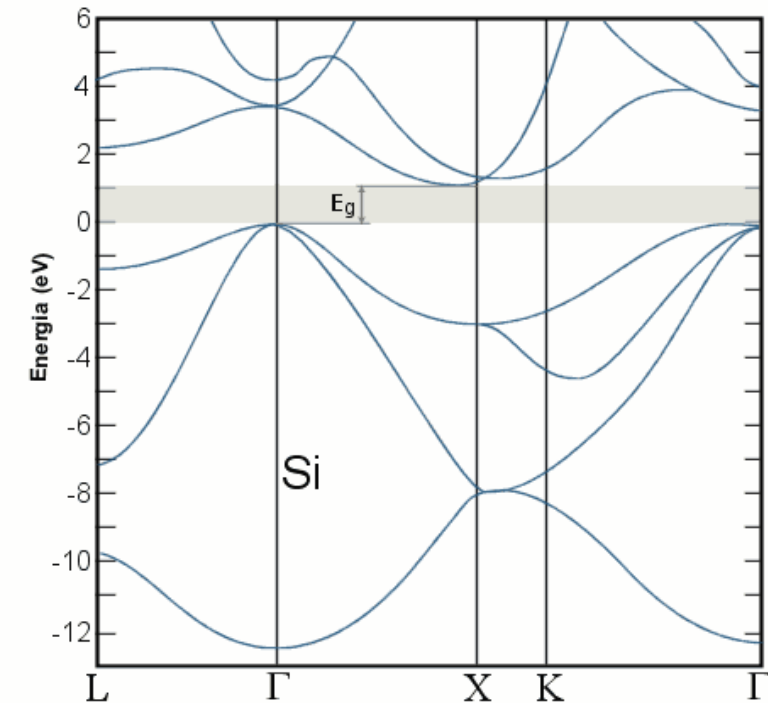
Przykładowe powierzchnie stałej energii w dwuwymiarowej przestrzeni \mathbf{k} .

R. Stępniewski

Równanie kp – masa efektywna

Struktura pasmowa ciał stałych

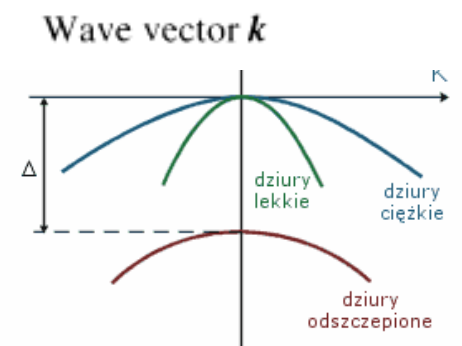
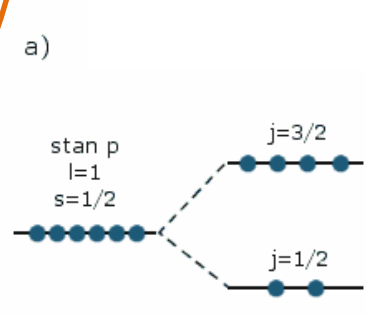
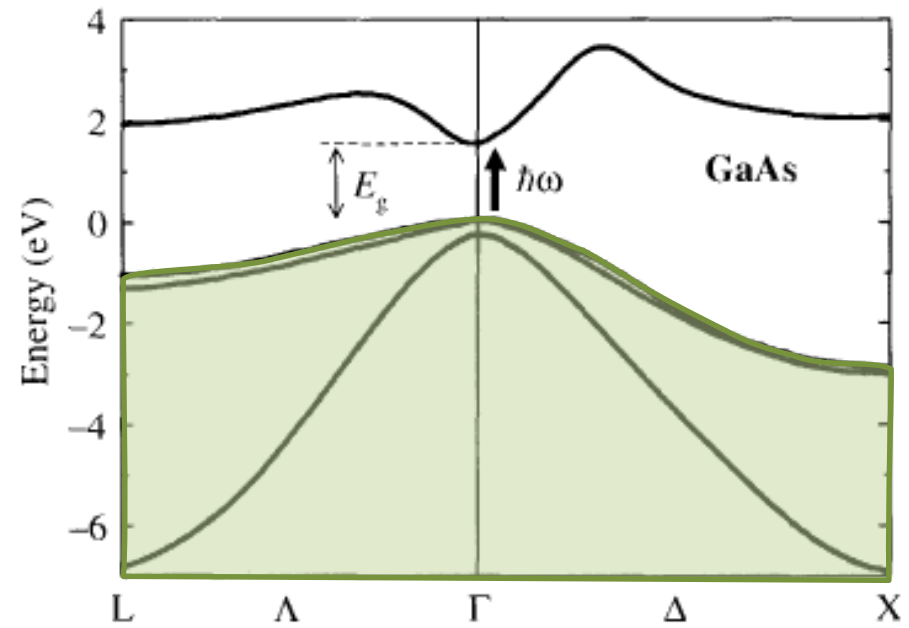
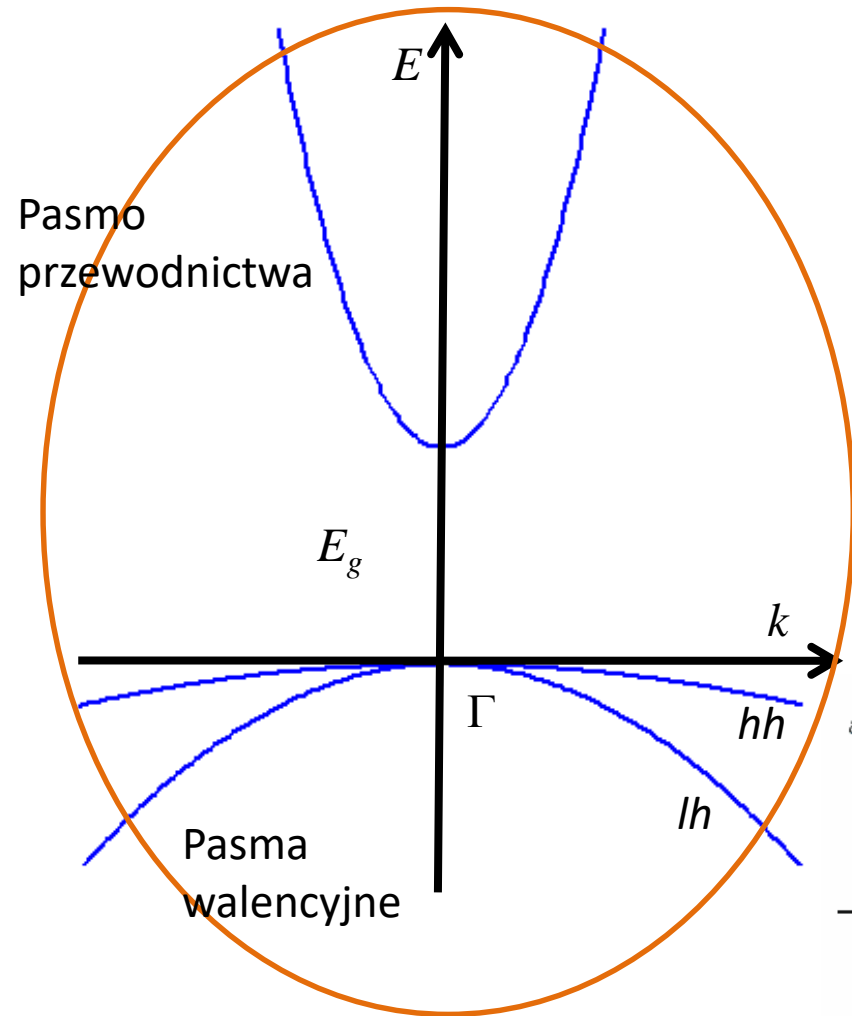
Przykłady:



D. Wasik.

Równanie kp – masa efektywna

Struktura pasmowa ciał stałych



D. Wasik.

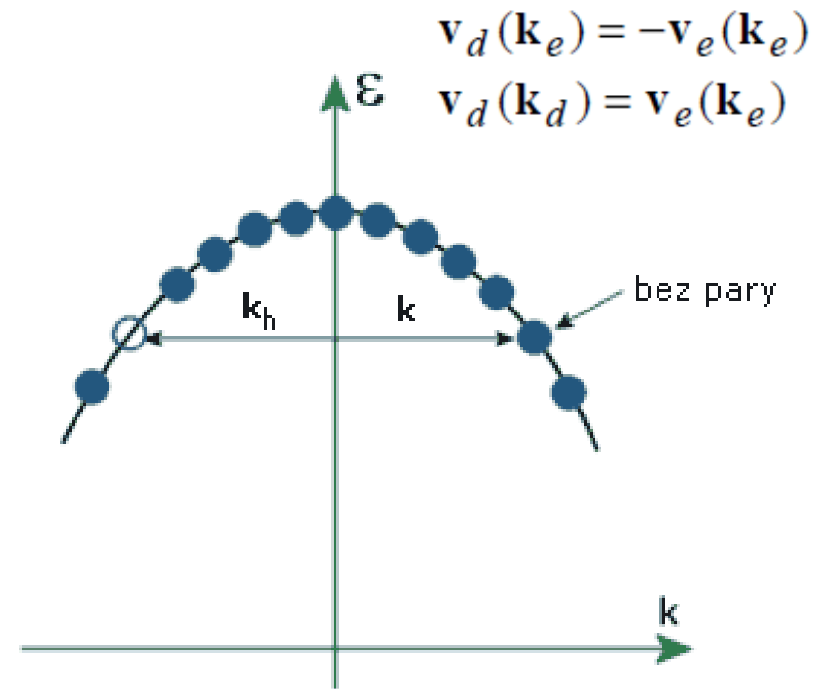
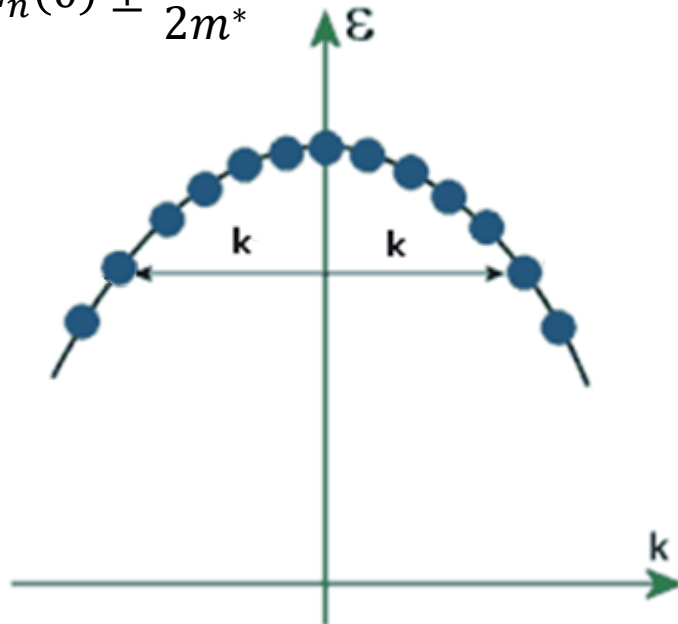
Równanie kp – masa efektywna

The energy $E_n(\mathbf{k})$ around extremum for the uniaxial crystal (np. GaN):

$$E_n(\vec{k}) = E_n(0) + \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{m_{\perp}^*} + \frac{k_3^2}{m_{\parallel}^*} \right)$$

For a cubic crystal:

$$E_n(\vec{k}) = E_n(0) \pm \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$



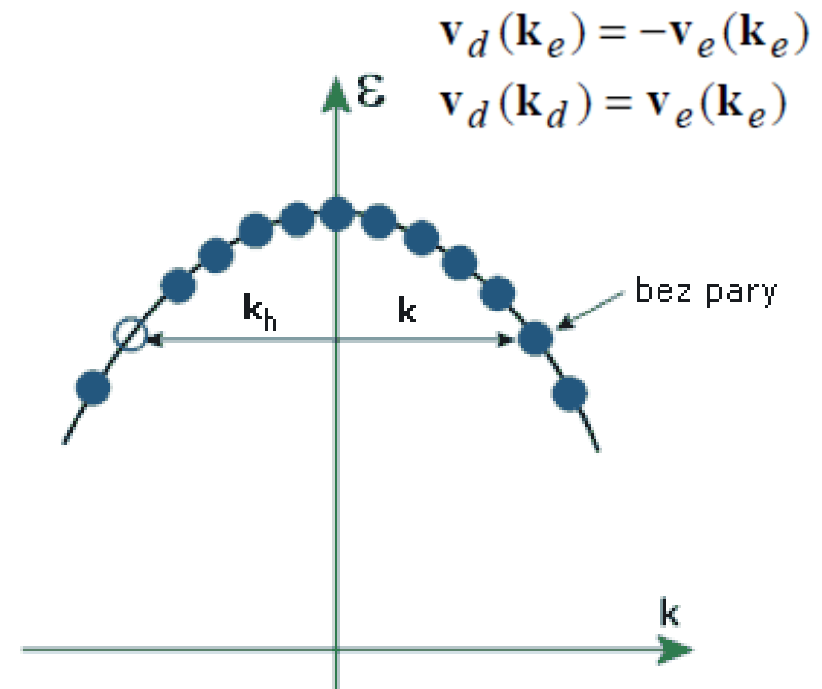
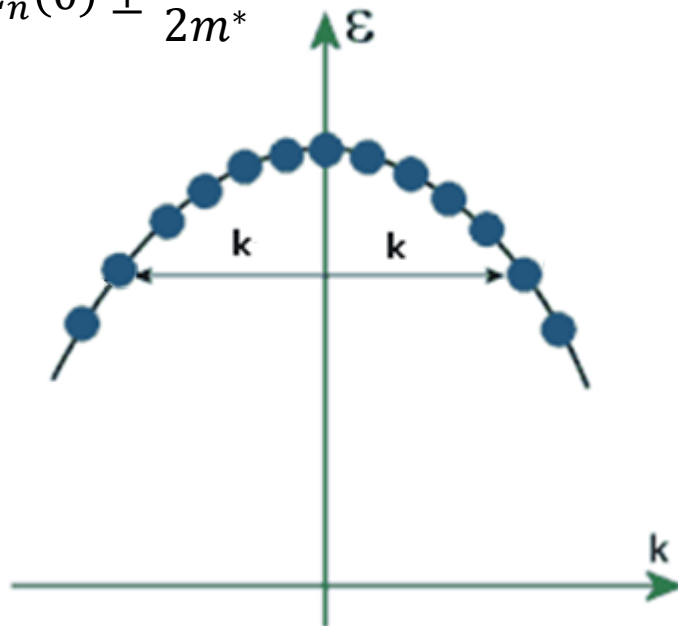
Równanie kp – masa efektywna

Elektrony i dziury

$$f_d = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{2N} f(\mathbf{k}_i)$$

$$\mathbf{k}_d = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{2N} \mathbf{k}_i = \sum_{i=1}^{2N} \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_e = -\mathbf{k}_e$$

$$E_n(\vec{k}) = E_n(0) \pm \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$



Równanie kp – masa efektywna

Elektrony i dziury

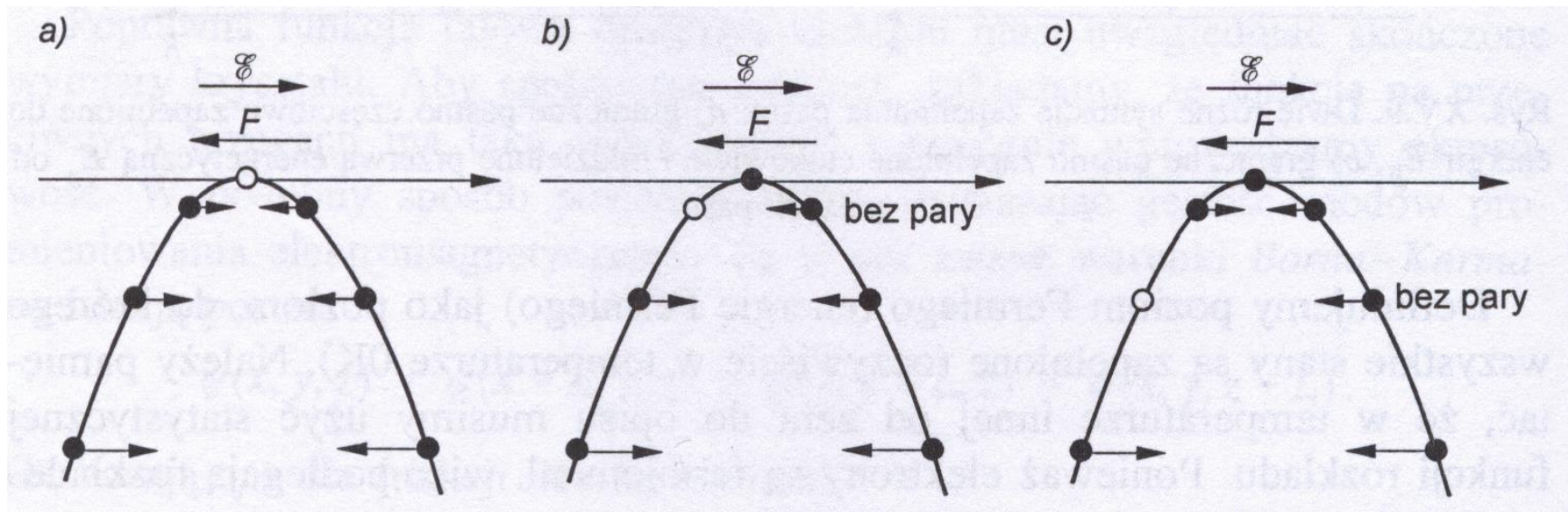
$$f_d = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{2N} f(\mathbf{k}_i)$$

$$\mathbf{k}_d = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{2N} \mathbf{k}_i = \sum_{i=1}^{2N} \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_e = -\mathbf{k}_e$$

$$E_n(\vec{k}) = E_n(0) \pm \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

$$\mathbf{v}_d(\mathbf{k}_e) = -\mathbf{v}_e(\mathbf{k}_e)$$

$$\mathbf{v}_d(\mathbf{k}_d) = \mathbf{v}_e(\mathbf{k}_e)$$



Tight-Binding Approximation

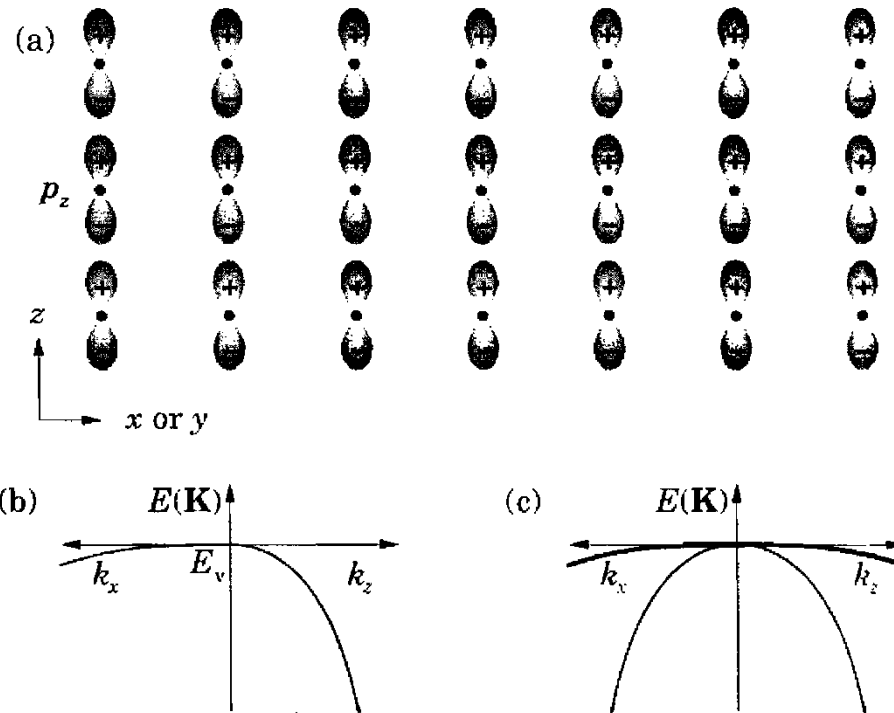
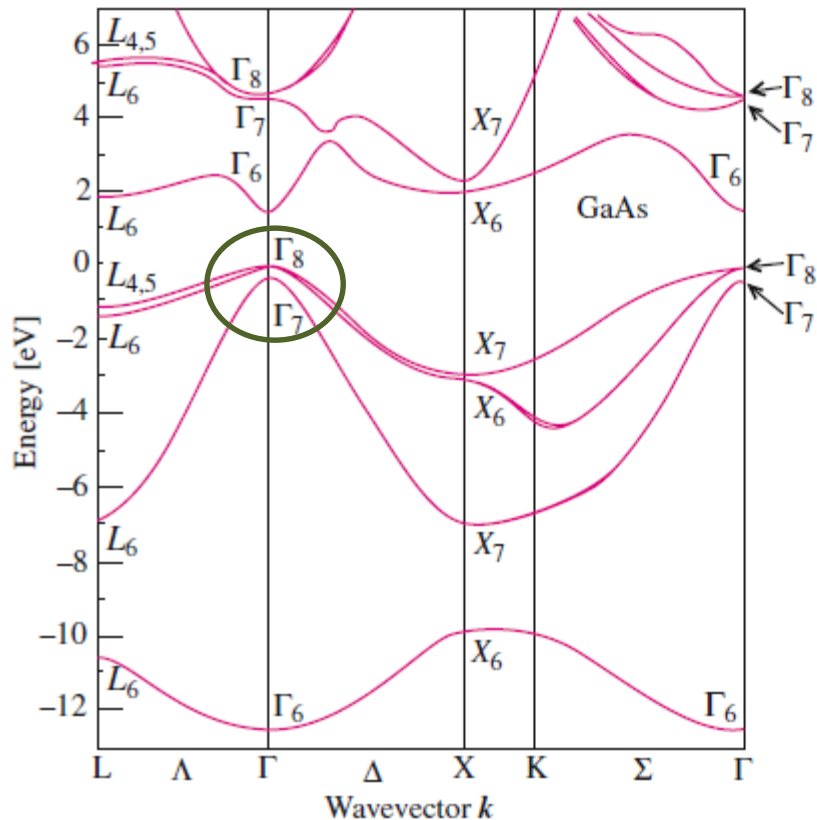


FIGURE 2.17. Valence bands constructed from p orbitals. (a) Lattice of p_z orbitals. (b) Band structure of the p_z orbitals only; the band is 'light' along k_z to the right and 'heavy' along k_x (or k_y) to the left. (c) Total bands from all three p orbitals, showing a doubly degenerate 'heavy' band and a single 'light' band.

Struktura pasmowa

Yu, Cardona *Fundamentals of semiconductors*



$$|lm_l\rangle = \begin{cases} |1\ 1\rangle & = -(x + iy)/\sqrt{2}, \\ |1\ 0\rangle & = z, \\ |1\ -1\rangle & = (x - iy)/\sqrt{2}. \end{cases}$$

$$|jm_j\rangle = \begin{cases} |3/2, 3/2\rangle = |1, 1\rangle\alpha \\ |3/2, 1/2\rangle = (1/\sqrt{3})(|1, 1\rangle\beta + \sqrt{2}|1, 0\rangle\alpha) \\ |3/2, -1/2\rangle = (1/\sqrt{3})(|1, -1\rangle\alpha + \sqrt{2}|1, 0\rangle\beta) \\ |3/2, -3/2\rangle = |1, -1\rangle\beta \\ |1/2, 1/2\rangle = (1/\sqrt{3})(|1, 0\rangle\alpha - \sqrt{2}|1, 1\rangle\beta) \\ |1/2, -1/2\rangle = (1/\sqrt{3})(|1, 0\rangle\beta - \sqrt{2}|1, -1\rangle\alpha) \end{cases}$$

Fig. 2.14. Electronic band structure of GaAs calculated by the pseudopotential technique. The energy scale and notation (double group) are similar to those for Fig. 2.13 [Ref. 2.8, p. 103]

Efekt Halla

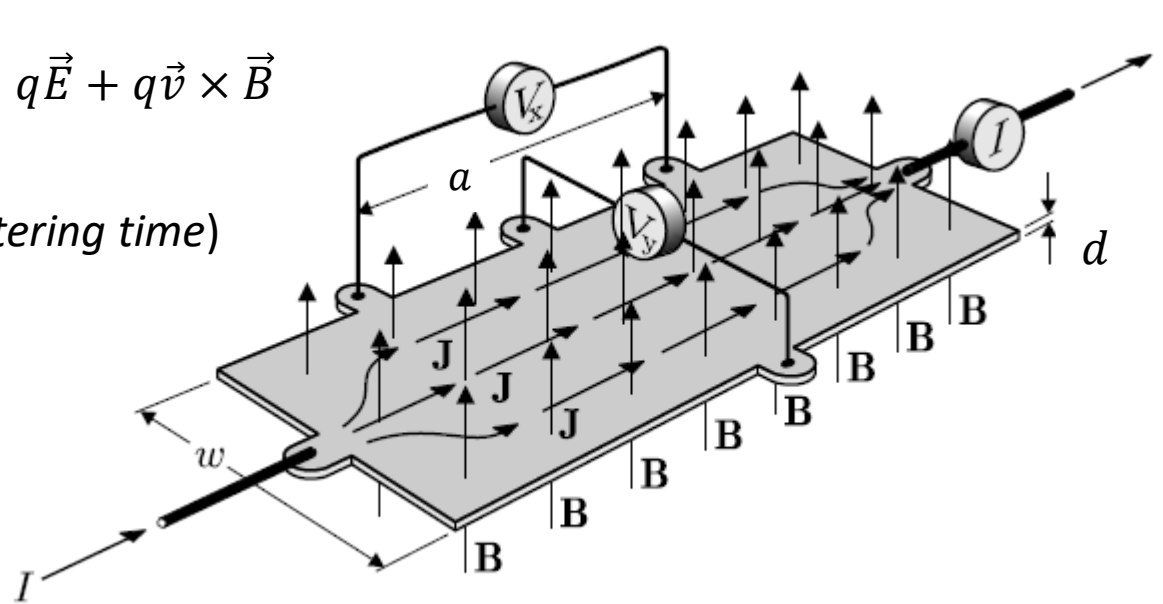
Siła Lorentza: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

Model Drudego: $m^* \left\{ \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} \right\} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$

τ – czas relaksacji pędowej (*scattering time*)

$$m^* \left\{ \frac{dv_x}{dt} + \frac{v_x}{\tau} \right\} = qE_x + qv_y B$$

$$m^* \left\{ \frac{dv_y}{dt} + \frac{v_y}{\tau} \right\} = qE_y - qv_x B$$



Dostajemy:

$$v_y \{1 + \omega_c^2 \tau^2\} = \frac{q\tau}{m^*} (E_y - \omega_c \tau E_x)$$

$$\omega_c = \frac{qB}{m^*} \quad \mu = \frac{q\tau}{m^*} \quad j_y = 0 = \sum_i q_i n v_y^i$$

Efekt Halla

Zaniedbując $\omega_c^2 \tau^2 \ll 1$ i biorąc pod uwagę przewodnictwo elektronów n i dziur p :

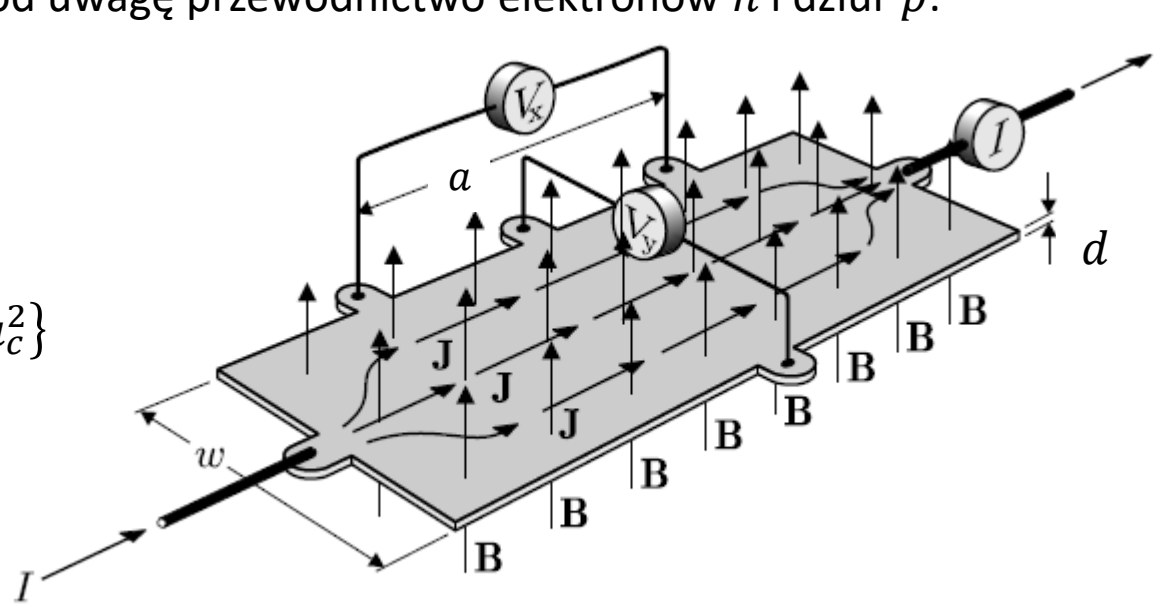
$$j_y = 0 = \sum_i q_i n v_y^i$$

$$E_y \{n\mu_c + p\mu_h\} = E_x B \{p\mu_h^2 - n\mu_c^2\}$$

Dostajemy tzw. stałą Halla:

$$R_H = \frac{E_y}{j_x B} = \frac{1}{|e|} \frac{p\mu_h^2 - n\mu_c^2}{(n\mu_c + p\mu_h)^2}$$

Np. dla $p = 0$ mamy $R_H = -\frac{1}{en}$ **stała Halla**



Potencjał kulombowski (ekscyton)

NAJPIERW:

Potencjał kulombowski 3D w półprzewodniku o stałej dielektrycznej ϵ_r , masie efektywnej m^* :

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

$$Ry = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{m}{2\hbar^2} = \frac{\hbar^2}{2ma_B^2} = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a_B} = 13.6 \text{ eV}$$

$$a_B = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_0e^2} = 0.5 \text{ \AA}$$

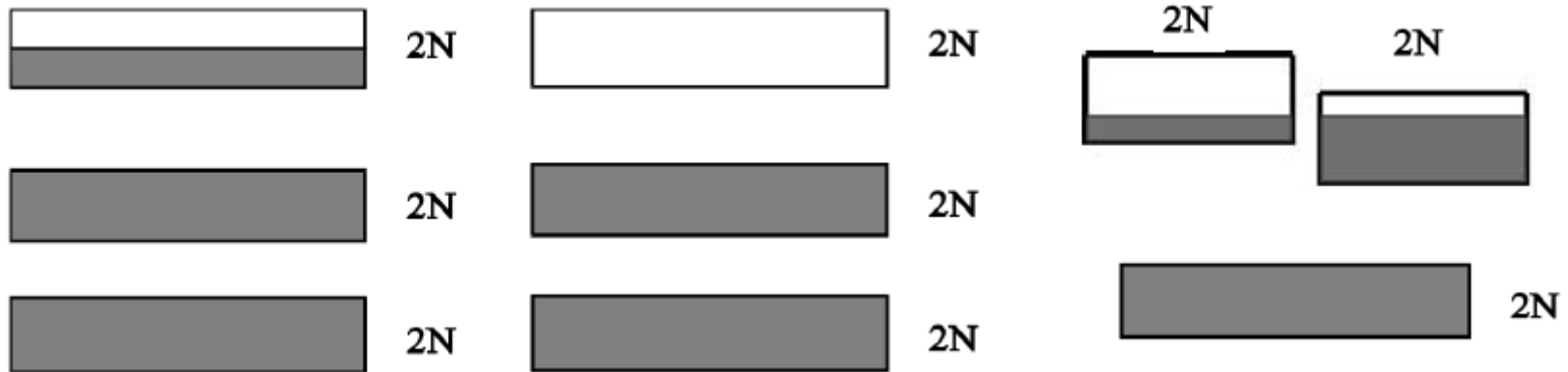
$$E_n = -Ry \frac{1}{n^2}$$

$$E_n = -\left(\frac{m^*}{m_0}\right) \frac{1}{\epsilon_r^2} Ry \frac{1}{n^2}$$

$$a_B^* = \frac{4\pi\epsilon_r\epsilon_0\hbar^2}{m_0e^2} \left(\frac{m_0}{m^*}\right) = a_B \epsilon_r \left(\frac{m_0}{m^*}\right)$$

Metoda ciasnego wiązania - wnioski

W ramach metody ciasnego wiązania powstawanie pasm wyjaśniamy jako efekt wzajemnego oddziaływania stanów atomowych poszczególnych atomów tworzących ciało stałe. Stany atomowe klasyfikujemy jako należące do odpowiednich powłok:



Nieparzysta liczba elektronów na komórkę (metal)

Parzysta liczba elektronów na komórkę (niemetal)

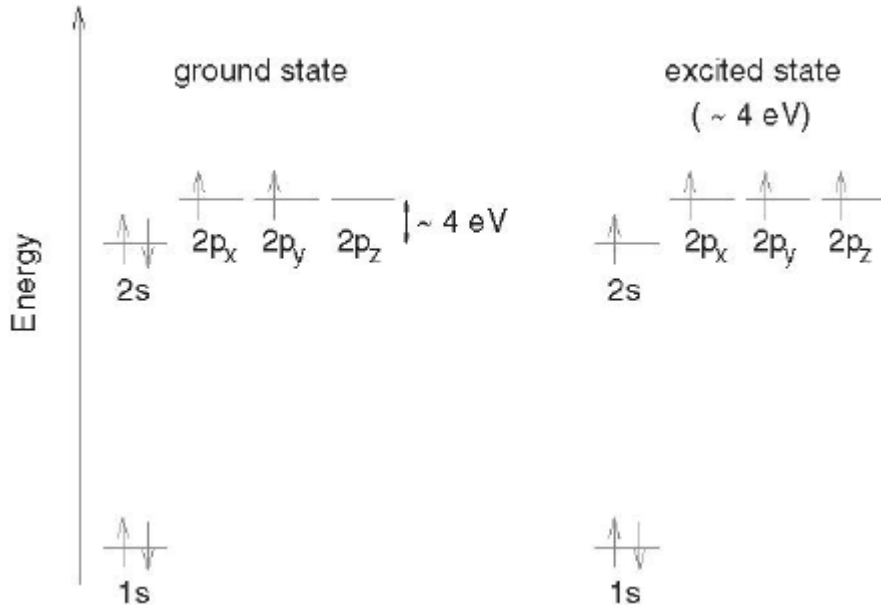
Parzysta liczba elektronów na komórkę ale przekrywające się pasma (metale II grupy, np. Be → slajd później!)

Gęstość stanów 2D - grafen

Liniowa zależność dyspersyjna w grafenie:

Metoda ciasnego wiązania przy uwzględnieniu oddziaływania z najbliższymi sąsiadami [P. R. Wallace, „The Band Theory of Graphite”, Physical Review 71, 622 (1947).] daje :

$$E(\vec{k}) = \pm \sqrt{\gamma_0^2 \left(1 + 4 \cos^2 \frac{k_y a}{2} + 4 \cos \frac{k_y a}{2} \cdot \cos \frac{k_x \sqrt{3} a}{2} \right)} \approx \hbar \tilde{c} |\vec{k} - \vec{k}_i|$$



$$|\phi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} |2s\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |2p_x\rangle$$

$$|\phi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} |2s\rangle - \frac{1}{\sqrt{6}} |2p_x\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |2p_y\rangle$$

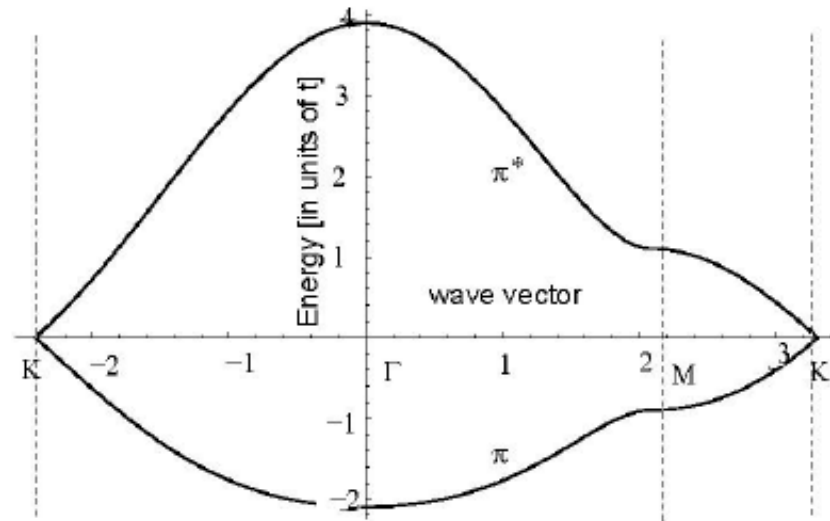
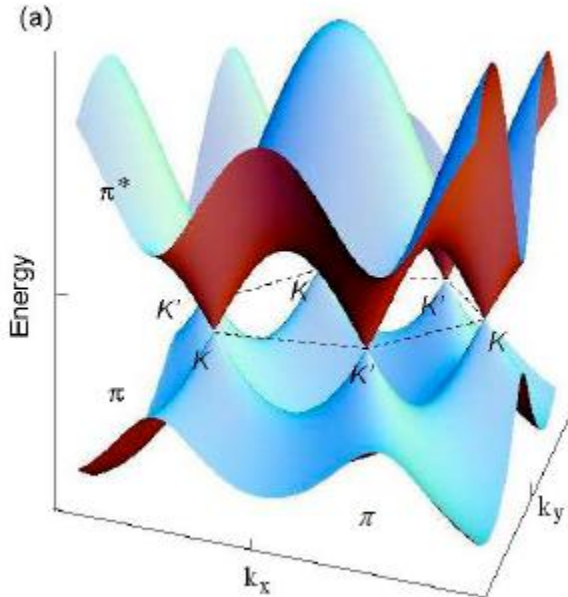
$$|\phi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} |2s\rangle - \frac{1}{\sqrt{6}} |2p_x\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |2p_y\rangle$$

Gęstość stanów 2D - grafen

Liniowa zależność dyspersyjna w grafenie:

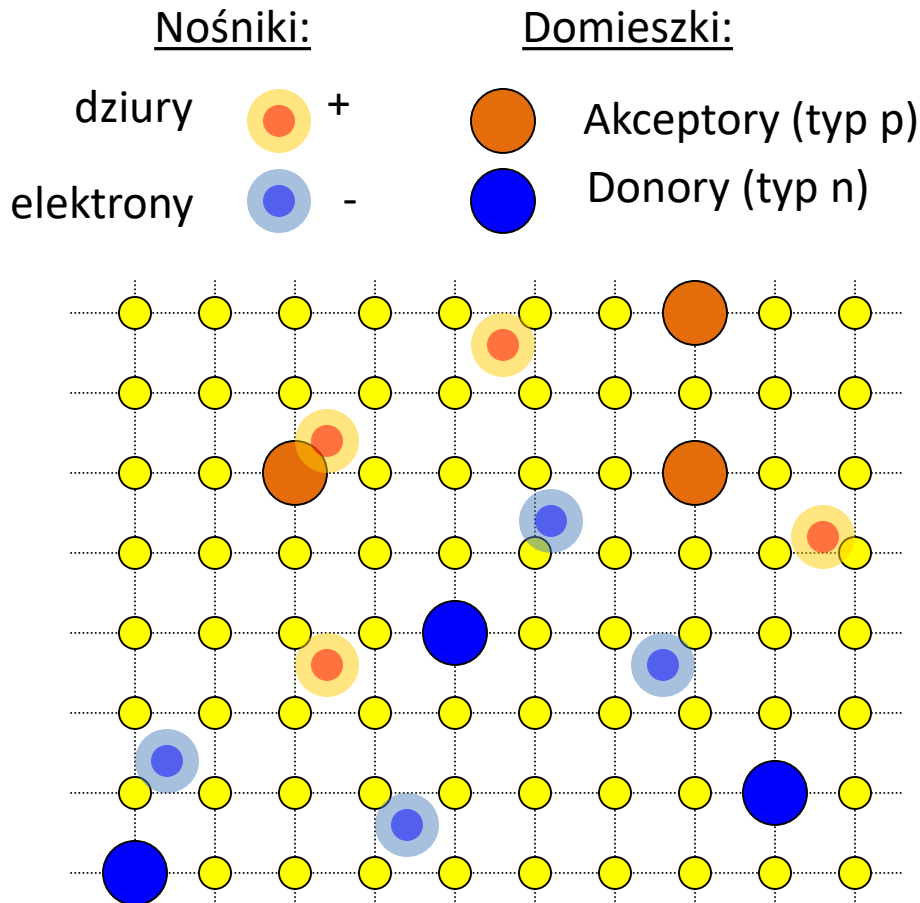
Metoda ciasnego wiązania przy uwzględnieniu oddziaływania z najbliższymi sąsiadami [P. R. Wallace, „The Band Theory of Graphite”, Physical Review 71, 622 (1947).] daje :

$$E(\vec{k}) = \pm \sqrt{\gamma_0^2 \left(1 + 4 \cos^2 \frac{k_y a}{2} + 4 \cos \frac{k_y a}{2} \cdot \cos \frac{k_x \sqrt{3} a}{2} \right)} \approx \hbar \tilde{c} |\vec{k} - \vec{k}_i|$$



Domieszkowanie półprzewodników

Półprzewodniki



	II	III	IV	V	VI
Be	B	C	N	O	
Mg	Al	Si	P	S	
Zn	Ga	Ge	As	Se	
Cd	In	Sn	Sb	Te	

Grupa IV: diament, Si, Ge

Grupy III-V: GaAs, AlAs, InSb, InAs...

Grupy II-VI: ZnSe, CdTe, ZnO, SdS...

Rozkłady statystyczne

Prawdopodobieństwo obsadzenia stanu kwantowego o energii E

E_F – potencjał chemiczny

Fermions:

$$f_0 = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1}$$

Electrons

Holes

Triions (charged excitons)

Bosons:

$$f_0 = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} - 1}$$

Polaritons

Phonons

Magnons

Excitons, biexcitons

Plasmons

Boltzman distribution:

$$f_0 = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} \pm 1} \approx e^{-\frac{E-E_F}{k_B T}}$$

$$E_F = \frac{\partial F}{\partial n}$$

$$F = U - TS$$

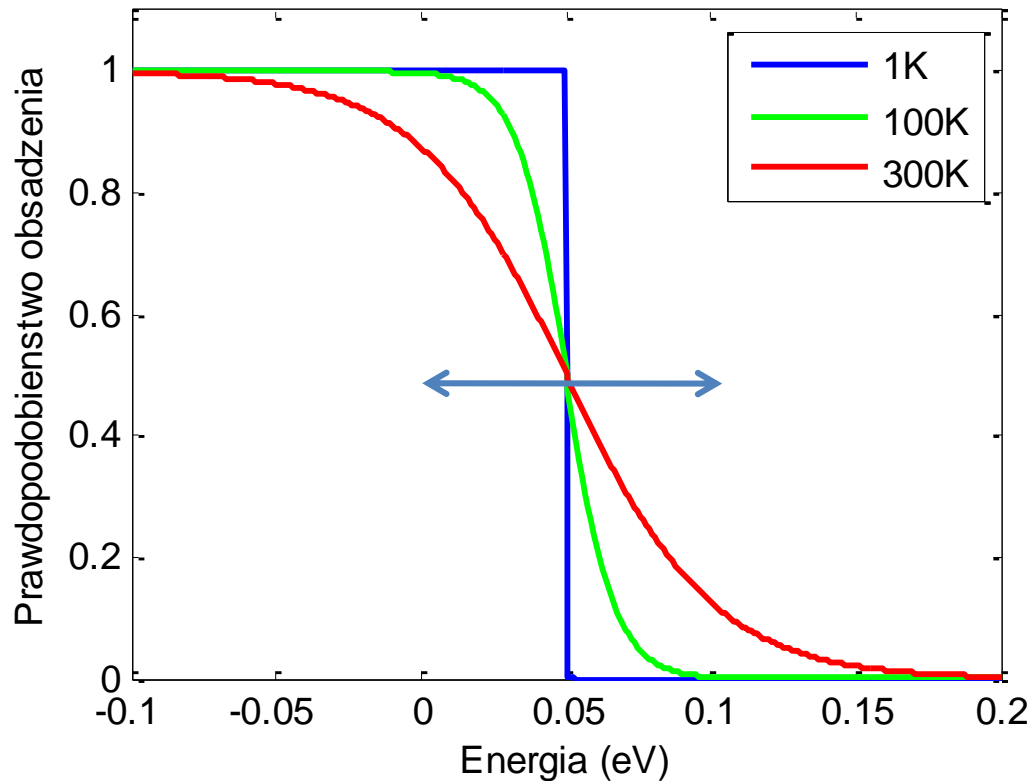
Anyons – eg. composite fermions $|\Psi_1 \Psi_2\rangle = e^{i\theta} |\Psi_2 \Psi_1\rangle$

Slave fermions (chargon, holon, spinon) = fermion+bozon with the charge-spin separation

Funkcja rozkładu

Rozkład Fermiego-Diraca

$$f_0 = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1}$$



Enrico Fermi
1901 – 1954

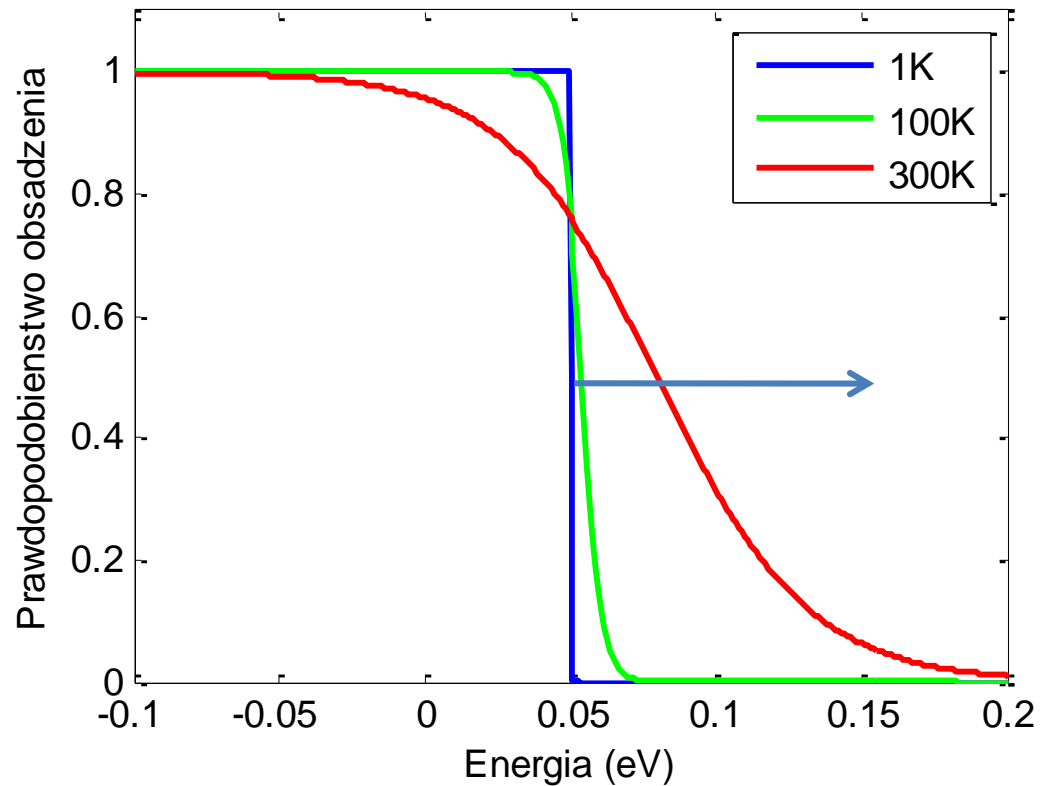


Paul Adrien
Maurice Dirac
1902 – 1984

Funkcja rozkładu

Rozkład Fermiego-Diraca

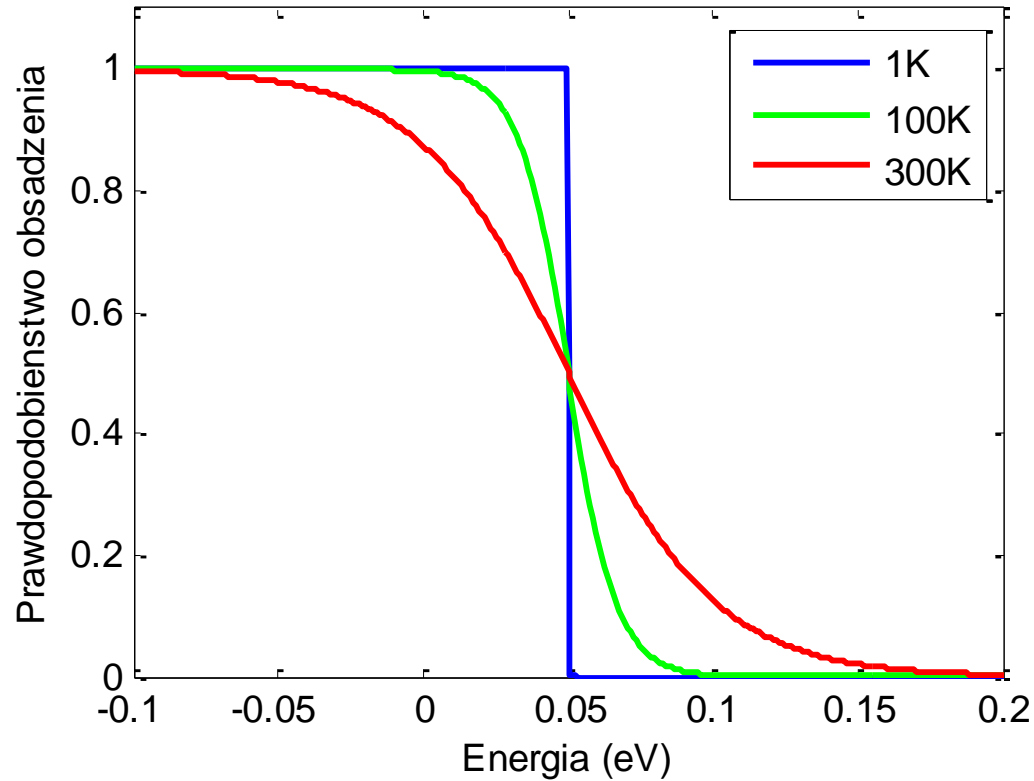
$$f_0 = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1}$$



Funkcja rozkładu

Rozkład Fermiego-Diraca

$$f_0 = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1}$$



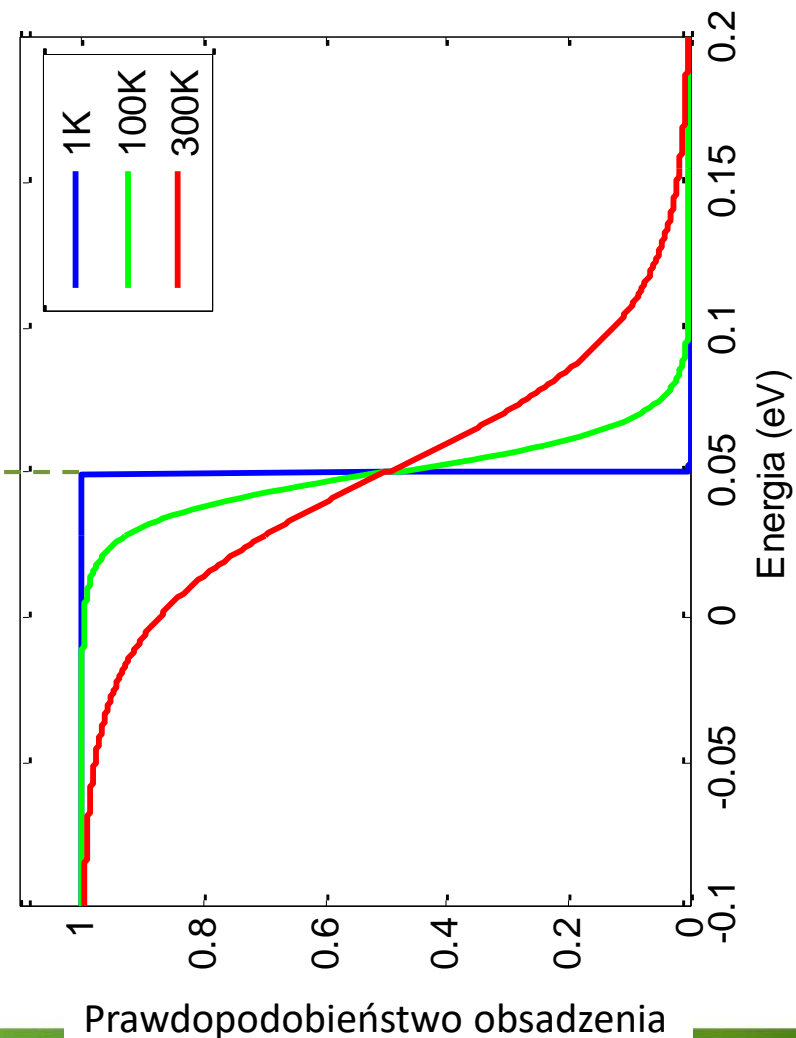
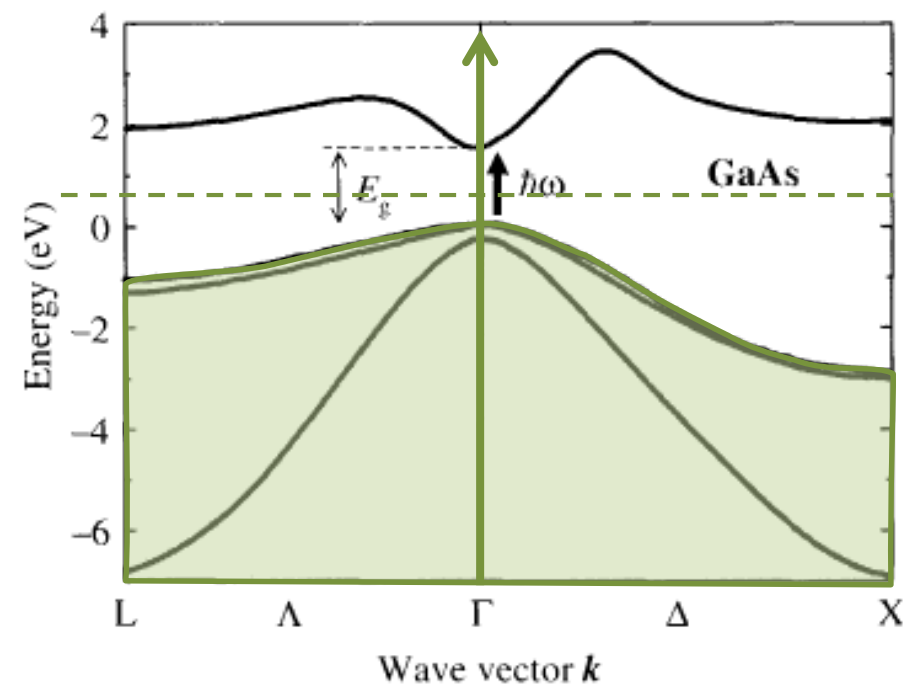
Funkcja rozkładu

Rozkład Fermiego-Diraca

Prawdopodobieństwo obsadzenia stanu kwantowego o energii E

E_F – potencjał chemiczny

$$f_0 = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1}$$



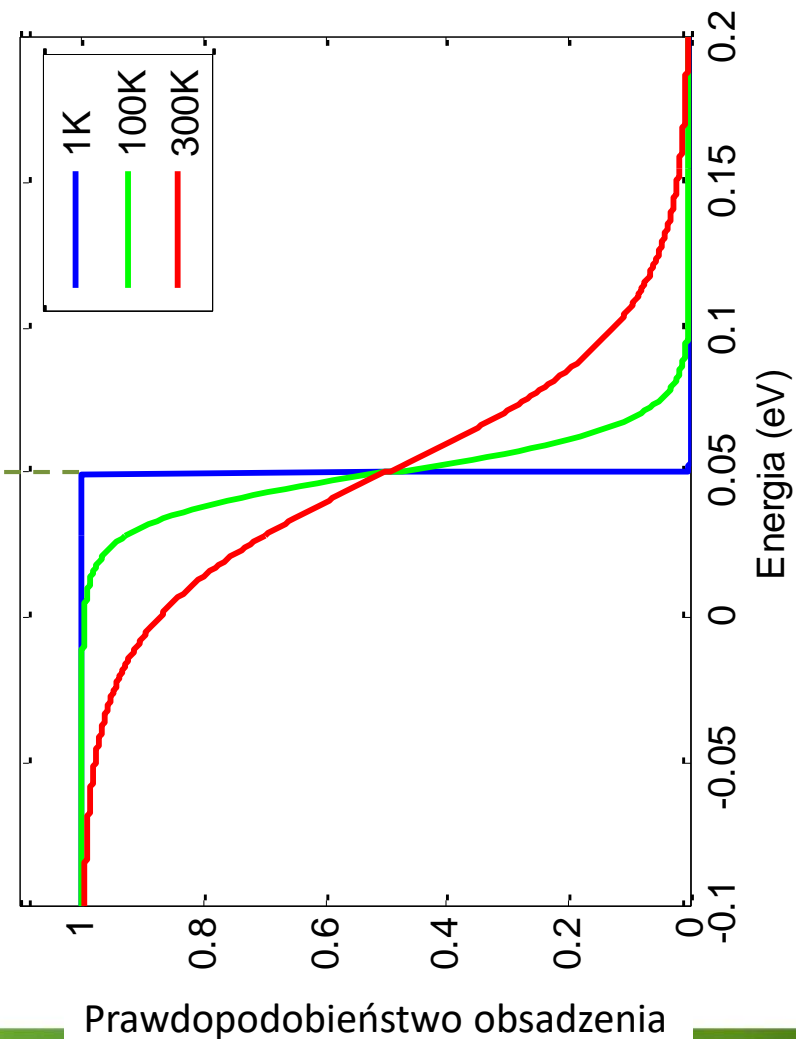
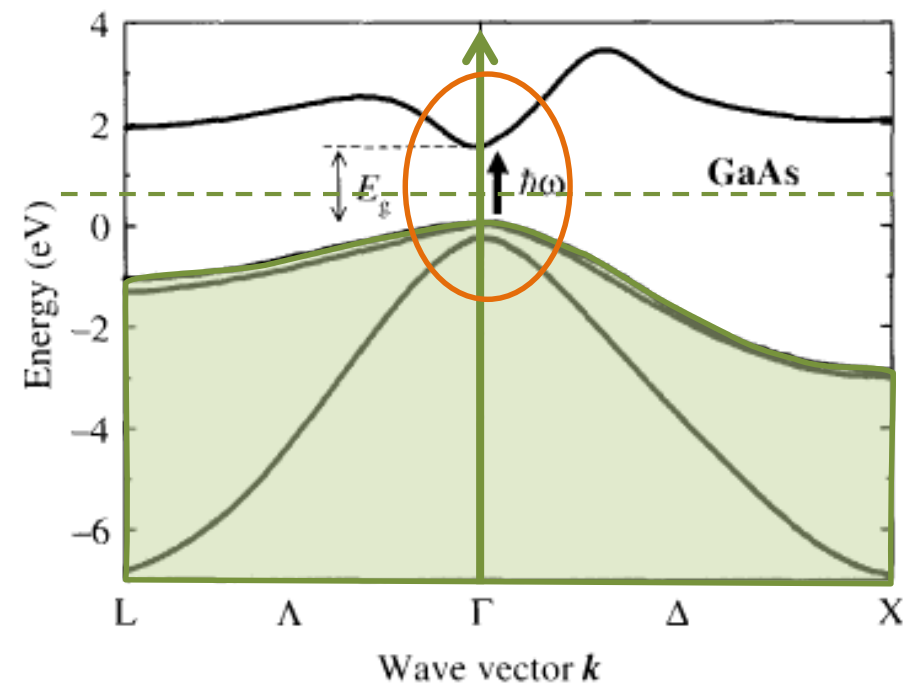
Funkcja rozkładu

Rozkład Fermiego-Diraca

Prawdopodobieństwo obsadzenia stanu kwantowego o energii E

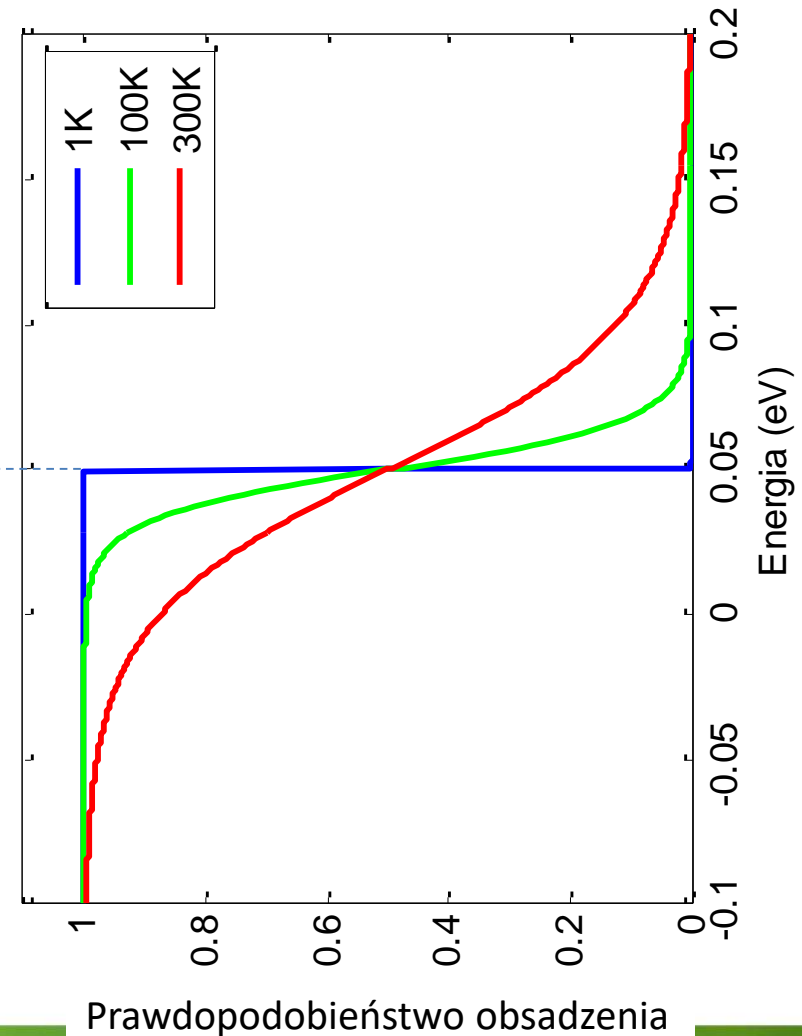
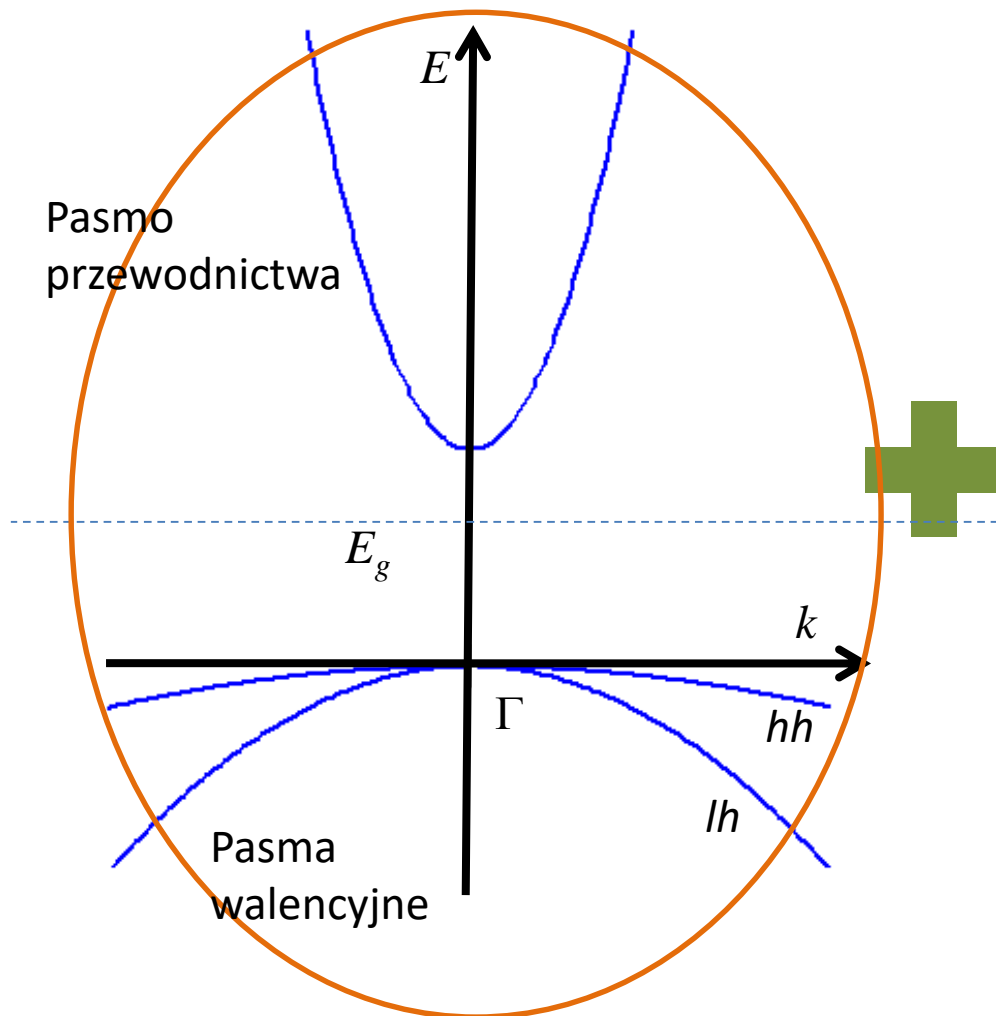
E_F – potencjał chemiczny

$$f_0 = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1}$$



Funkcja rozkładu

Rozkład Fermiego-Diraca



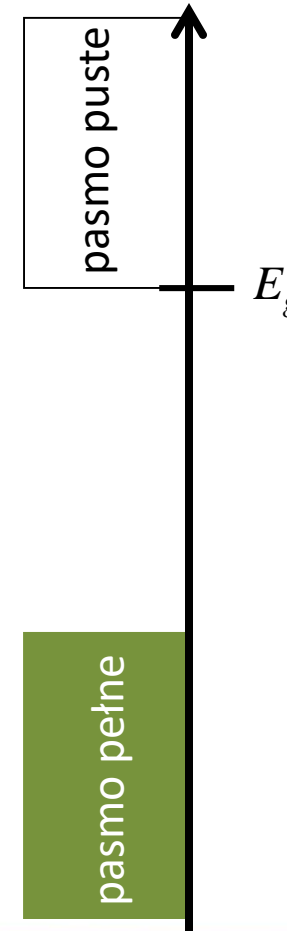
Koncentracja samoistna

Jaka jest koncentracja nośników dla $T > 0$?

W półprzewodnikach samoistnych w warunkach równowagi termodynamicznej, elektrony w paśmie przewodnictwa pojawiają się wyłącznie wskutek wzbudzenia z pasma walencyjnego.

$$n = p = n_i \text{ (koncentracja samoistna)}$$

$$n = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_B T}\right) \quad p = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{k_B T}\right)$$



Koncentracja samoistna

Jaka jest koncentracja nośników dla $T > 0$?

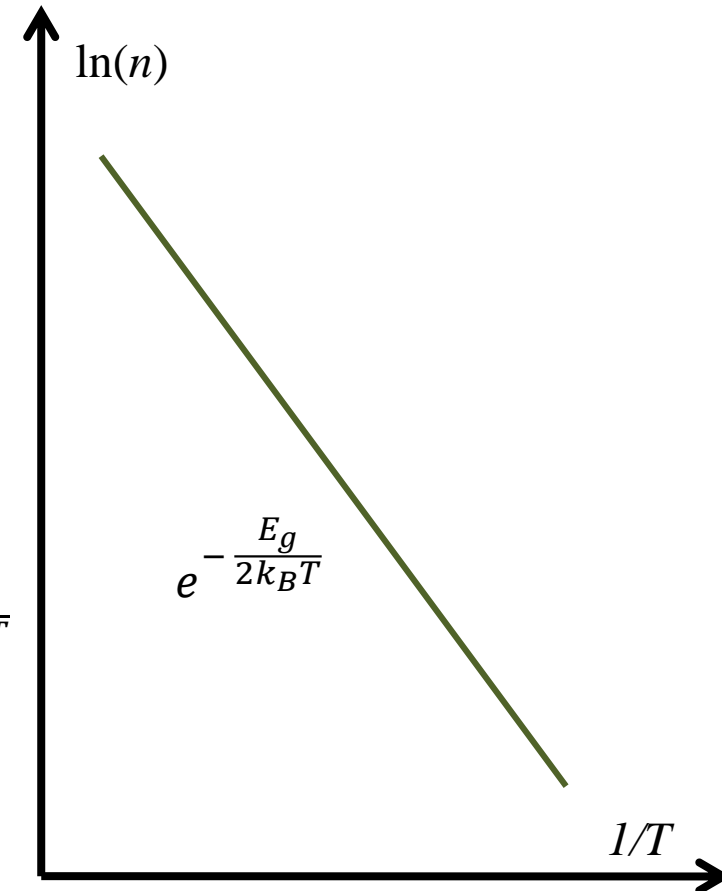
W półprzewodnikach samoistnych w warunkach równowagi termodynamicznej, elektrony w paśmie przewodnictwa pojawiają się wyłącznie wskutek wzbudzenia z pasma walencyjnego.

$$n = p = n_i \text{ (koncentracja samoistna)}$$

$$n = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_B T}\right) \quad p = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{k_B T}\right)$$

$$n \cdot p = n_i^2 = 4 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^3 (m_e^* m_h^*)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{k_B T}} = N_c N_v e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$$

$$n = p = n_i = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} (m_e^* m_h^*)^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}} = \sqrt{N_c N_v} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$



Koncentracja samoistna

Jaka jest koncentracja nośników dla $T > 0$?

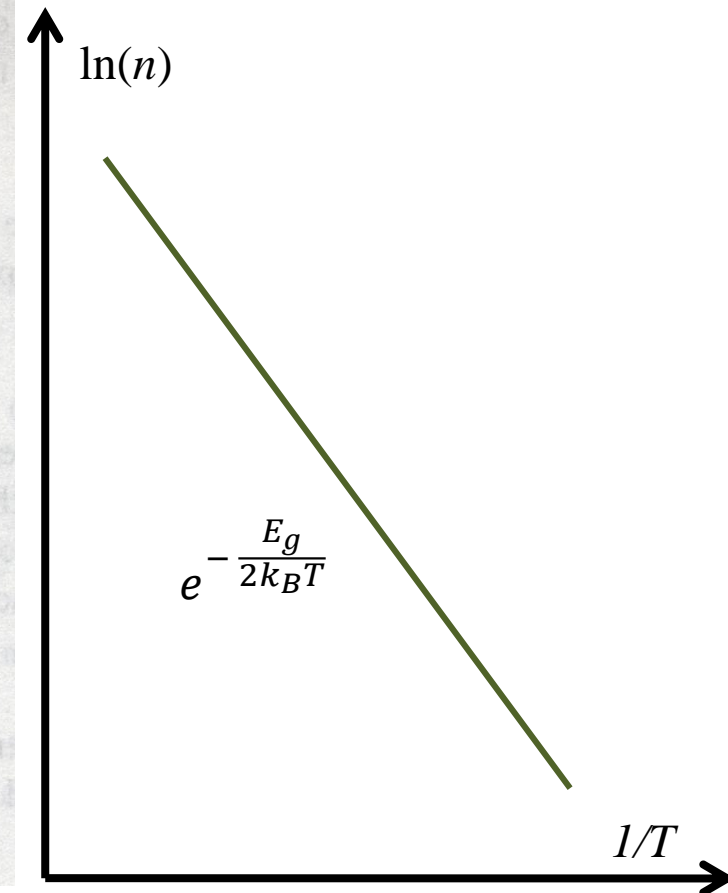
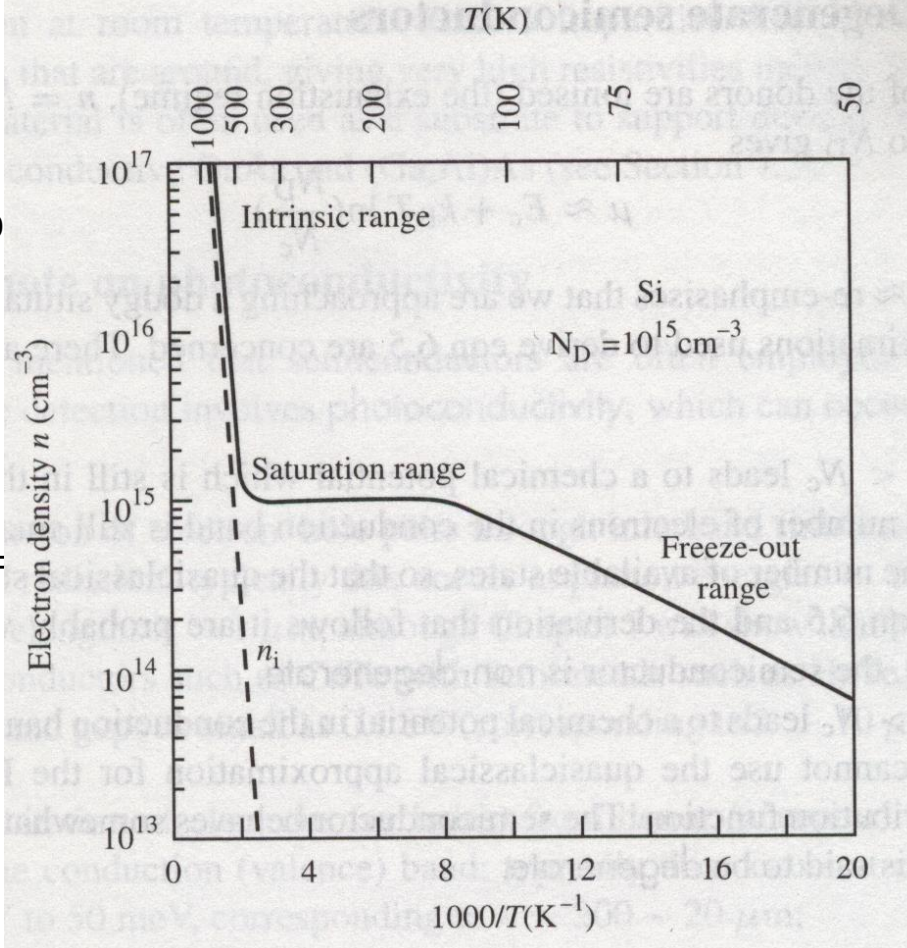
W półprzewodnikach samoistnych w warunkach równowagi termodynamicznej, elektrony w paśmie przewodzenia z pasma walencyjnego.

$$n = p = n_i$$

$$n = N_c \exp$$

$$n \cdot p = n_i^2 =$$

$$n = p = n_i$$



Koncentracja samoistna

Jaka jest koncentracja nośników dla $T > 0$?

W półprzewodnikach samoistnych w warunkach równowagi termodynamicznej, elektrony w paśmie przewodnictwa pojawiają się wyłącznie wskutek wzbudzenia z pasma walencyjnego.

Ogólnie:

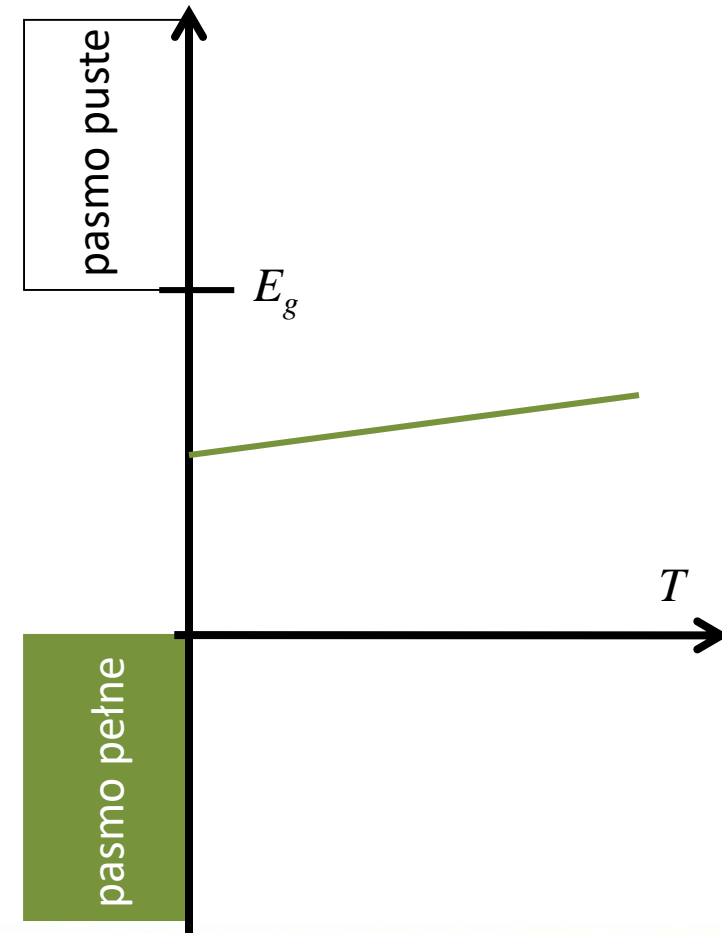
$$n \cdot p = n_i^2 = 4 \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^3 (m_e^* m_h^*)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{k_B T}} = N_c N_v e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$$

$$n = p = n_i \text{ (koncentracja samoistna)}$$

$$n = p = n_i = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} (m_e^* m_h^*)^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}} = \sqrt{N_c N_v} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

$$\frac{N_c}{N_v} = e^{\frac{2\xi - E_g}{k_B T}} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2}(E_c + E_v) + \frac{3}{4}k_B T \ln \left(\frac{m_h^*}{m_e^*} \right)$$

in our notation the middle of the band is 0



Koncentracja samoistna

Jaka jest koncentracja nośników dla $T > 0$?

W półprzewodnikach samoistnych w warunkach równowagi termodynamicznej, elektrony w paśmie przewodnictwa pojawiają się wyłącznie wskutek wzbudzenia z pasma walencyjnego.

Koncentracja samoistna typowych półprzewodników

$E_g \setminus T$	77K	300K	1200K	materiał
0,25eV	10^9 cm^{-3}	10^{16} cm^{-3}	10^{18} cm^{-3}	InSb PbSe
1eV	-	10^{10} cm^{-3}	10^{17} cm^{-3}	Ge, Si, GaAs
4eV	-	-	10^{11} cm^{-3}	ZnS, SiC, GaN, ZnO, C (diament)

R. Stępniewski

W powyższej tabelce wartości poniżej 10^{10} cm^{-3} nie mają sensu gdyż koncentracja zanieczyszczeń, a co za tym idzie koncentracja wynikająca z nieintencjonalnego domieszkowania jest większa

$$n = p = \sqrt{N_c N_v} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

$$n = N_c e^{\frac{E_F - E_c}{k_B T}}$$
$$p = N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{k_B T}}$$

Domieszki i defekty

W jaki sposób kontrolować koncentrację nośników?

W półprzewodnikach spotykamy szereg odstępstw od idealnej struktury kryształu:

- defekty struktury kryształu, luki, atomy w położeniu międzywęzłowym, dyslokacje powstałe np. w procesie wzrostu.
- obce atomy (**domieszki**) wprowadzane intencjonalnie lub wskutek zanieczyszczeń (poziom czystości)

Wskutek ich występowania pojawiają się między innymi:

- stany dozwolone w przerwie wzbronionej na skutek odstępstw od potencjału idealnej sieci
- ładunki przestrzenne w izolatorach
- ekranowanie przez swobodne nośniki

Stany domieszkowe dzielimy na:

- głębokie – potencjał krótkozasięgowy, zlokalizowany głównie w obszarze jednej komórki elementarnej – np. luka, domieszka izoelektronowa (o tej samej wartościowości co macierzysty atom np. N w InP).
- płytkie - głównie potencjał długozasięgowy – kulombowski

Domieszki i defekty

Model wodoropodobny

Atom o wartościowości wyższej o jeden niż atom macierzysty staje się źródłem potencjału kulombowskiego zmodyfikowanego stałą dielektryczną kryształu, wywołanego dodatkowym protonem w jądrze. Dodatkowy elektron będący w paśmie przewodnictwa odczuwa ten potencjał. Jego stany są opisane równaniem masy efektywnej:

$$T = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta \quad U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\epsilon_r r}$$

$$[T + U]\phi(\vec{r}) = E\phi(\vec{r})$$

II	III	IV	V	VI
Be	B	C	N	O
Mg	Al	Si	P	S
Zn	Ga	Ge	As	Se
Cd	In	Sn	Sb	Te

Grupa IV: diament, Si, Ge

Grupy III-V: GaAs, AlAs, InSb, InAs...

Grupy II-VI: ZnSe, CdTe, ZnO, SdS...

Domieszki i defekty

Model wodoropodobny

Ostatecznie zagadnienie sprowadza się do problemu atomu wodoru z nośnikiem swobodnym o masie m^* , w ośrodku dielektrycznym ze stałą ϵ i małą „poprawką” do potencjału.

$$E_n = - \left(\frac{m^*}{m_0} \right) \frac{1}{\epsilon_r^2} Ry \frac{1}{n^2}$$

$$a_B^* = \frac{4\pi\epsilon_r\epsilon_0\hbar^2}{m_0e^2} \left(\frac{m_0}{m^*} \right) = a_B\epsilon_r \left(\frac{m_0}{m^*} \right)$$

Dla typowych półprzewodników $m_e^* \approx 0.1m_e$
 $\epsilon_s \approx 10$:

Dla wodoru

$$Ry = 13.6 \text{ eV} \text{ oraz } a_B = 0.053 \text{ nm}$$

Dla GaAs

$$Ry^* \approx 5 \text{ meV} \text{ oraz } a_B^* \approx 10 \text{ nm}$$

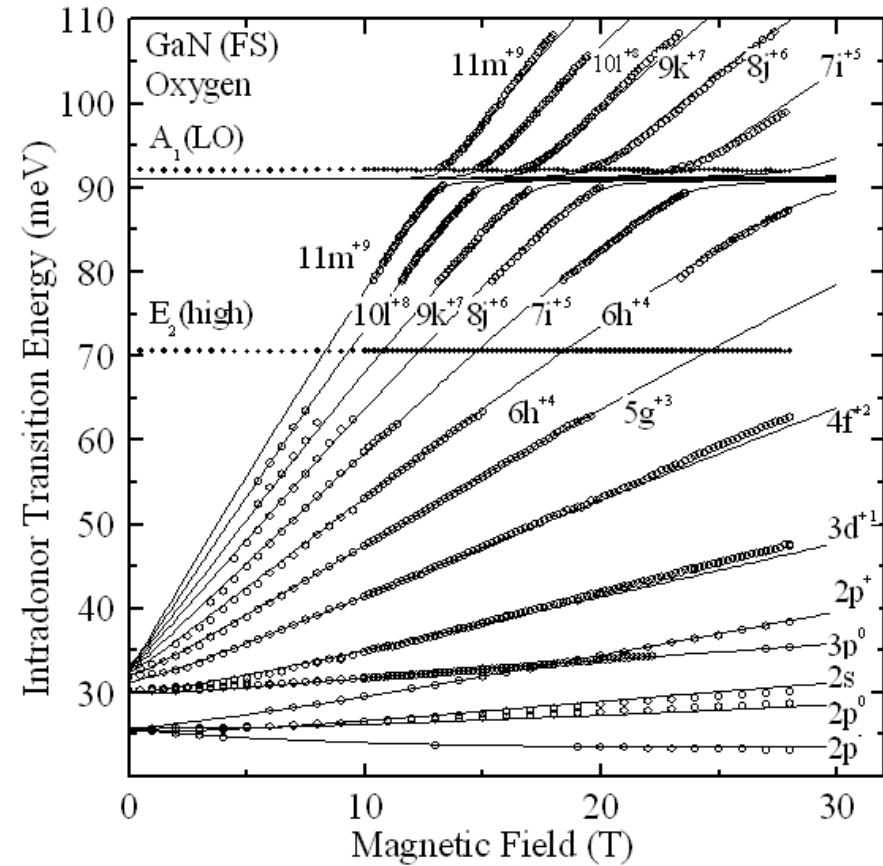
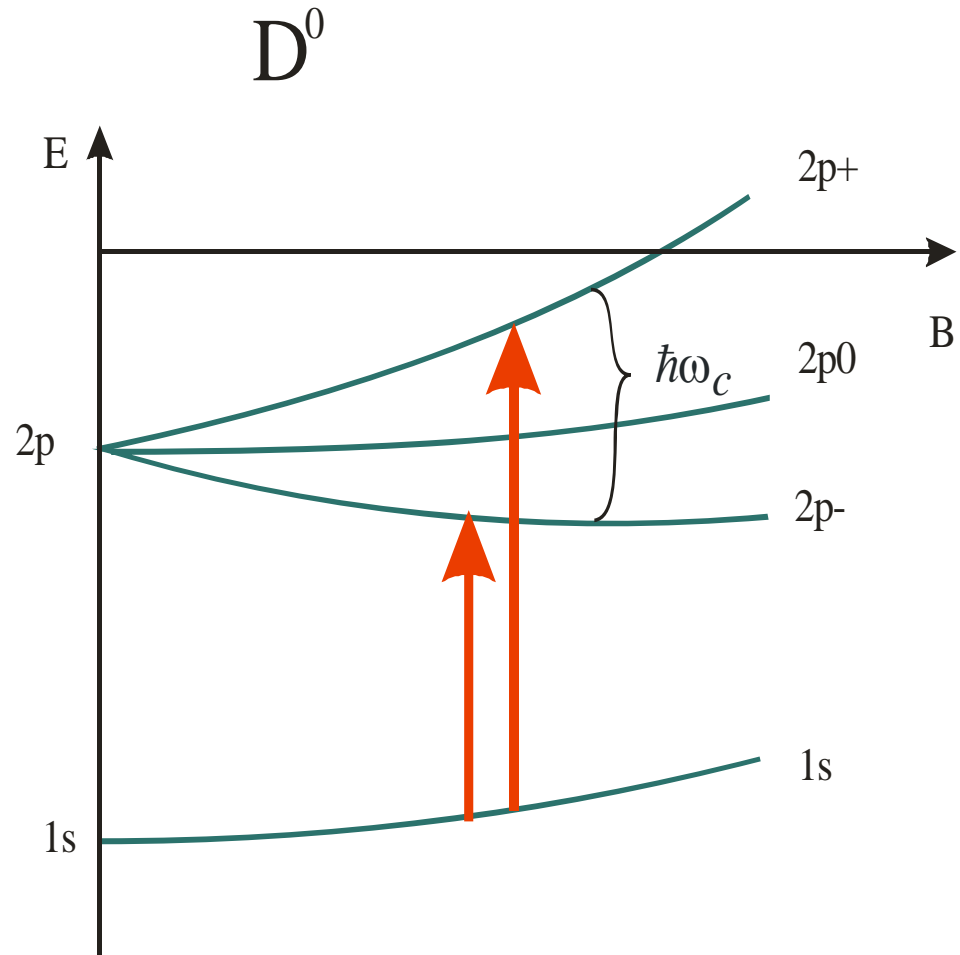
II	III	IV	V	VI
Be	B	C	N	O
Mg	Al	Si	P	S
Zn	Ga	Ge	As	Se
Cd	In	Sn	Sb	Te

Grupa IV: diament, Si, Ge

Grupy III-V: GaAs, AlAs, InSb, InAs...

Grupy II-VI: ZnSe, CdTe, ZnO, SdS...

Spektroskopia w dalekiej podczerwieni

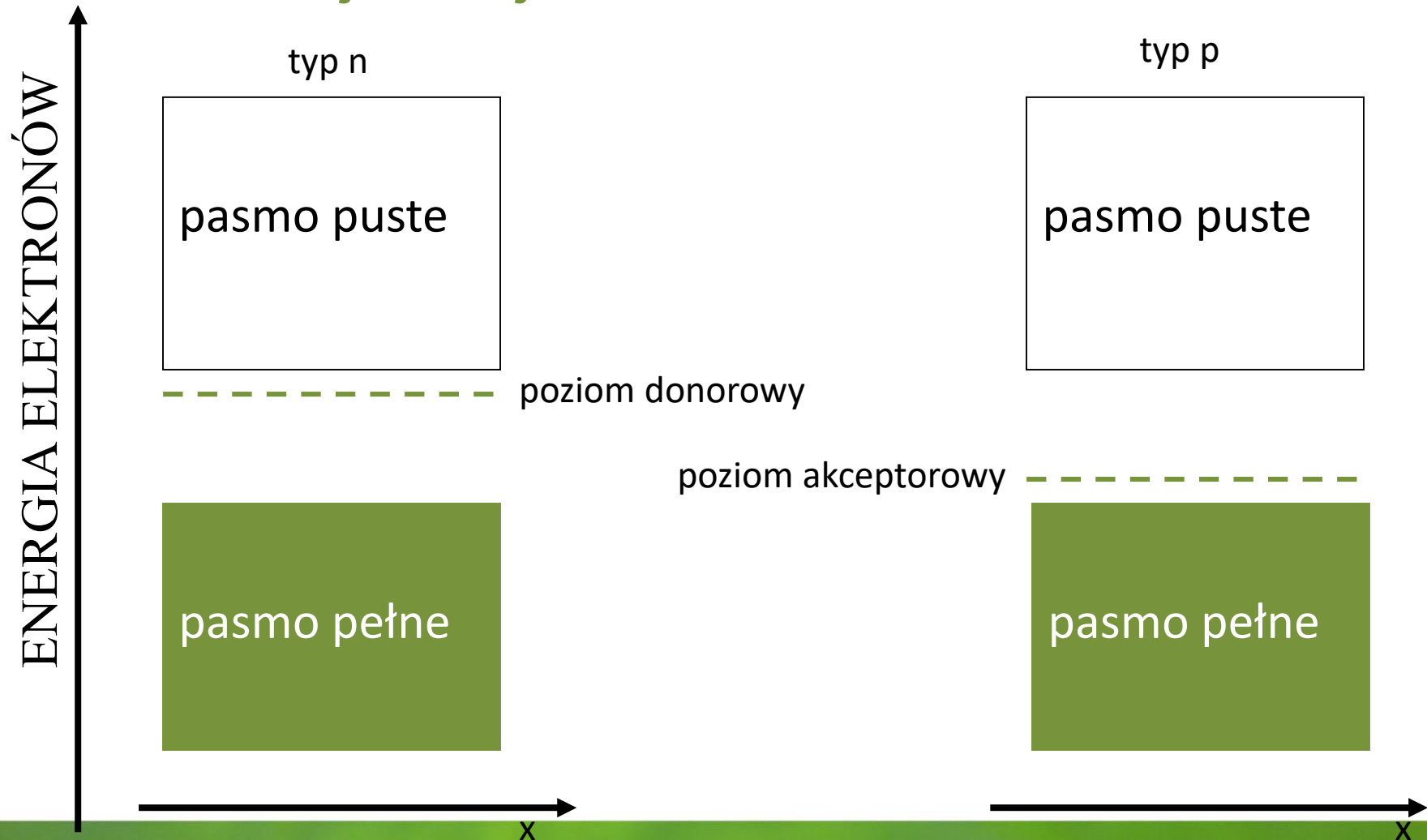


Oxygen

$R_V = 30.28(5)$ meV

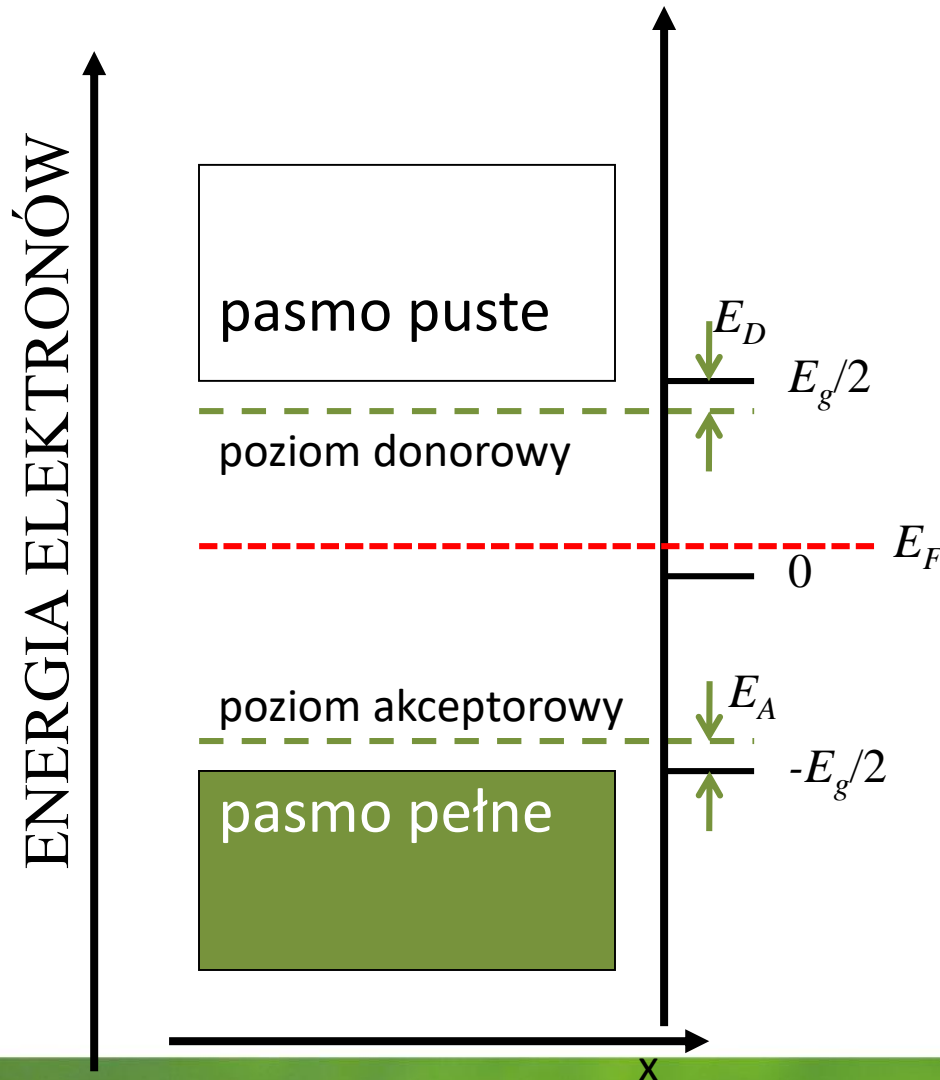
Domieszki i defekty

Model wodoropodobny – jonizacja domieszki



Domieszki i defekty

Domieszkowanie



Koncentracja nośników w półprzewodniku niesamoistnym

Rozważmy półprzewodnik, w którym:

N_A – koncentracja akceptorów

N_D – koncentracja donorów

p_A – koncentracja neutralnych akceptorów

n_D – koncentracja neutralnych donorów

n_c – koncentracja elektronów w paśmie przewodnictwa

p_v – koncentracja dziur w paśmie walencyjnym

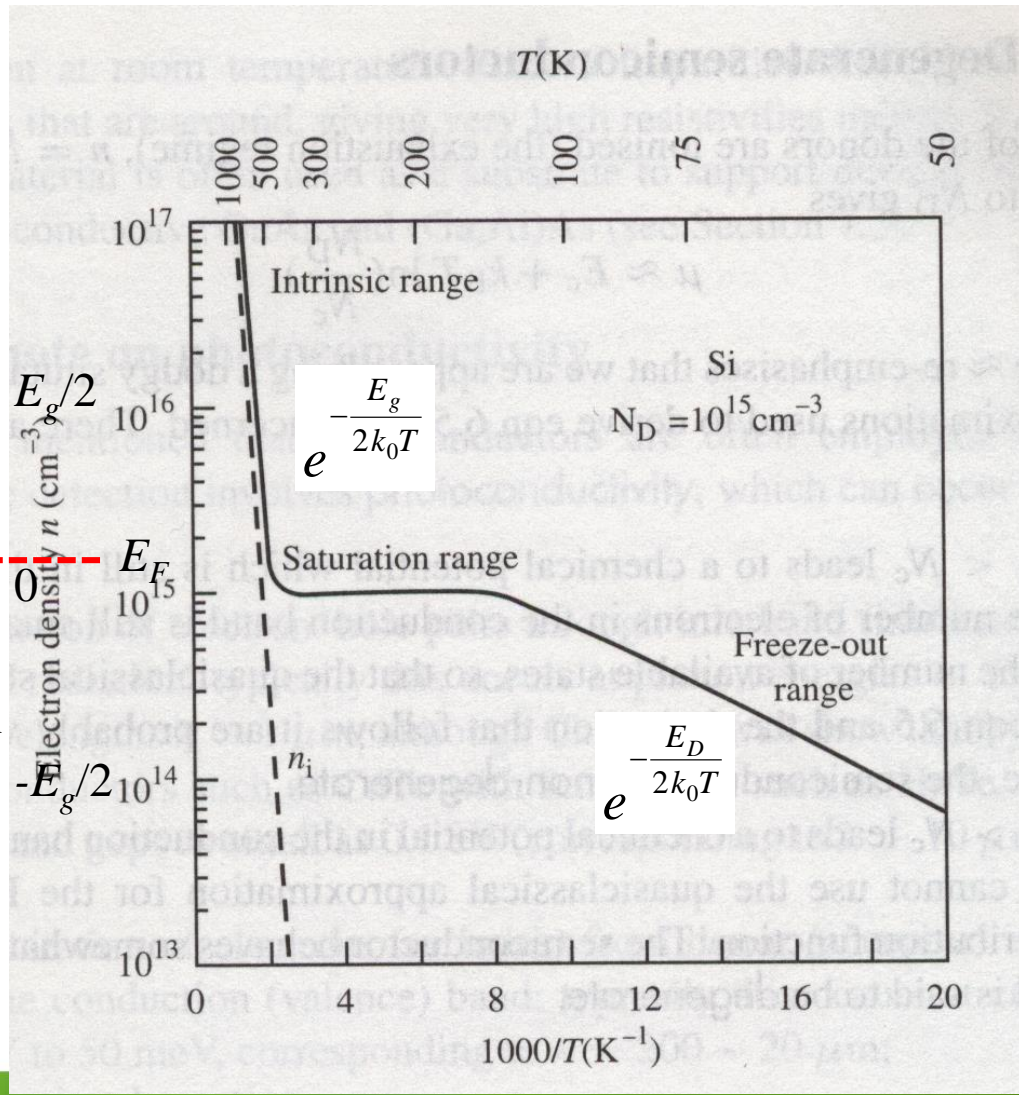
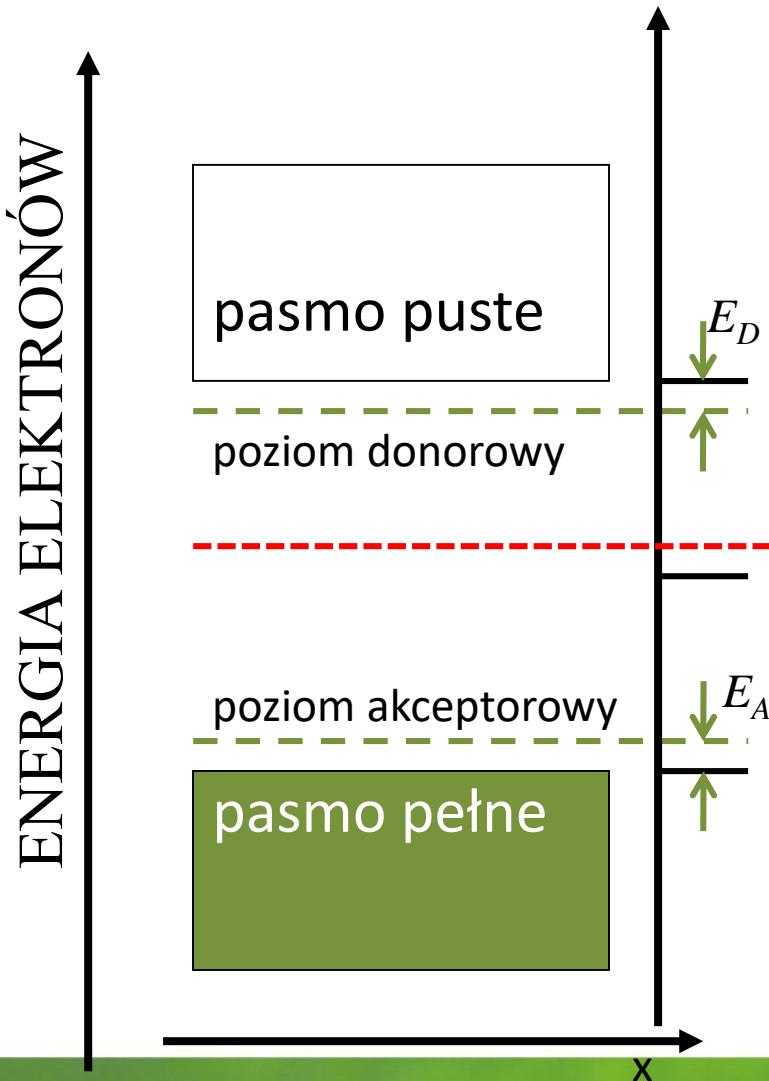
Z warunku neutralności kryształu:

$$n_c + (N_A - p_A) = p_v + (N_D - n_D)$$

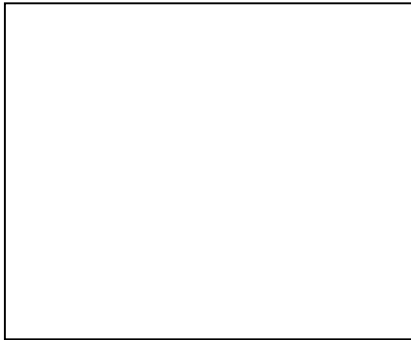
$$n_c + n_D = (N_D - N_A) + p_v + p_A$$

Domieszki i defekty

Domieszkowanie



Teoria pasmowa ciał stałych.



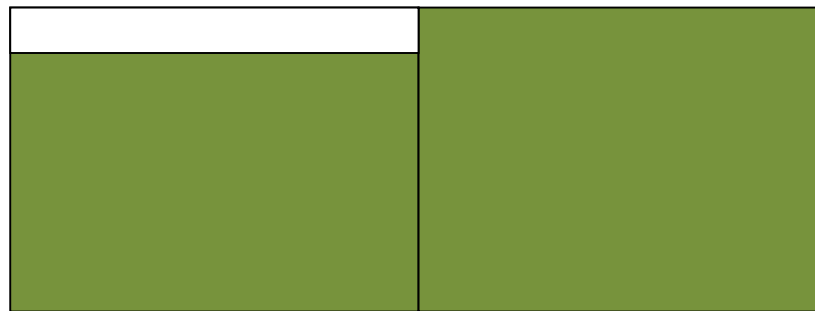
półprzewodnik typu p



półprzewodnik typu n

Teoria pasmowa ciał stałych.

Dioda – czyli złącze p - n



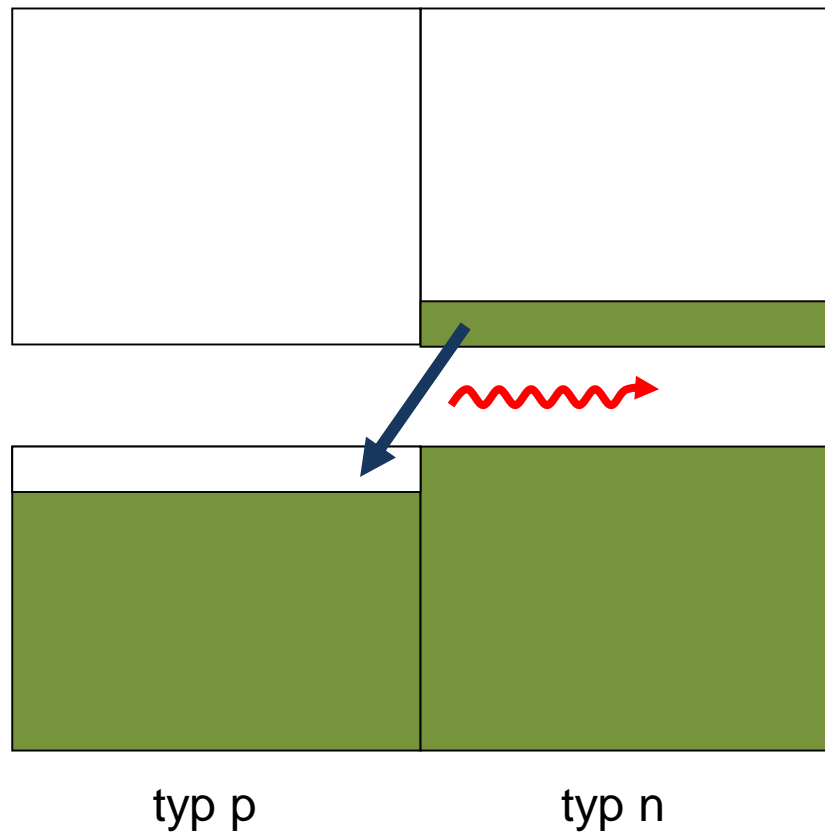
typ p

typ n

Flat band

Teoria pasmowa ciał stałych.

Dioda – czyli złącze p - n



Flat band

Teoria pasmowa ciał stałych.

Dioda – czyli złącze p-n

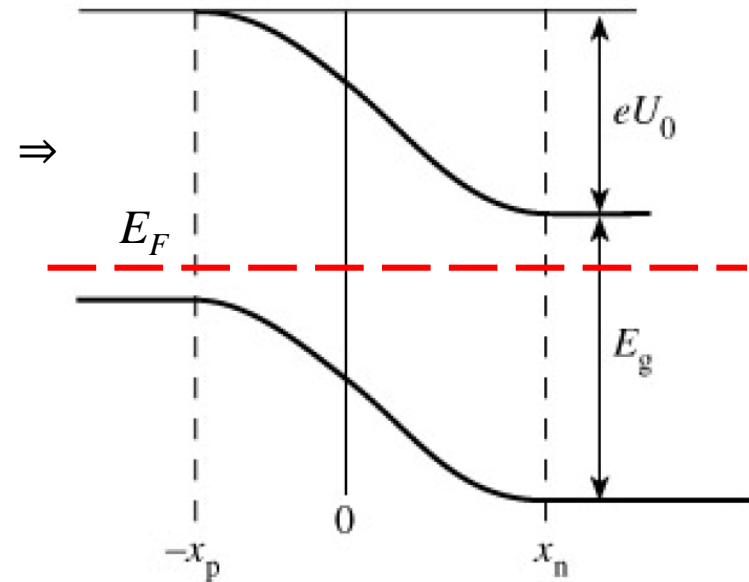
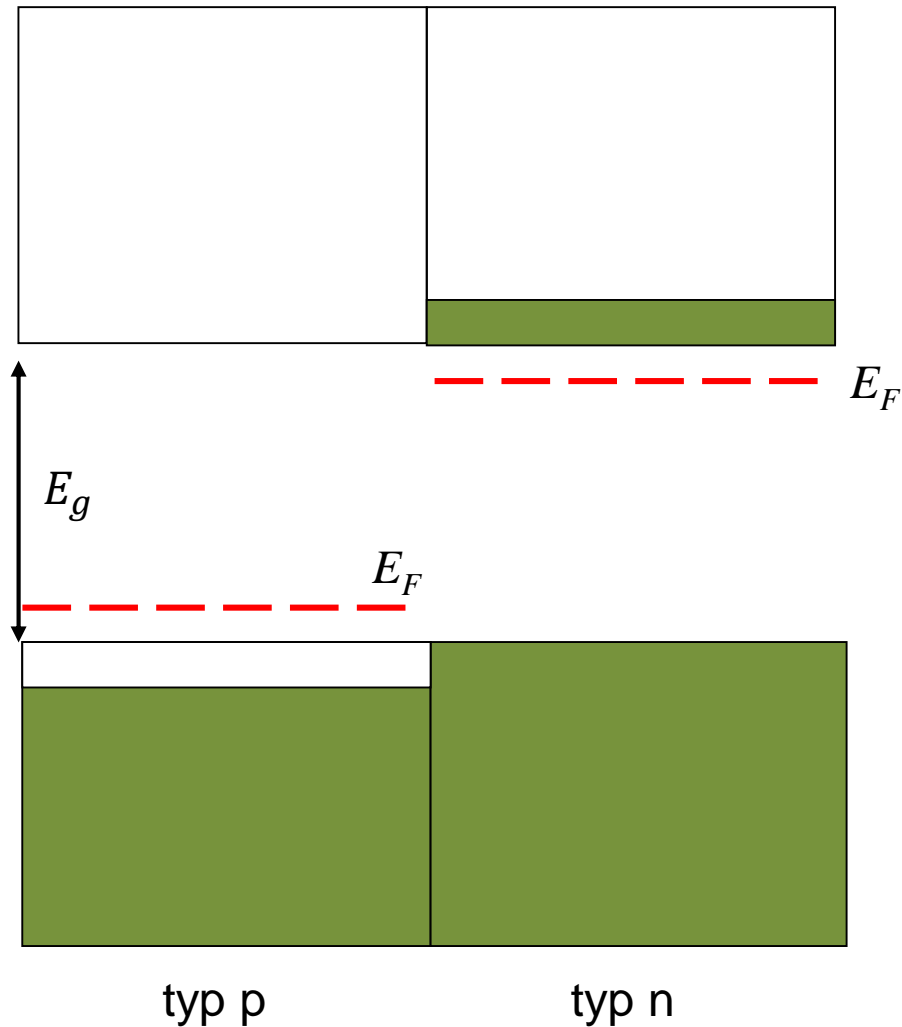


Figure 9.3: The energy diagram for the transition region of a p-n junction.

Flat band

Domieszkowanie półprzewodników

Heterozłącze (heterojunction)

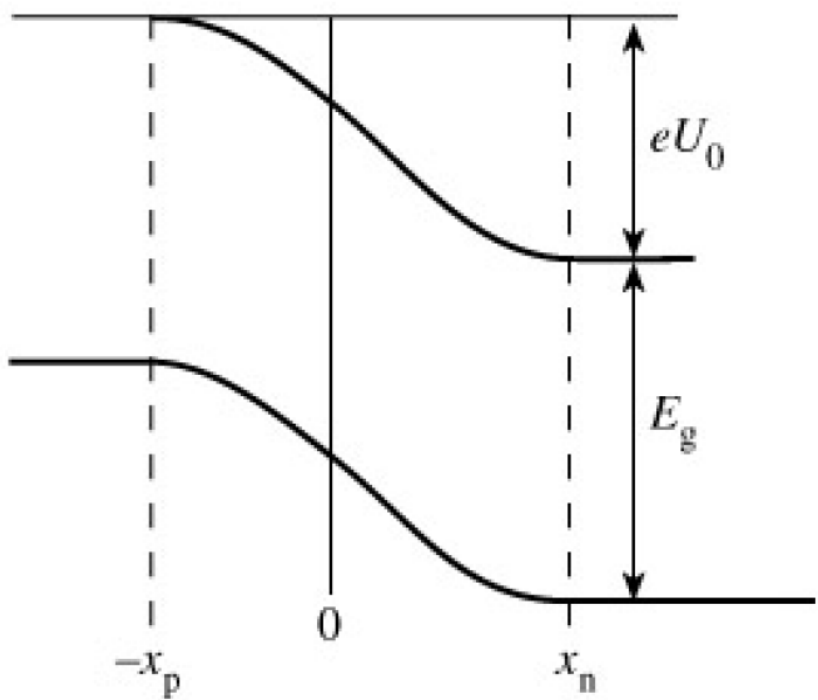
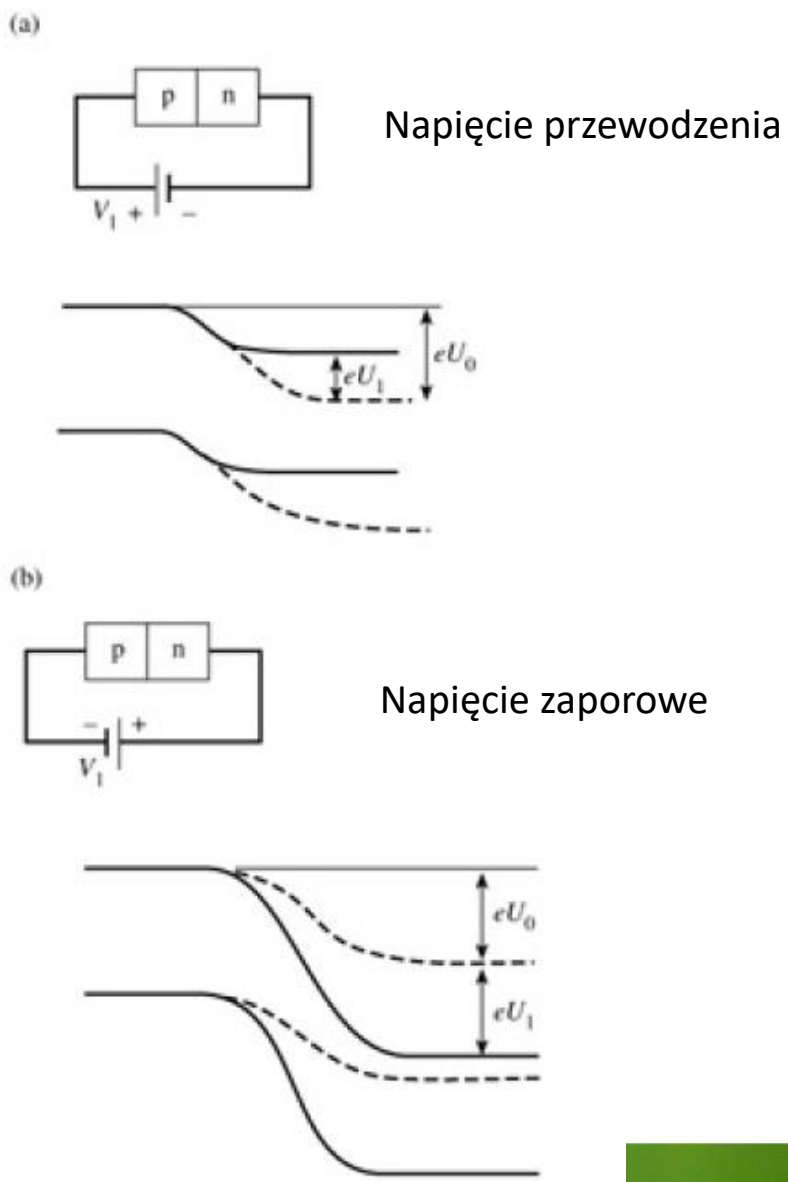


Figure 9.3: The energy diagram for the transition region of a p-n junction.



Obsadzenie poziomów domieszkowych

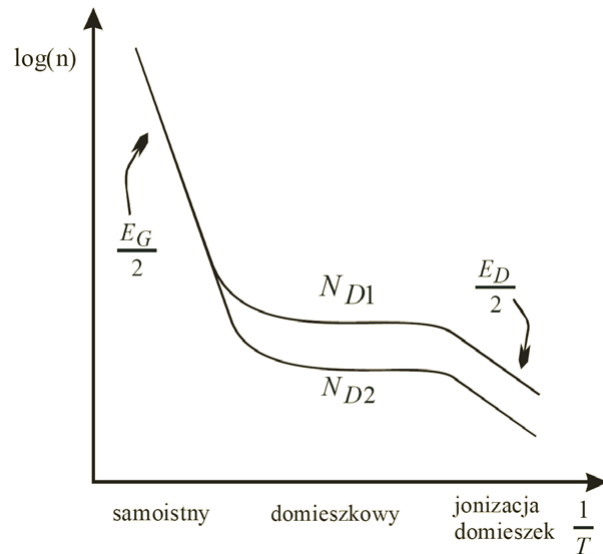
dla półprzewodników skompensowanych w niskich temperaturach energia aktywacji termicznej wynosi E_D , a nie $\frac{E_D}{2}$

jeśli domieszek jest dużo, tak, że funkcje falowe związanych na nich elektronów się przekrywają – energie jonizacji maleją, tworzą się pasma domieszkowe

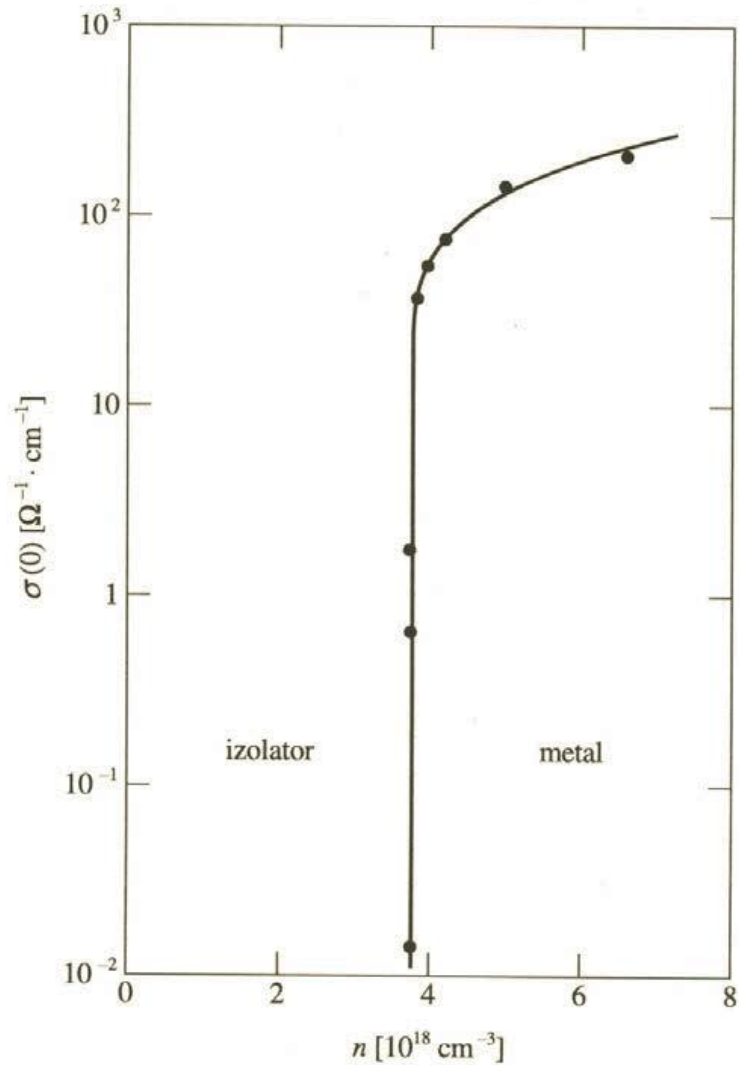
przy koncentracjach domieszek rzędu:

$$a_B^* \cdot (N_D)^{\frac{1}{3}} \approx 0.26$$

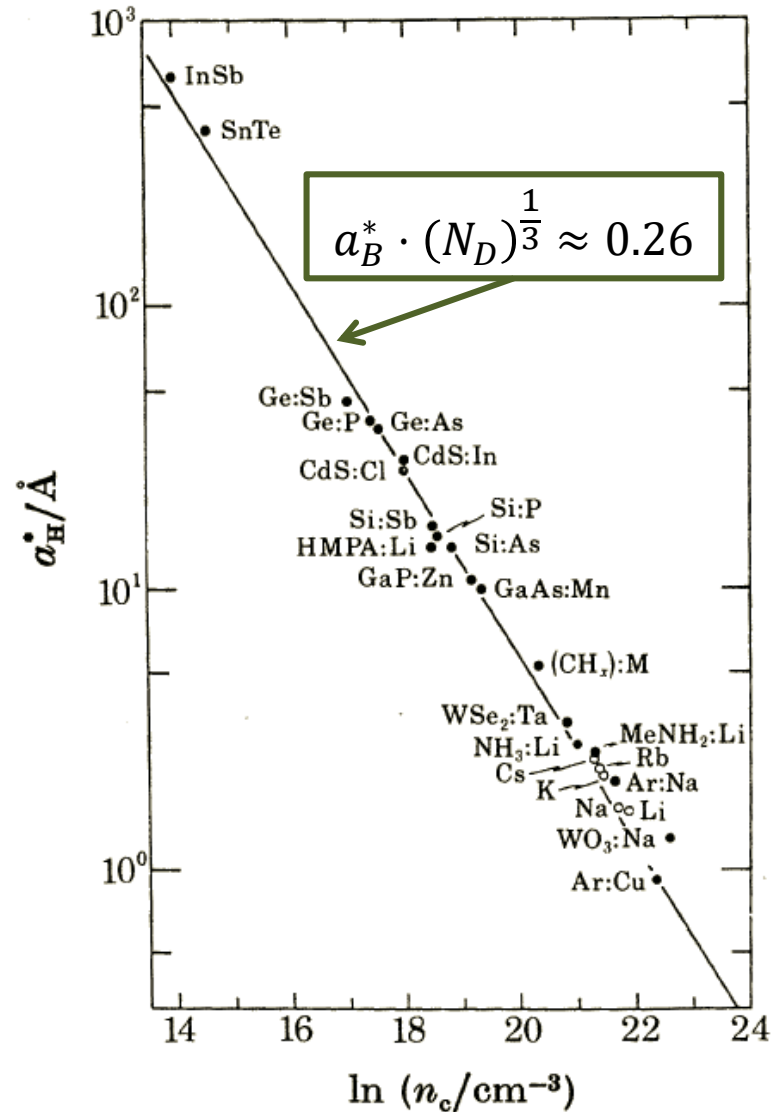
zachodzi przejście fazowe niemetal-metal (tzw. przejście Motta)



Obsadzenie poziomów domieszkowych

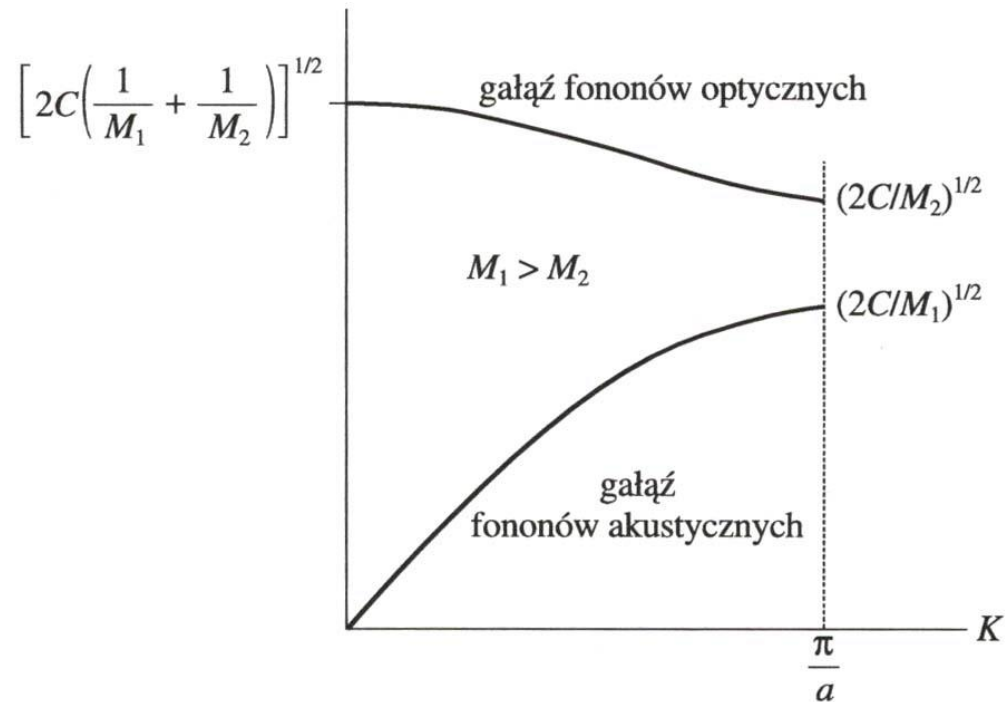
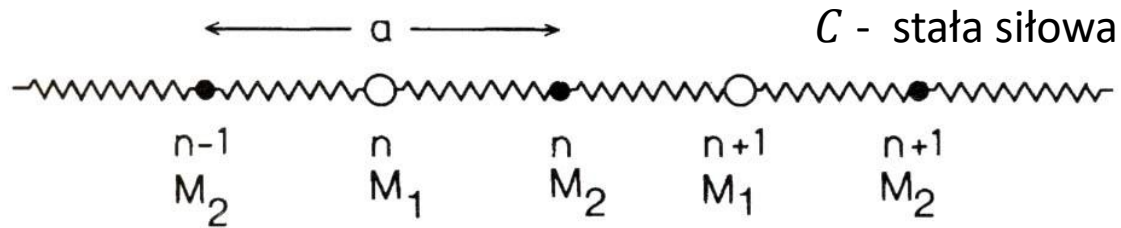


P.P. Edwards, M.J. Sienko, *J. Am. Chem. Soc.* **103**, 2967 (1981)



Fonony

Przypomnienie – ruch jednowymiarowego łańcucha złożonego na przemian z różnych mas $M_1 > M_2$:



Potencjał periodyczny

Potencjał periodyczny:

$$V(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} V_{\vec{G}} \exp(i\vec{G}\vec{r})$$

Funkcja falowa:

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_{\vec{k}} C_{\vec{k}} \exp(i\vec{k}\vec{r})$$

Równanie Schrödingera: $\left(\frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\vec{r}) \right) \varphi(\vec{r}) = E \varphi(\vec{r})$

Wstawiamy:

$$\sum_{\vec{k}} \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} C_{\vec{k}} \exp(i\vec{k}\vec{r}) + \sum_{\vec{k}, \vec{G}} C_{\vec{k}} V_{\vec{G}} \exp[i(\vec{k} + \vec{G})\vec{r}] = E \sum_{\vec{k}} C_{\vec{k}} \exp(i\vec{k}\vec{r})$$

Suma po wszystkich \vec{k}, \vec{G} , stąd:

$$\sum_{\vec{k}, \vec{G}} C_{\vec{k}} V_{\vec{G}} \exp[i(\vec{k} + \vec{G})\vec{r}] = \dots \vec{k} + \vec{G} \rightarrow \vec{k} \dots = \sum_{\vec{k}, \vec{G}} C_{\vec{k}-\vec{G}} V_{\vec{G}} \exp[i\vec{k}\vec{r}]$$

Stąd:

$$\sum_{\vec{k}} \exp(i\vec{k}\vec{r}) \left[\left(\frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} - E \right) C_{\vec{k}} + \sum_{\vec{G}} C_{\vec{k}-\vec{G}} V_{\vec{G}} \right] = 0 \quad \text{Dla dowolnego } \vec{r}.$$

Potencjał periodyczny

Potencjał periodyczny:

$$V(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} V_{\vec{G}} \exp(i\vec{G}\vec{r})$$

Funkcja falowa:

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_{\vec{k}} C_{\vec{k}} \exp(i\vec{k}\vec{r})$$

$$\sum_{\vec{k}} \exp(i\vec{k}\vec{r}) \left[\left(\frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} - E \right) C_{\vec{k}} + \sum_{\vec{G}} C_{\vec{k}-\vec{G}} V_{\vec{G}} \right] = 0 \quad \text{Dla dowolnego } \vec{r}.$$

$$\left(\frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} - E \right) C_{\vec{k}} + \sum_{\vec{G}} C_{\vec{k}-\vec{G}} V_{\vec{G}} = 0$$

Równanie na współczynniki $C_{\vec{k}}$

Okazuje się, że jest wspólne dla $C_{\vec{k}-\vec{G}_1}, C_{\vec{k}-\vec{G}_2}, C_{\vec{k}-\vec{G}_3}$

Równanie dla

$$\psi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} C(\vec{k} - \vec{G}) e^{-i\vec{G}\vec{r}} e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

Równanie dla „pakietu f. Blocha”

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_{\vec{k}} \psi_{n,\vec{k}}(\vec{r})$$

Potencjał periodyczny

Twierdzenie Blocha

Funkcje Blocha, których wektory falowe różnią się o wektor przestrzeni odwrotnej \vec{G} są takie same!

$$\psi_{n, \vec{k} + \vec{G}}(\vec{r}) = \psi_{n, \vec{k}}(\vec{r})$$

$$\vec{G} = h\vec{g}_1 + k\vec{g}_2 + l\vec{g}_3$$

Dowód:

$$\dots \Rightarrow \psi_{n, \vec{k}}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} C(\vec{k} - \vec{G}) e^{-i\vec{G}\vec{r}}$$

$$\begin{aligned} \psi_{n, \vec{k} + \vec{G}}(\vec{r}) &= u_{n, \vec{k} + \vec{G}}(\vec{r}) e^{i(\vec{k} + \vec{G})\vec{r}} = \sum_{\vec{G}'} C(\vec{k} + \vec{G} - \vec{G}') e^{-i\vec{G}'\vec{r}} e^{i(\vec{k} + \vec{G})\vec{r}} = \dots \\ &= \sum_{\vec{G}''} C(\vec{k} - \vec{G}'') e^{-i\vec{G}''\vec{r}} e^{i(\vec{k})\vec{r}} = \psi_{n, \vec{k}}(\vec{r}) \end{aligned}$$

Co z energią?

$$\left(\frac{\vec{p}^2}{2m_0} + V(\vec{r}) \right) \psi_{n, \vec{k}}(\vec{r}) = E(n, \vec{k}) \psi_{n, \vec{k}}(\vec{r})$$

$$\left(\frac{\vec{p}^2}{2m_0} + V(\vec{r}) \right) \psi_{n, \vec{k} + \vec{G}}(\vec{r}) = E(n, \vec{k} + \vec{G}) \psi_{n, \vec{k} + \vec{G}}(\vec{r})$$

Potencjał periodyczny

Twierdzenie Blocha

Funkcje Blocha, których wektory falowe różnią się o wektor przestrzeni odwrotnej \vec{G} są takie same!

$$\psi_{n, \vec{k} + \vec{G}}(\vec{r}) = \psi_{n, \vec{k}}(\vec{r})$$

$$\vec{G} = h\vec{g}_1 + k\vec{g}_2 + l\vec{g}_3$$

Dowód:

$$\dots \Rightarrow \psi_{n, \vec{k}}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} C(\vec{k} - \vec{G}) e^{-i\vec{k}\vec{r}}$$

$$\begin{aligned} \psi_{n, \vec{k} + \vec{G}}(\vec{r}) &= u_{n, \vec{k} + \vec{G}}(\vec{r}) e^{i(\vec{k} + \vec{G})\vec{r}} = \sum_{\vec{G}'} C(\vec{k} + \vec{G} - \vec{G}') e^{-i\vec{G}'\vec{r}} e^{i(\vec{k} + \vec{G})\vec{r}} = \dots \\ &= \sum_{\vec{G}''} C(\vec{k} - \vec{G}'') e^{-i\vec{G}''\vec{r}} e^{i\vec{k}\vec{r}} = \psi_{n, \vec{k}}(\vec{r}) \end{aligned}$$

Co z energią?

$$\left(\frac{\vec{p}^2}{2m_0} + V(\vec{r}) \right) \psi_{n, \vec{k}}(\vec{r}) = E(n, \vec{k}) \psi_{n, \vec{k}}(\vec{r})$$

$$\left(\frac{\vec{p}^2}{2m_0} + V(\vec{r}) \right) \psi_{n, \vec{k} + \vec{G}}(\vec{r}) = E(n, \vec{k} + \vec{G}) \psi_{n, \vec{k} + \vec{G}}(\vec{r})$$

Energia jest periodyczną funkcją wektora falowego \vec{k} !

$$\Rightarrow E(n, \vec{k}) = E(n, \vec{k} + \vec{G})$$

Potencjał periodyczny

Twierdzenie Blocha

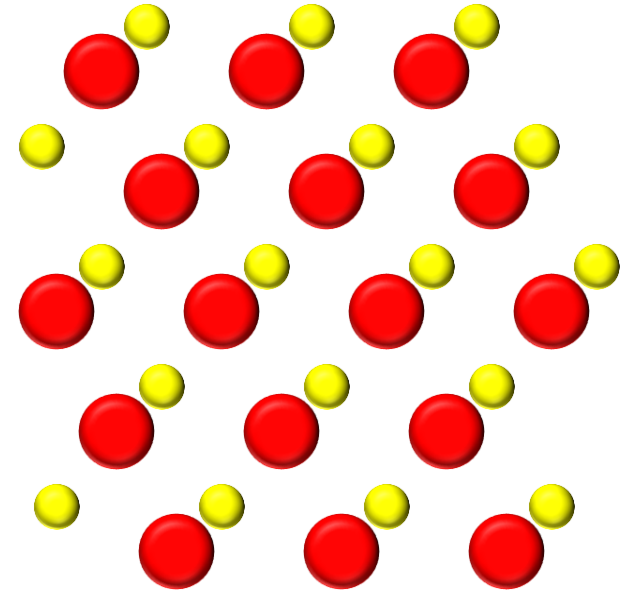
Właściwości funkcji Blocha: $\varphi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}}$

1. $u_{n,\vec{k}}(\vec{r} + \vec{R}) = u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$
2. $\varphi_{n,\vec{k}+\vec{G}}(\vec{r}) = \varphi_{n,\vec{k}}(\vec{r})$
3. $E_n(\vec{k}) = E_n(\vec{k} + \vec{G})$

Przy tablicy

Dla potencjału periodycznego dążącego do zera (model prawie swobodnych elektronów):

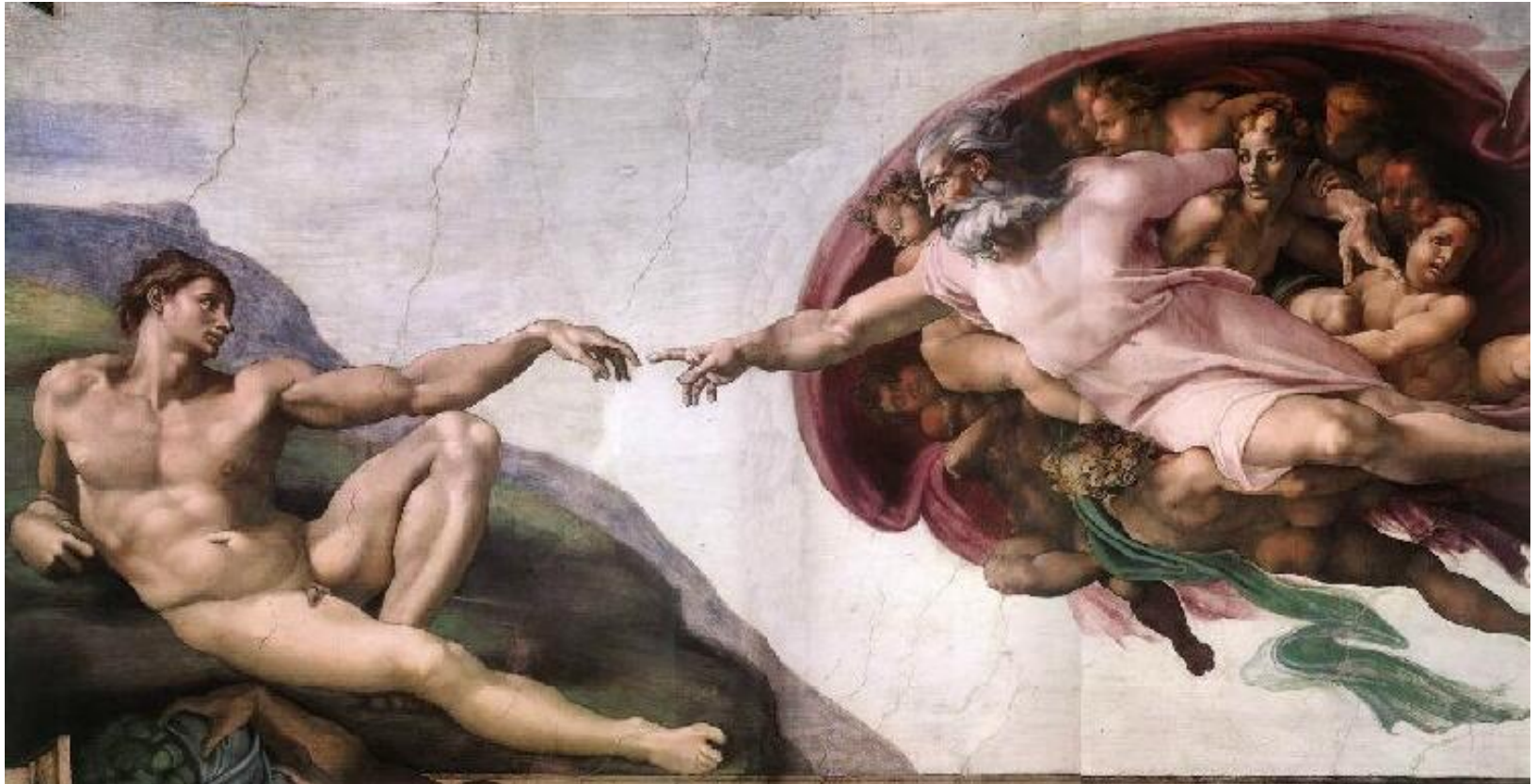
$$E_n(\vec{k}) = E_n(\vec{k} + \vec{G}) \approx \frac{\hbar^2}{2m} |\vec{k} + \vec{G}|^2$$





"Mr. Osborne, may I be excused? My brain is full."

Kwazi-cząstki kwazi-wszechświata

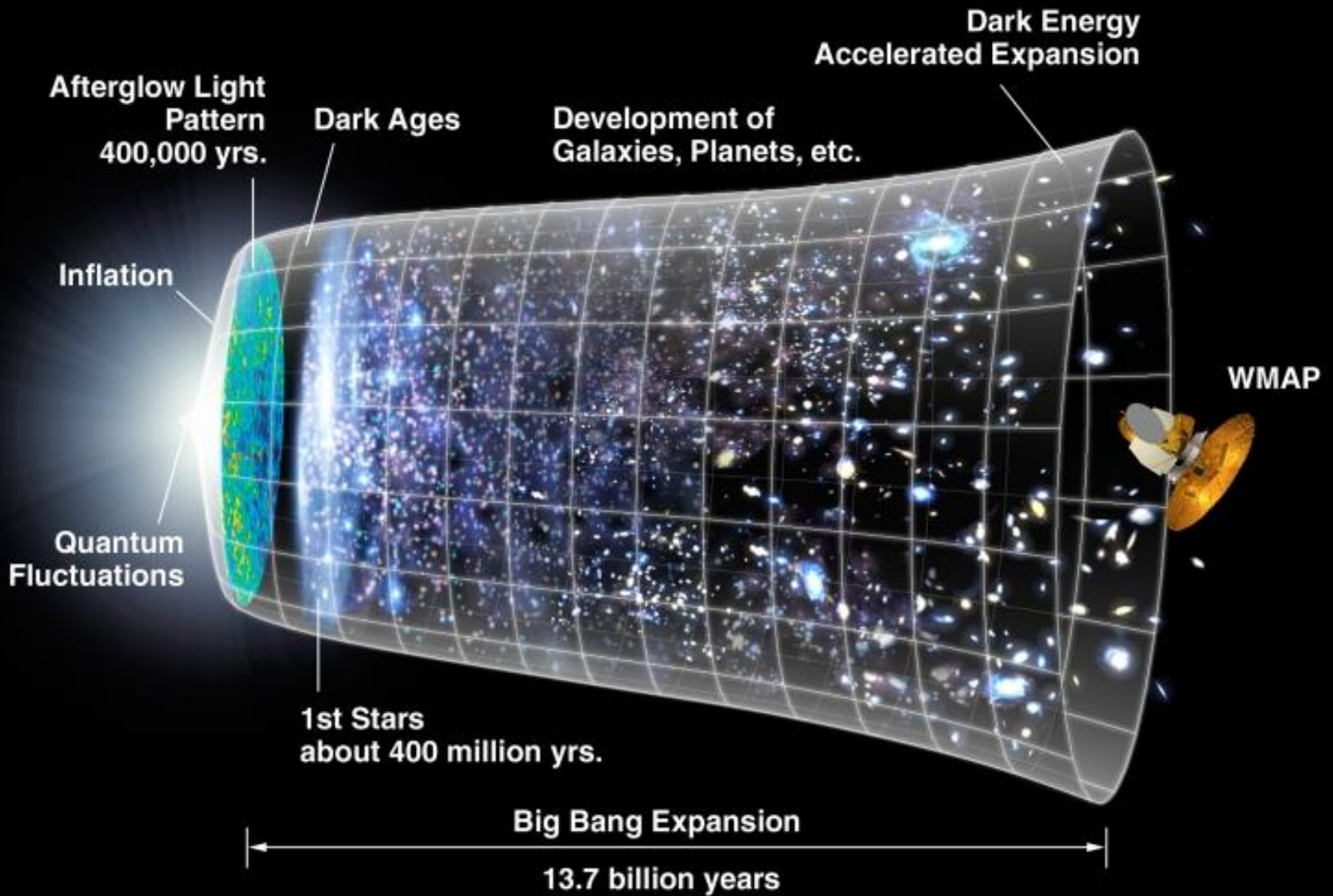


Matematyka i przyroda



*Dialog z przyrodą musi być
prowadzony w języku matematyki,
w przeciwnym razie przyroda nie
odpowiada na nasze pytania.*

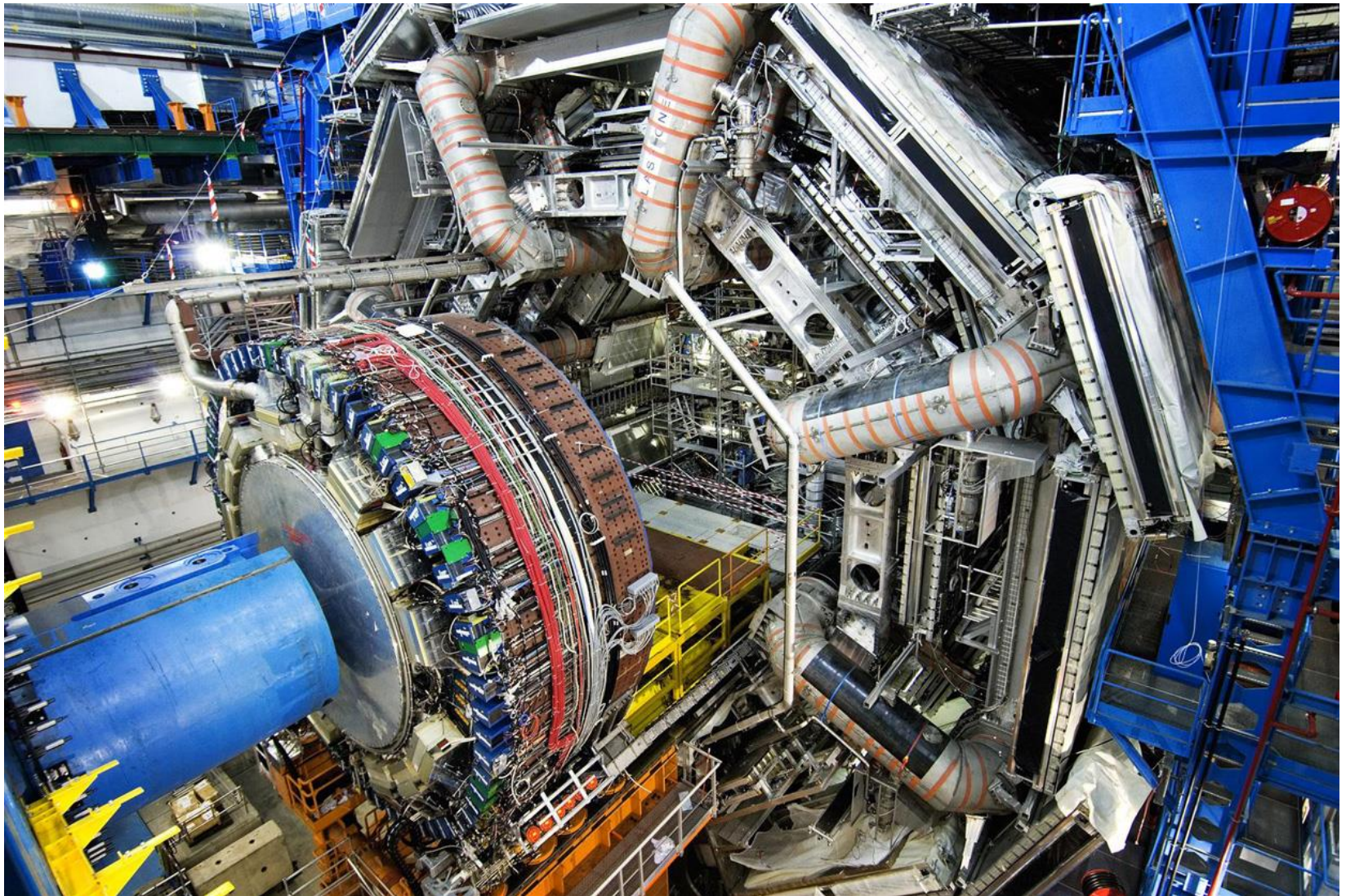
prof. Michał Heller



Pierwiastki

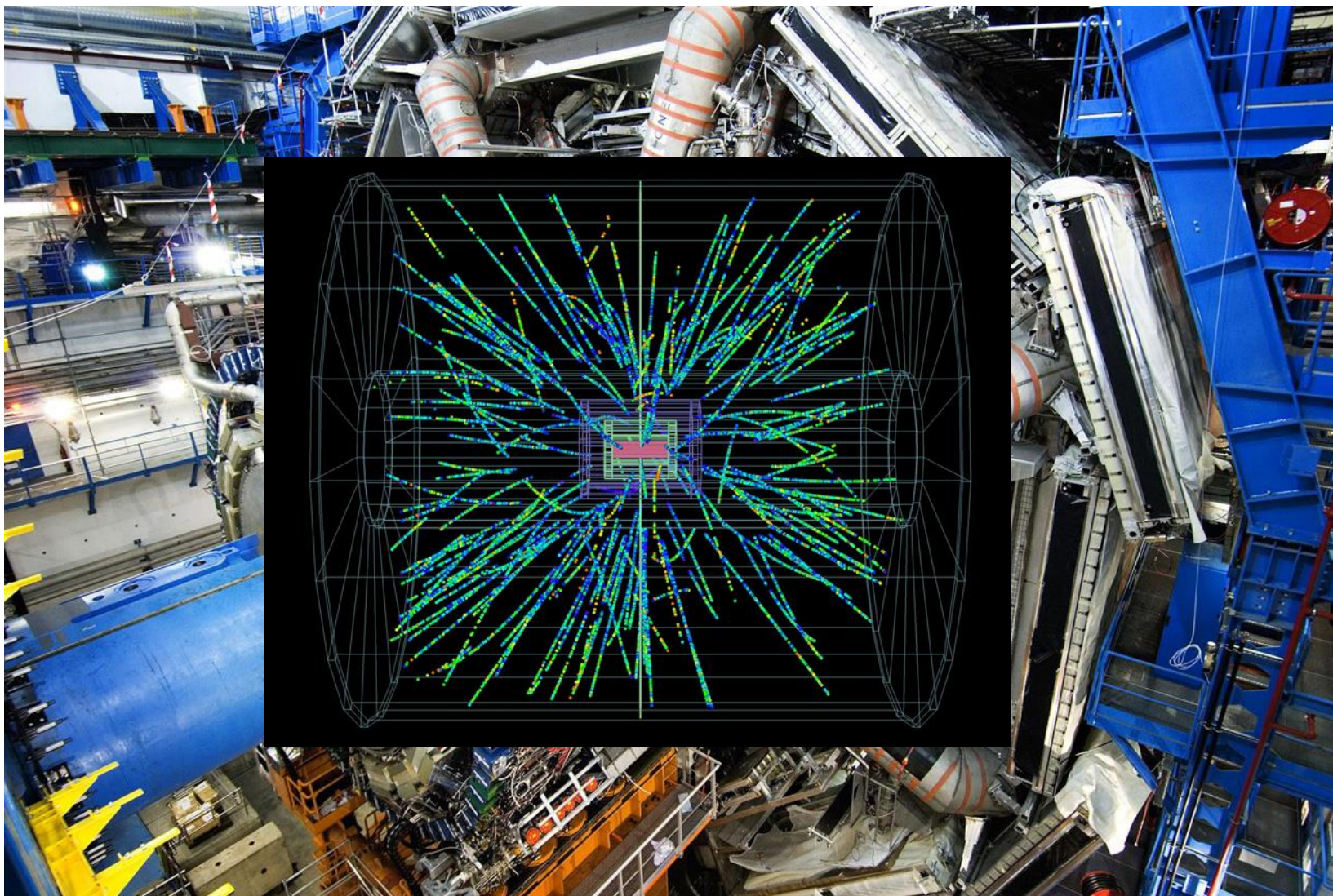
Group	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
Period																			
1	1 H																		2 He
2	3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne	
3	11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar	
4	19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr	
5	37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe	
6	55 Cs	56 Ba	* 71 Lu	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn	
7	87 Fr	88 Ra	** 103 Lr	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112 Cn	113 Uut	114 Uuq	115 Uup	116 Uuh	117 Uus	118 Uuo	
*Lanthanoids			* 57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb			
**Actinoids			** 89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No			

Cząstki elementarne



LHC
CERN

Cząstki elementarne



LHC
CERN

Category	Particle Name	Symbol	Anti-particle	Mass (MeV/c ²)	B	L _e	L _μ	L _τ	S	Lifetime(s)	Principal Decay Modes ^a	
Leptons	Electron	e ⁻	e ⁺	0.511	0	+1	0	0	0	Stable		
	Electron-neutrino	ν _e	$\bar{\nu}_e$	< 7 eV/c ²	0	+1	0	0	0	Stable		
	Muon	μ ⁻	μ ⁺	105.7	0	0	+1	0	0	2.20 × 10 ⁻⁶	e ⁻ ν _e ν _μ	
	Muon-neutrino	ν _μ	$\bar{\nu}_\mu$	< 0.3	0	0	+1	0	0	Stable		
	Tau	τ ⁻	τ ⁺	1.784	0	0	0	+1	0	< 4 × 10 ⁻¹³	μ ⁻ $\bar{\nu}_\mu$ ν _τ , e ⁻ $\bar{\nu}_e$ ν _τ	
	Tau-neutrino	ν _τ	$\bar{\nu}_\tau$	< 30	0	0	0	+1	0	Stable		
Hadrons	Mesons	Pion	π ⁺	π ⁻	139.6	0	0	0	0	2.60 × 10 ⁻⁸	μ ⁺ ν _μ	
			π ⁰	Self	135.0	0	0	0	0	0.83 × 10 ⁻¹⁶	2γ	
		Kaon	K ⁺	K ⁻	493.7	0	0	0	0	+1	1.24 × 10 ⁻⁸	μ ⁺ ν _μ , π ⁺ π ⁰
			K _s ⁰	\bar{K}_s^0	497.7	0	0	0	0	+1	0.89 × 10 ⁻¹⁰	π ⁺ π ⁻ , 2π ⁰
		K _L ⁰	\bar{K}_L^0	497.7	0	0	0	0	+1	5.2 × 10 ⁻⁸	π [±] e [∓] $\bar{\nu}_e$, 3π ⁰	
											π [±] μ [∓] $\bar{\nu}_\mu$	
	Eta	η	Self	548.8	0	0	0	0	0	< 10 ⁻¹⁸	2γ, 3π ⁰	
		η'	Self	958	0	0	0	0	0	2.2 × 10 ⁻²¹	ηπ ⁺ π ⁻	
	Baryons	Proton	p	\bar{p}	938.3	+1	0	0	0	0	Stable	
		Neutron	n	\bar{n}	939.6	+1	0	0	0	0	614	pe ⁻ $\bar{\nu}_e$
Lambda		Λ ⁰	$\bar{\Lambda}^0$	1115.6	+1	0	0	0	-1	2.6 × 10 ⁻¹⁰	pπ ⁻ , nπ ⁰	
												pπ ⁰ , nπ ⁺
Sigma		Σ ⁺	$\bar{\Sigma}^-$	1189.4	+1	0	0	0	-1	0.80 × 10 ⁻¹⁰	Λ ⁰ γ	
		Σ ⁰	$\bar{\Sigma}^0$	1192.5	+1	0	0	0	-1	6 × 10 ⁻²⁰	nπ ⁻	
		Σ ⁻	$\bar{\Sigma}^+$	1197.3	+1	0	0	0	-1	1.5 × 10 ⁻¹⁰	pπ ⁺	
Delta		Δ ⁺⁺	$\bar{\Delta}^{--}$	1230	+1	0	0	0	0	6 × 10 ⁻²⁴	pπ ⁰ , nπ ⁺	
		Δ ⁺	$\bar{\Delta}^-$	1231	+1	0	0	0	0	6 × 10 ⁻²⁴	nπ ⁰ , pπ ⁻	
		Δ ⁰	$\bar{\Delta}^0$	1232	+1	0	0	0	0	6 × 10 ⁻²⁴	nπ ⁻	
	Δ ⁻	$\bar{\Delta}^+$	1234	+1	0	0	0	0	6 × 10 ⁻²⁴	Λ ⁰ π ⁰		
Xi	Ξ ⁰	$\bar{\Xi}^0$	1315	+1	0	0	0	-2	2.9 × 10 ⁻¹⁰	Λ ⁰ π ⁻		
	Ξ ⁻	$\bar{\Xi}^+$	1321	+1	0	0	0	-2	1.64 × 10 ⁻¹⁰	Ξ ⁻ π ⁰ , Ξ ⁰ π ⁻ , Λ ⁰ K ⁻		
Omega	Ω ⁻	Ω ⁺	1672	+1	0	0	0	-3	0.82 × 10 ⁻¹⁰			

^a Notations in this column such as pπ⁻, nπ⁰ mean two possible decay modes. In this case, the two possible decays are Λ⁰ → p + π⁻ and Λ⁰ → n + π⁰.

Particles zoo

Cząstki elementarne - kwarki



The Nobel Prize in Physics 1969

Murray Gell-Mann

The Nobel Prize in Physics 1969



Murray Gell-Mann

The Nobel Prize in Physics 1969 was awarded to Murray Gell-Mann "for his contributions and discoveries concerning the classification of elementary particles and their interactions".

Zweig, George



WIKIPEDIA
Wolna encyklopedia

[Strona główna](#)
[Losuj artykuł](#)
[Kategorie artykułów](#)
[Najlepsze artykuły](#)
[Częste pytania \(FAQ\)](#)

[Dla czytelników](#)
[O Wikipedii](#)
[Zgłoś błąd](#)
[Kontakt](#)
[Wspomóż Wikipedię](#)

[Dla wikipedystów](#)
[Pierwsze kroki](#)
[Portal wikipedystów](#)
[Ogłoszenia](#)
[Zasady](#)
[Pomoc](#)
[Ostatnie zmiany](#)

[Narzędzia](#)

Nie jesteś zalogowany [Dyskusja](#) [Edycje](#) [Utwórz konto](#) [Zaloguj się](#)

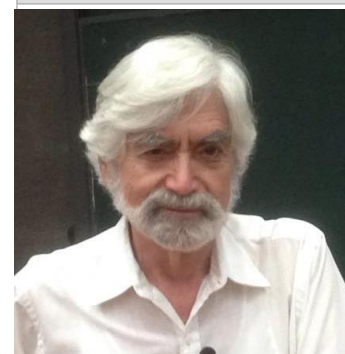
Artykuł [Dyskusja](#) [Czytaj](#) [Edytuj](#) [Historia i autorzy](#)

George Zweig [\[edytuj\]](#)

George Zweig (ur. w roku 1937 w Moskwie, w rodzinie żydowskiej) - fizyk, był początkowo uczniem Richarda Feynmana, lecz z czasem poświęcił się neurobiologii. W roku 1959 ukończył Uniwersytet Michigan, a w roku 1964 Politechnikę Kalifornijską. Wiele lat spędził jako pracownik naukowej prowadząc badania naukowe w amerykańskim Narodowym Laboratorium Los Alamos i Politechnice w Massachusetts. Od roku 2004 zajął się pracą w przemyśle finansowym.

W roku 1964 Zweig, będąc studentem ostatniego roku Politechniki Kalifornijskiej, (niezależnie od M. Gell-Manna) wysunął hipotezę istnienia kwarków. Zweig początkowo nazywał je "asami", posługując się analogią do czterech asów w tali kart, gdyż podejrzewał on, iż kwarków jest cztery.

George Zweig



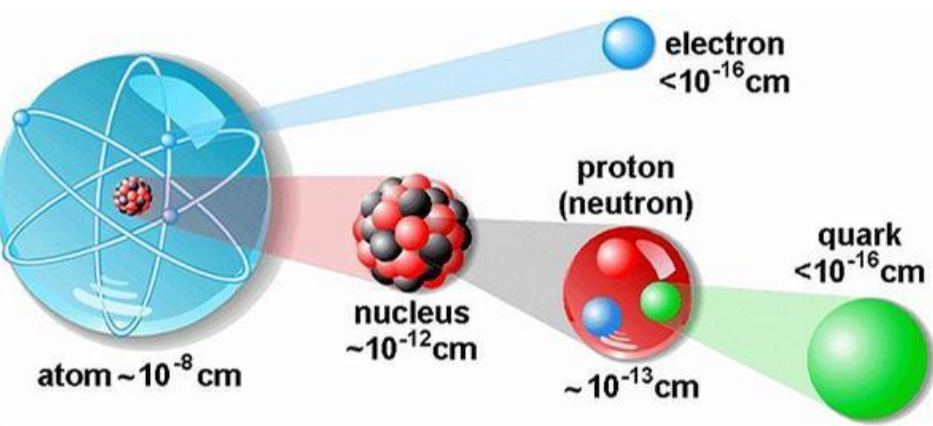
Cząstki elementarne

Group	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
Period																			
1	1																		2
2	3	4												5	6	7	8	9	10
3	11	12											13	14	15	16	17	18	
4	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	
5	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	
6	55	56	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	
7	87	88	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	

*Lanthanoids	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
**Actinoids	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102

Three Generations of Matter (Fermions)

	I	II	III	
mass →	2.4 MeV	1.27 GeV	171.2 GeV	0
charge →	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0
spin →	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
name →	u up	c charm	t top	γ photon
Quarks	4.8 MeV	104 MeV	4.2 GeV	0
	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
	d down	s strange	b bottom	g gluon
Leptons	<2.2 eV	<0.17 MeV	<15.5 MeV	91.2 GeV
	0	0	0	0
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino	Z⁰ weak force
	0.511 MeV	105.7 MeV	1.777 GeV	80.4 GeV
	-1	-1	-1	±1
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
	e electron	μ muon	τ tau	W[±] weak force



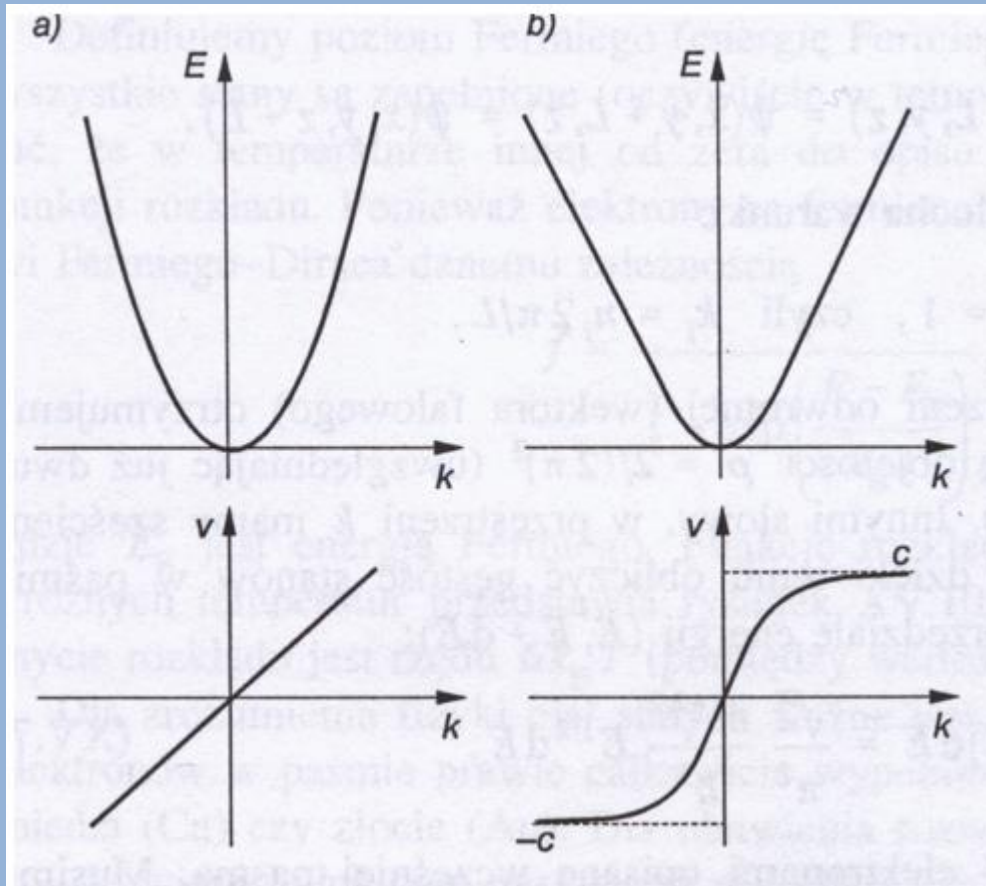
Bosons (Forces)

Energia kinetyczna $E(\vec{p})$

$m \neq 0$

$$E(\vec{p}) = \frac{mv^2}{2} = \frac{\vec{p}^2}{2m}$$

$$E(\vec{p}) = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}$$



$$E(\vec{v}) = \frac{mv^2}{2}$$

$$E(\vec{p}) = \frac{p^2}{2m}$$

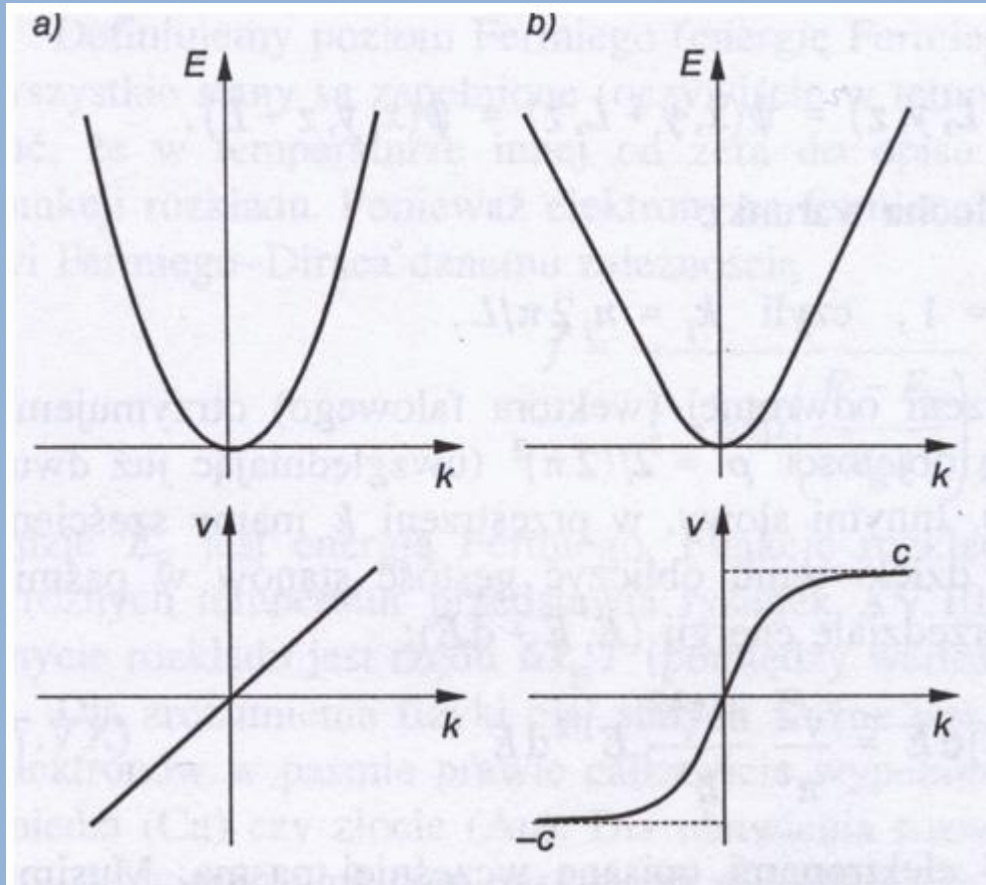


Energia kinetyczna $E(\vec{p})$

$$m \neq 0$$

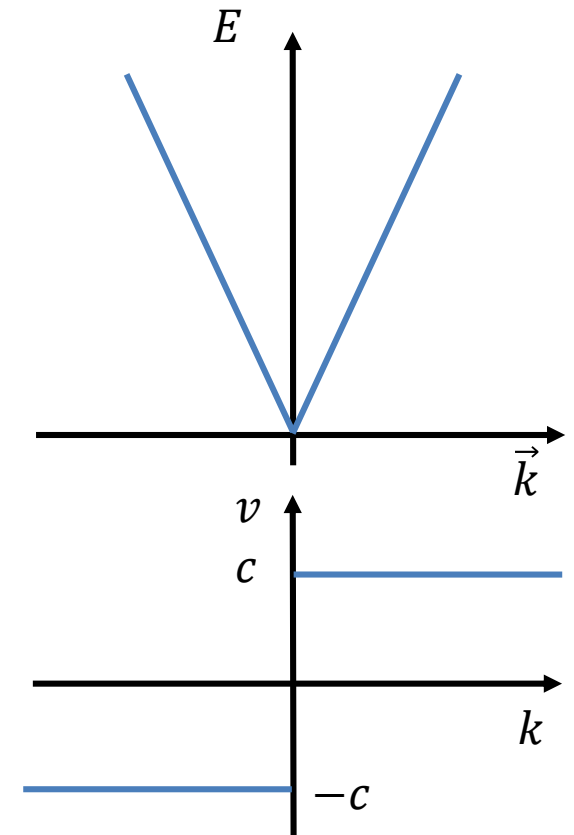
$$E(\vec{p}) = \frac{mv^2}{2} = \frac{\vec{p}^2}{2m}$$

$$E(\vec{p}) = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}$$

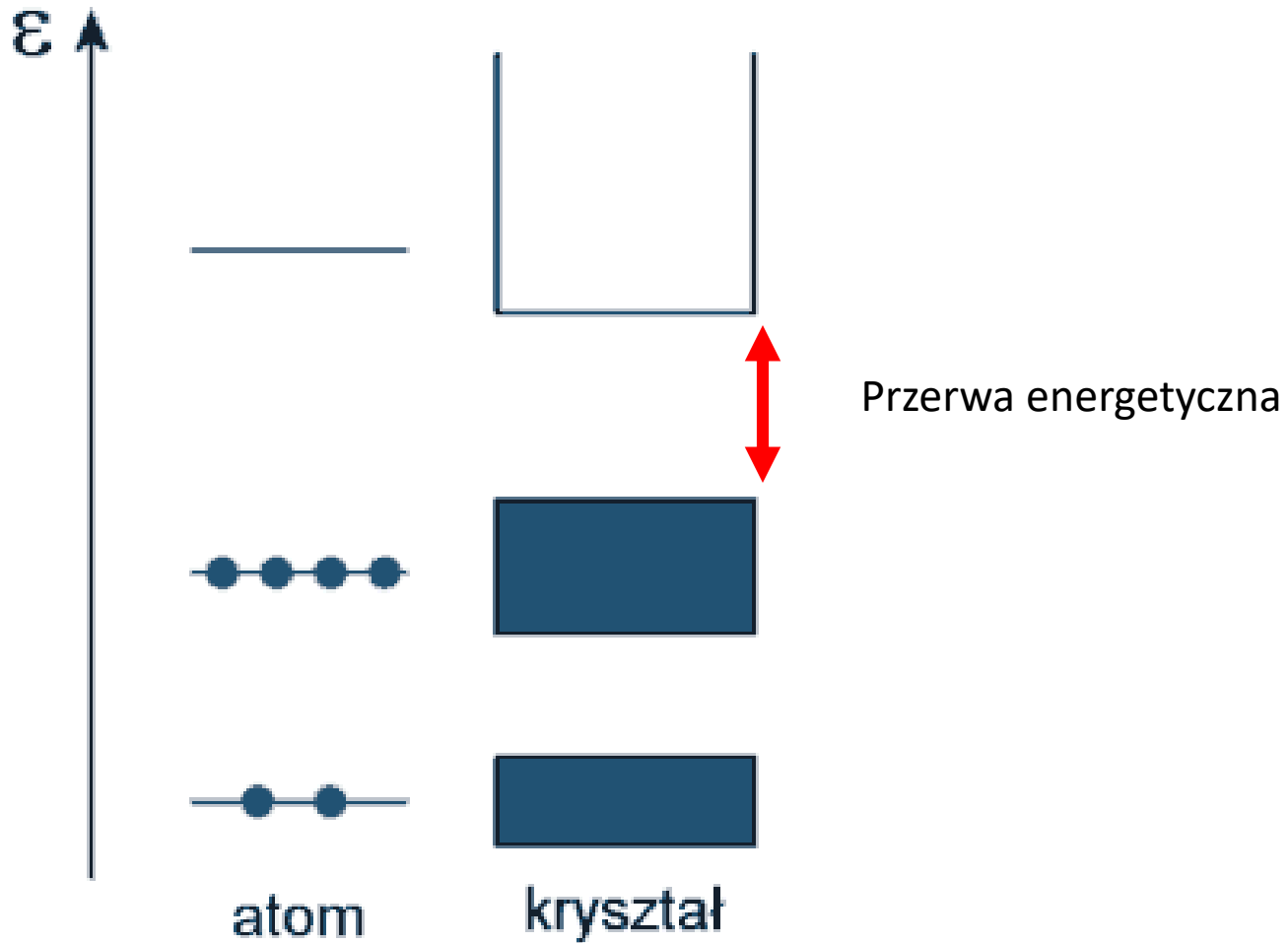


$$m = 0$$

$$E(\vec{p}) = c|\vec{p}|$$



Teoria pasmowa ciał stałych.

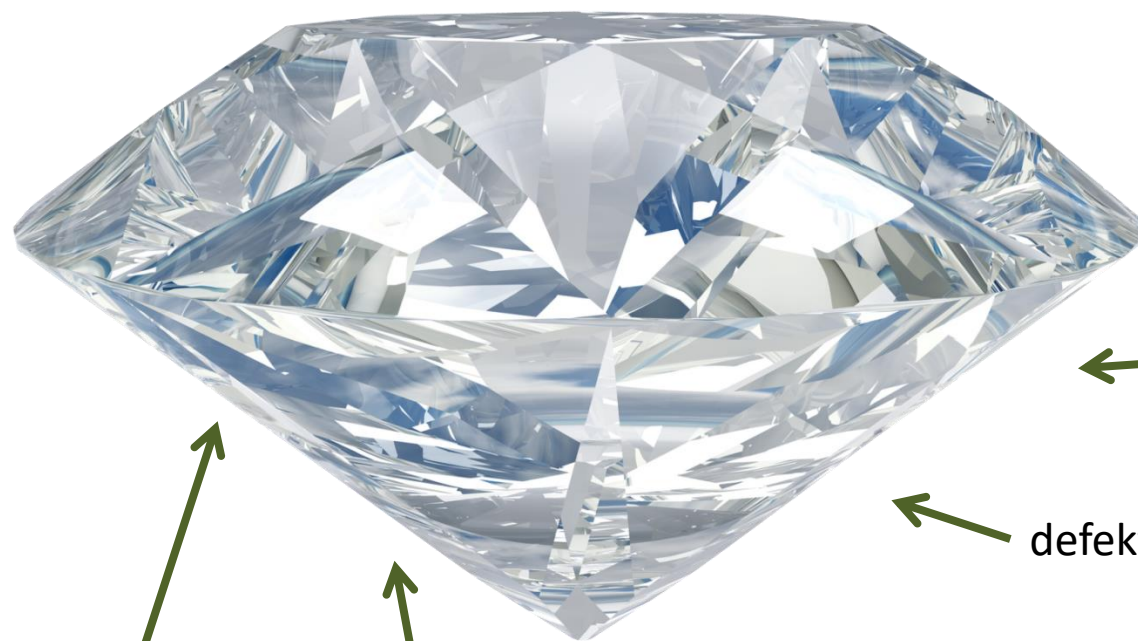


Oddziaływania wielociałowe

Many-body interactions



Oddziaływania wielociałowe



← atomy..

← wiązania chemiczne...

← symetria, struktura...

← defekty, domieszki...

złącza, technologia, 2D, 1D, 0D...

pola zewnętrzne \vec{E} , \vec{B} , światło $h\nu$, naprężenie, ciepło...

Struktura elektronowa ciała stałego

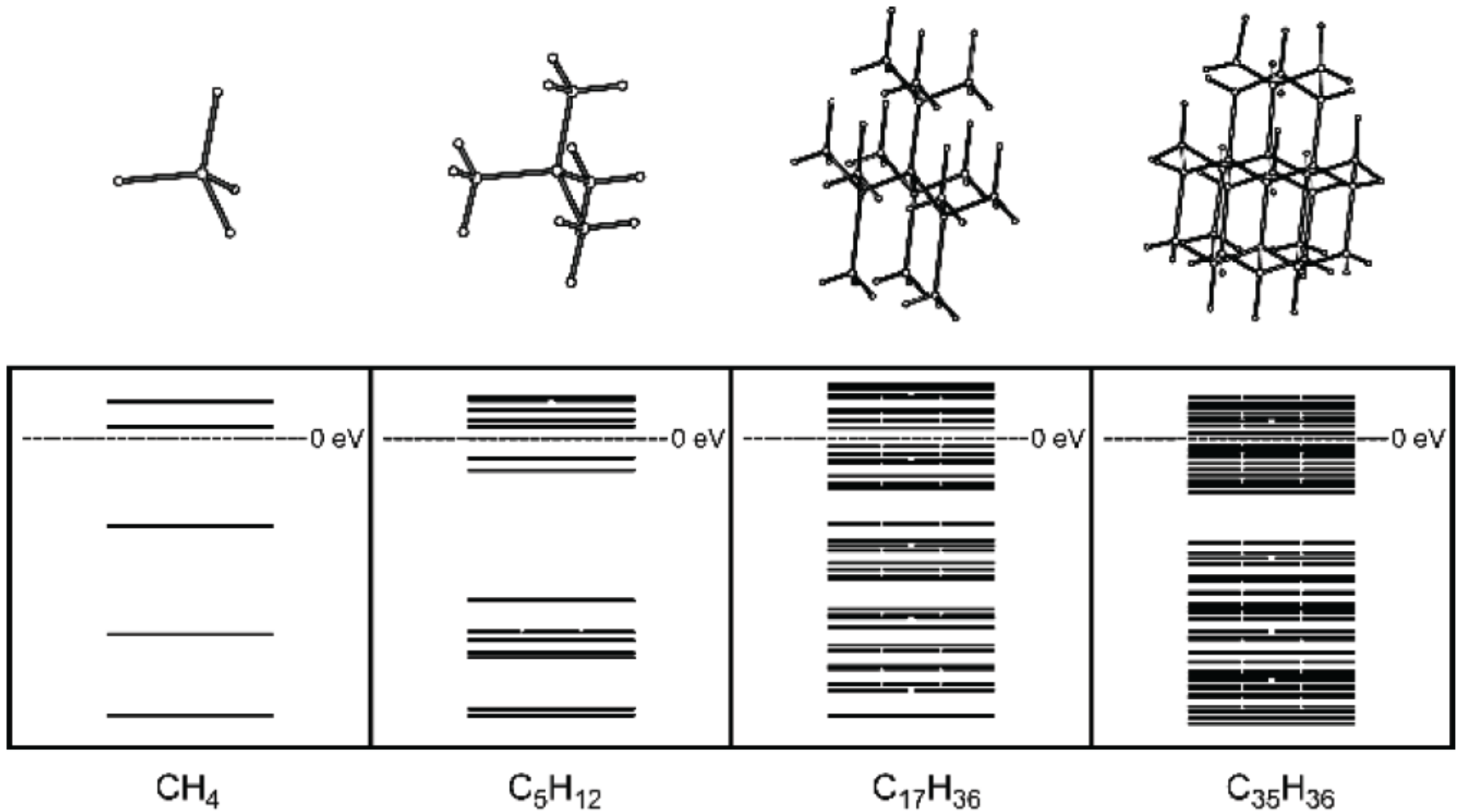


Fig. 2.3 Development of the diamond band gap

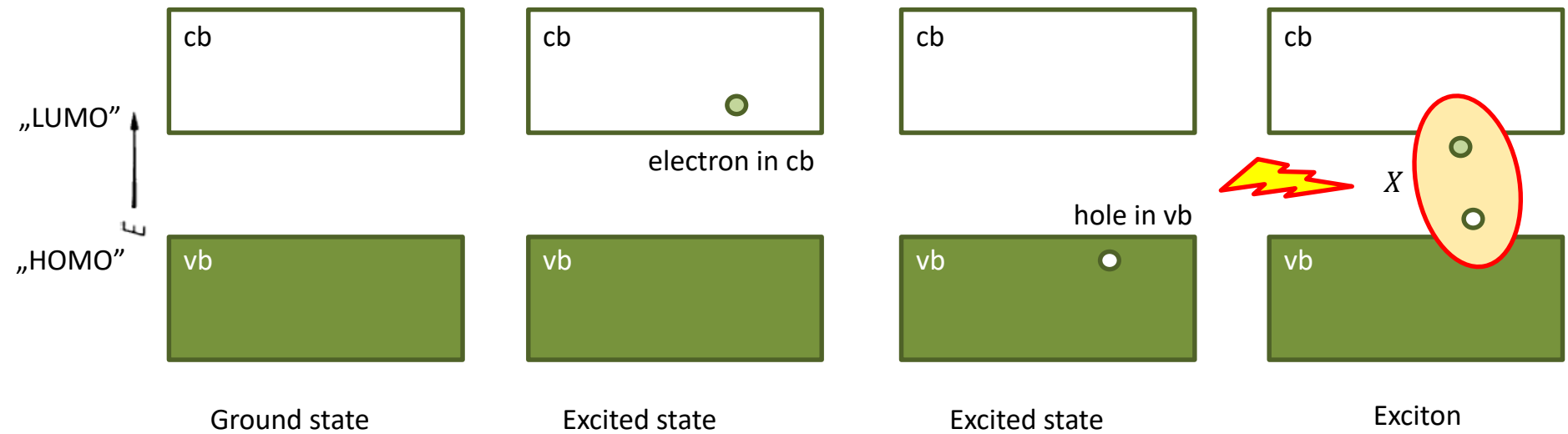
Struktura pasmowa ciał stałych

Make things as simple as possible, but not simpler.



Przybliżenie masy efektywnej

Układ wielociałowy:

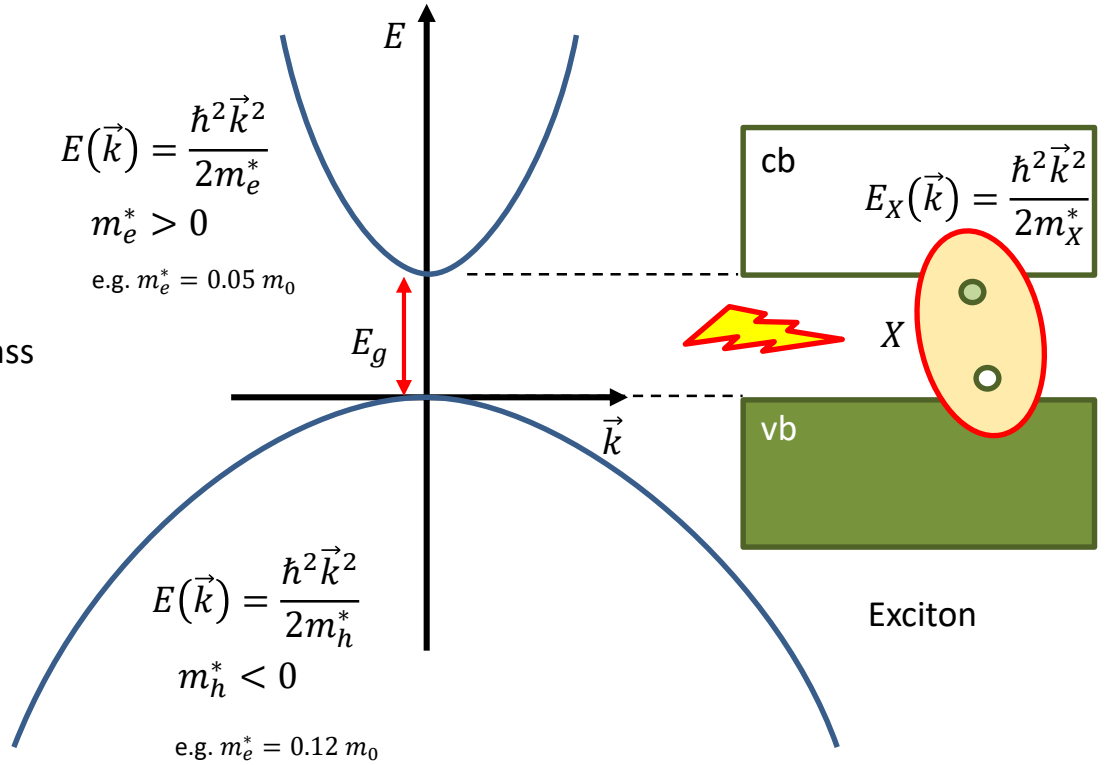


Tworzymy kwazi-cząstki, które nie oddziałują (albo przynajmniej niezbyt silnie), np.
„swobodne elektrony” – to samo dla fononów, polaronów, plazmonów, ekscytonów, trionów, bi-ekscytonów....

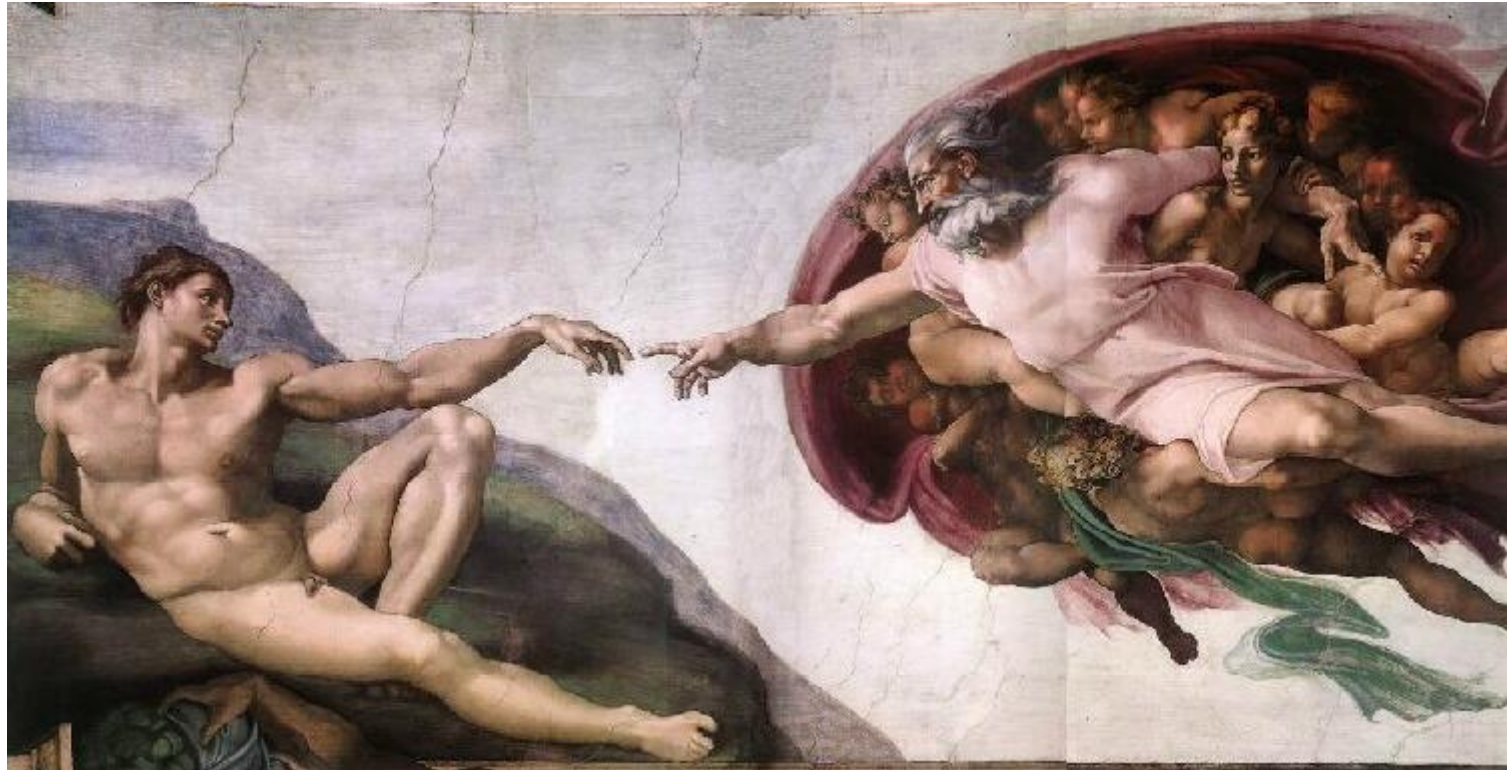
Przybliżenie masy efektywnej

$$E(\vec{p}) = \frac{m\vec{v}^2}{2} = \frac{\vec{p}^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2\vec{k}^2}{2m^*}$$

$\vec{p} = \hbar\vec{k}$
 $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$
 Parabolic dispersion relation $\Rightarrow m^*$ - effective mass



Kwazicząstki kwaziwszechświata



Kwazi-cząstki (model standardowy)

cb



elektron w paśmie przewodnictwa

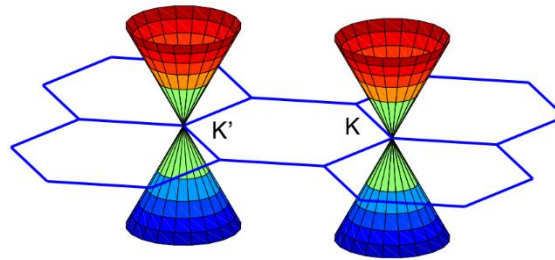
$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

Fermiony

$$m^* \neq 0$$

dziura w paśmie walencyjnym

vb



$$E = \tilde{c}\vec{k}$$

$$m^* = 0$$

Kwazi-cząstki (model standardowy)

cb



elektron w paśmie przewodnictwa

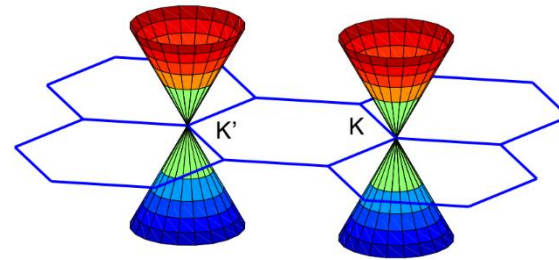
$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

Fermiony

$$m^* \neq 0$$

dziura w paśmie walencyjnym

vb



$$E = \tilde{c}\vec{k}$$

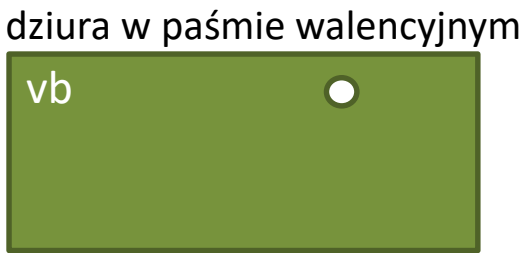
$$m^* = 0$$

grafen

Kwazi-cząstki (model standardowy)

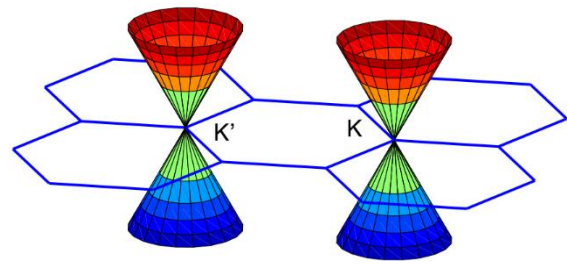


elektron w paśmie przewodnictwa

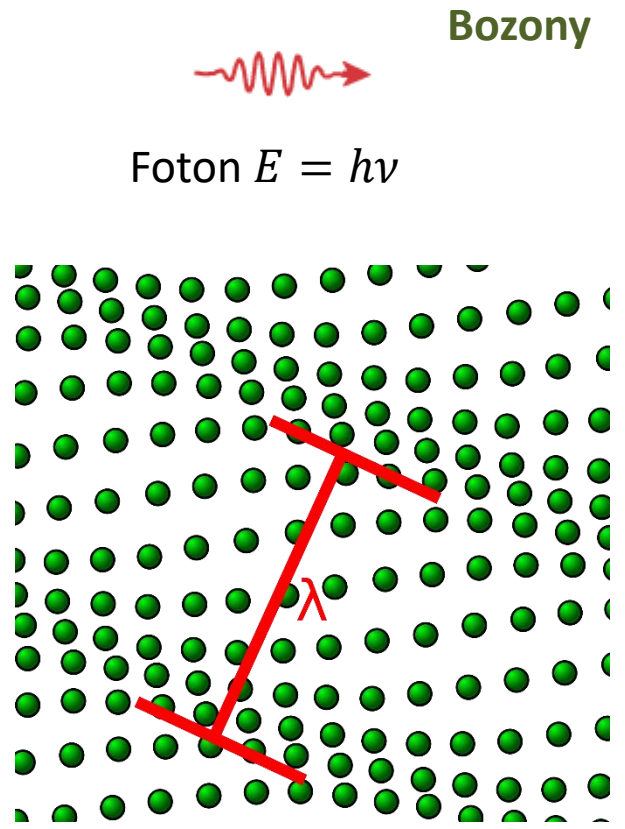


dziura w paśmie walencyjnym

$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$ **Fermiony**
 $m^* \neq 0$

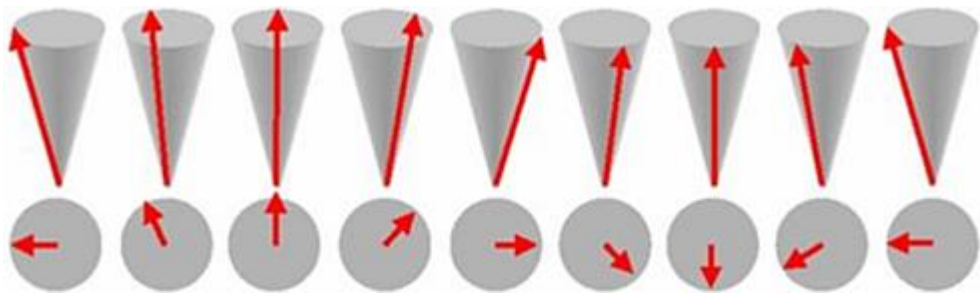


$E = \tilde{c}\vec{k}$ $m^* = 0$



Bozony
 Foton $E = h\nu$

Fonon $E = \hbar\omega$

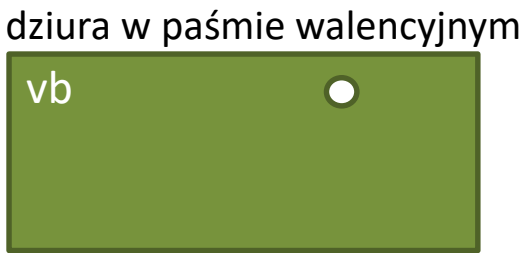


Magnon $E = \hbar\omega$

Kwazi-cząstki (model standardowy)



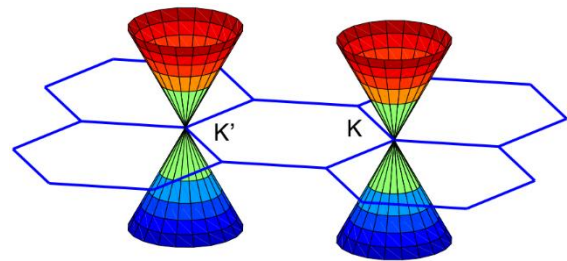
elektron w paśmie przewodnictwa



dziura w paśmie walencyjnym

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

Fermiony
 $m^* \neq 0$



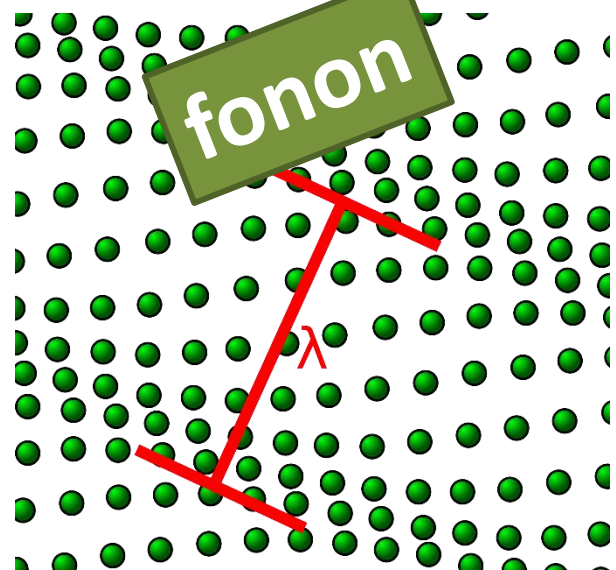
$$E = \tilde{c}\vec{k}$$

$m^* = 0$

Bozony



Foton $E = h\nu$



Fonon $E = \hbar\omega$



Magnon $E = \hbar\omega$

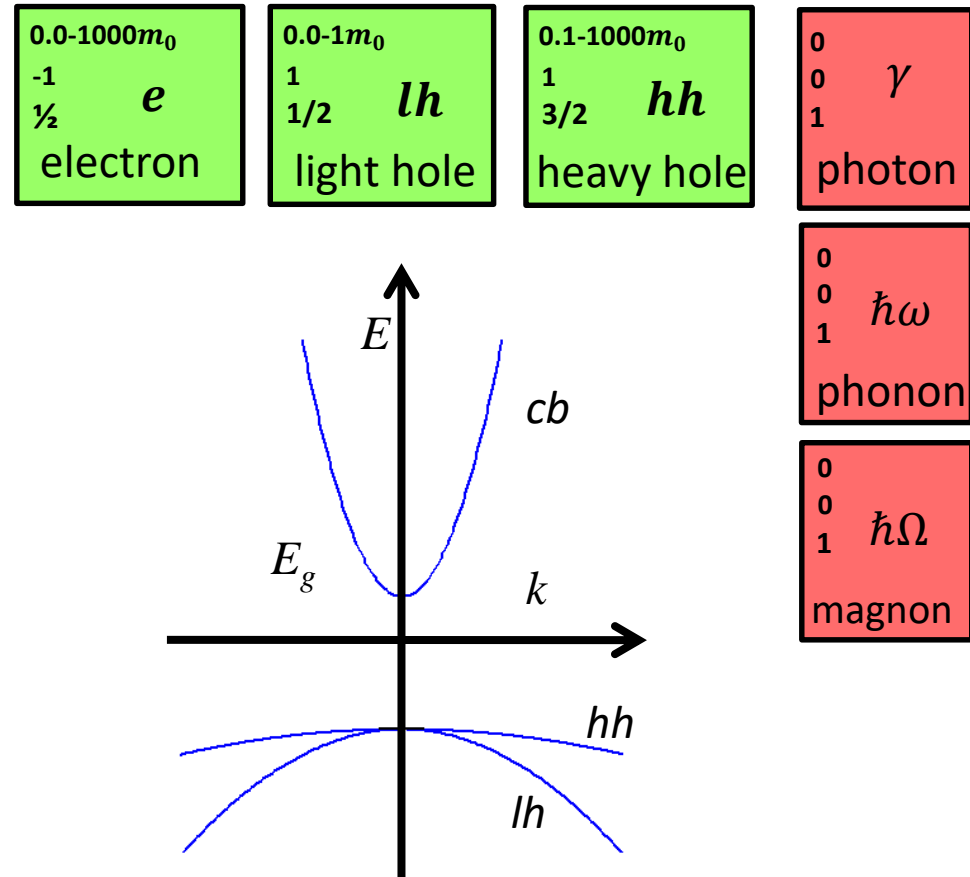
Cząstki elementarne

Three Generations of Matter (Fermions)

	I	II	III	
mass →	2.4 MeV	1.27 GeV	171.2 GeV	0
charge →	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0
spin →	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
name →	u up	c charm	t top	γ photon
	4.8 MeV	104 MeV	4.2 GeV	0
	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
Quarks	d down	s strange	b bottom	g gluon
	<2.2 eV	<0.17 MeV	<15.5 MeV	91.2 GeV
	0	0	0	0
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino	Z⁰ weak force
	0.511 MeV	105.7 MeV	1.777 GeV	80.4 GeV
	-1	-1	-1	± 1
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
Leptons	e electron	μ muon	τ tau	W[±] weak force

Bosons (Forces)

3D



Cząstki elementarne

Three Generations of Matter (Fermions)

	I	II	III	
mass →	2.4 MeV	1.27 GeV	171.2 GeV	0
charge →	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0
spin →	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
name →	u up	c charm	t top	γ photon
	4.8 MeV	104 MeV	4.2 GeV	0
	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
Quarks	d down	s strange	b bottom	g gluon
	<2.2 eV	<0.17 MeV	<15.5 MeV	91.2 GeV
	0	0	0	0
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino	Z⁰ weak force
	0.511 MeV	105.7 MeV	1.777 GeV	80.4 GeV
	-1	-1	-1	± 1
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
Leptons	e electron	μ muon	τ tau	W[±] weak force

Bosons (Forces)

3D

0.0-1000 m_0
-1
 $\frac{1}{2}$
e
electron

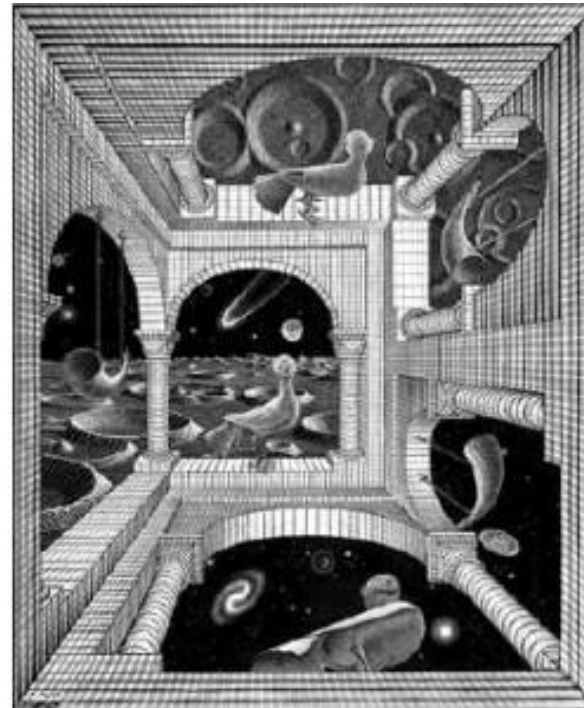
0.0-1 m_0
1
 $\frac{1}{2}$
lh
light hole

0.1-1000 m_0
1
 $\frac{3}{2}$
hh
heavy hole

0
0
1
γ
photon

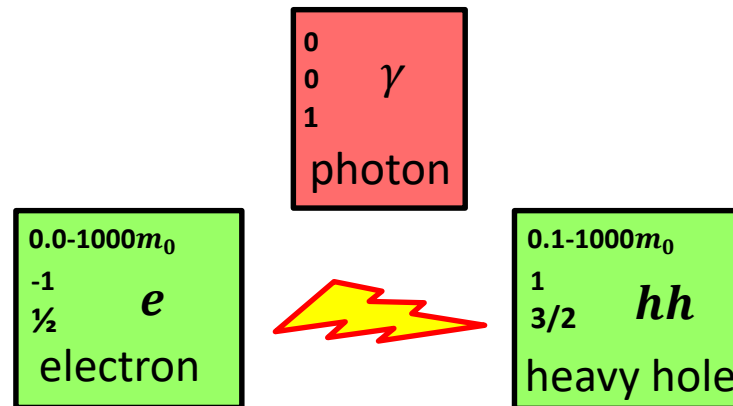
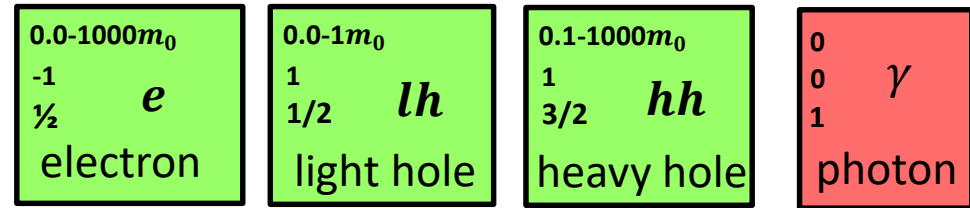
0
0
1
ħω
phonon

0
0
1
ħΩ
magnon



Cząstki złożone

Potencjał kulombowski w 3D półprzewodniku o stałej dielektrycznej ϵ_r , masie efektywnej m^* :



Cząstki złożone

Potencjał kulombowski w 3D półprzewodniku o stałej dielektrycznej ϵ_r , masie efektywnej m^* :

0.0-1000 m_0 -1 $\frac{1}{2}$ <i>e</i> electron	0.0-1 m_0 1 $\frac{1}{2}$ <i>lh</i> light hole	0.1-1000 m_0 1 $\frac{3}{2}$ <i>hh</i> heavy hole	0 0 1 γ photon
---	--	---	-----------------------------------



Cząstki złożone

Potencjał kulombowski w 3D półprzewodniku o stałej dielektrycznej ϵ_r , masie efektywnej m^* :

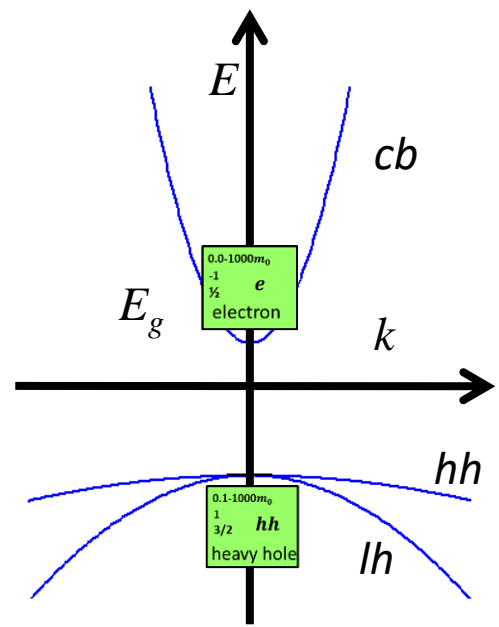


0.0-1000 m_0	-1	$\frac{1}{2}$	e
			electron

0.0-1 m_0	1	$\frac{1}{2}$	lh
			light hole

0.1-1000 m_0	1	$\frac{3}{2}$	hh
			heavy hole

0	0	1	γ
			photon



Cząstki złożone

Potencjał kulombowski w 3D półprzewodniku o stałej dielektrycznej ϵ_r , masie efektywnej m^* :

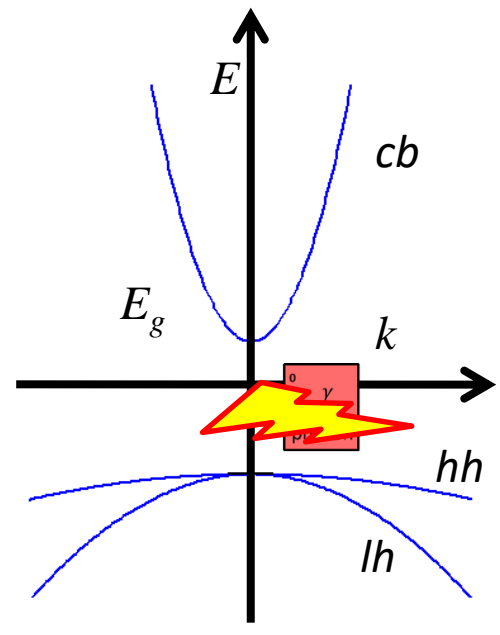
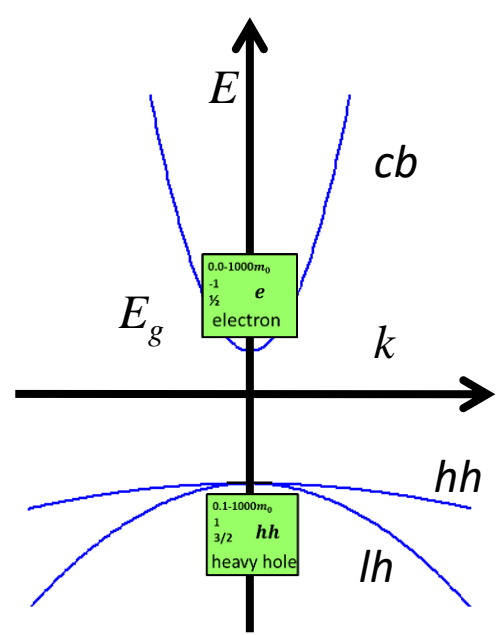


0.0-1000 m_0
-1
1/2
<i>e</i>
electron

0.0-1 m_0
1
1/2
<i>lh</i>
light hole

0.1-1000 m_0
1
3/2
<i>hh</i>
heavy hole

0
0
1
γ
photon



Cząstki złożone

Potencjał kulombowski w 3D półprzewodniku o stałej dielektrycznej ϵ_r , masie efektywnej m^* :

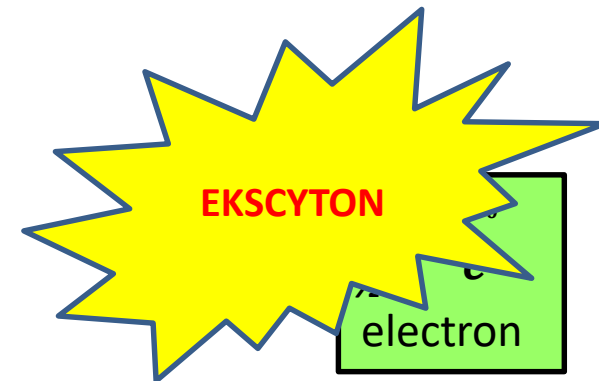


$0.0-1000m_0$
-1
$\frac{1}{2}$
e
electron

$0.0-1m_0$
1
$\frac{1}{2}$
lh
light hole

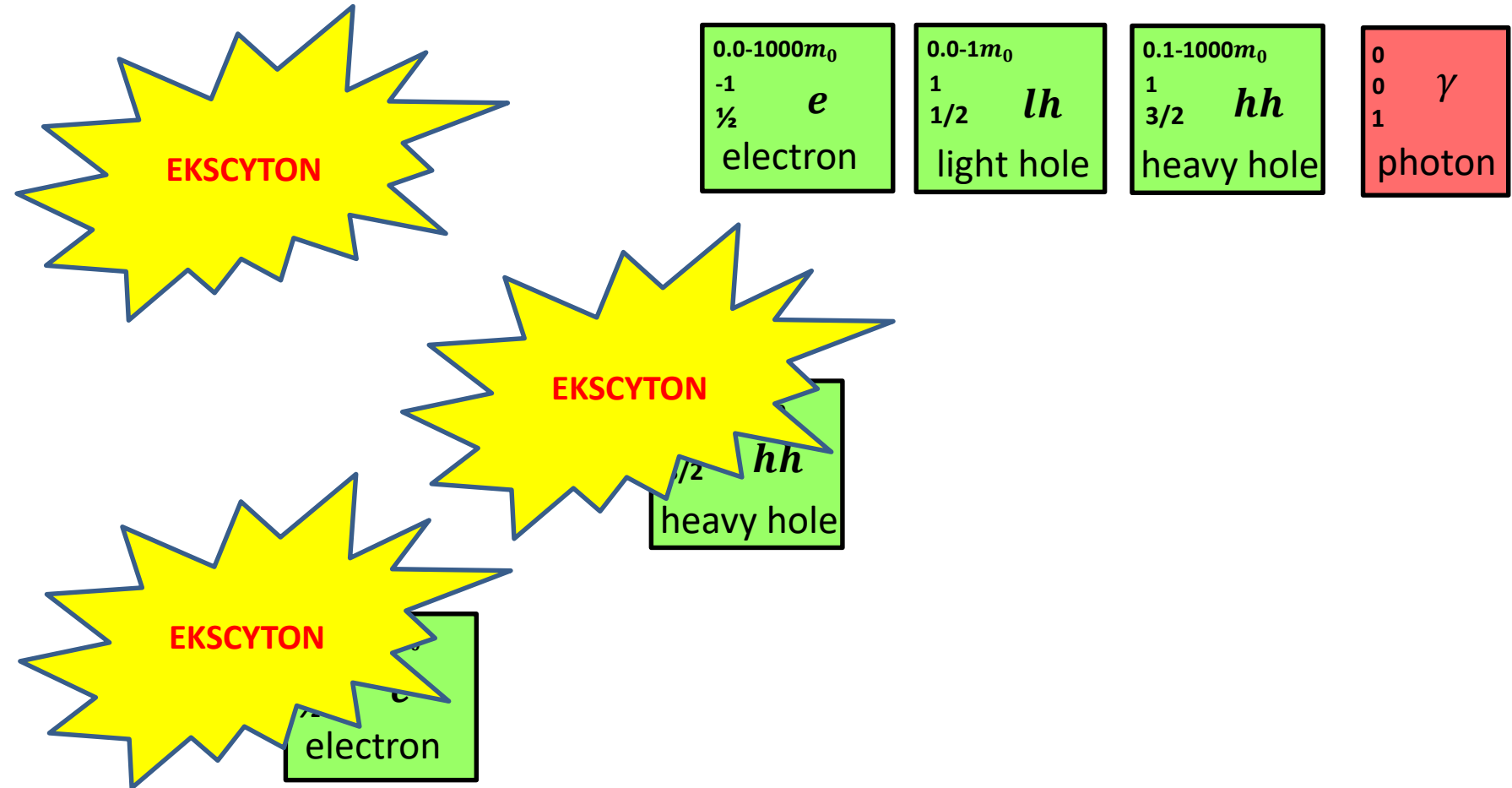
$0.1-1000m_0$
1
$\frac{3}{2}$
hh
heavy hole

0
0
1
γ
photon



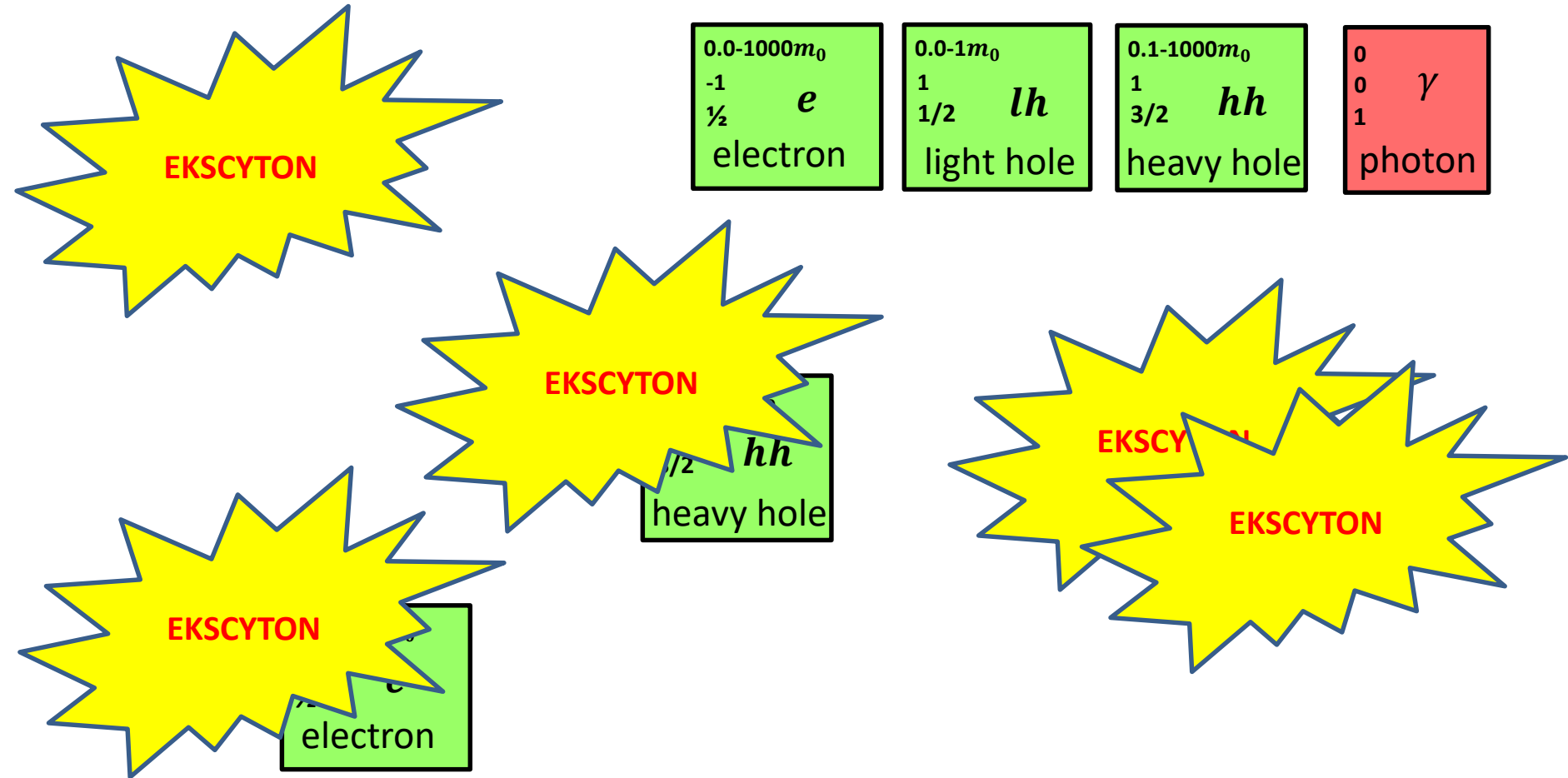
Cząstki złożone

Potencjał kulombowski w 3D półprzewodniku o stałej dielektrycznej ϵ_r , masie efektywnej m^* :



Cząstki złożone

Potencjał kulombowski w 3D półprzewodniku o stałej dielektrycznej ϵ_r , masie efektywnej m^* :



Cząstki złożone

FIRST:

Coulomb potential in 3D in the semiconductor of dielectric constant ϵ_r , effective mass m^* :

0.0-1000 m_0
-1
$\frac{1}{2}$ <i>e</i>
electron

0.0-1 m_0
1
$\frac{1}{2}$ <i>lh</i>
light hole

0.1-1000 m_0
1
$\frac{3}{2}$ <i>hh</i>
heavy hole

0
0 γ
1
photon

EKSCYTON

EKSCYTON
naładowany X^+

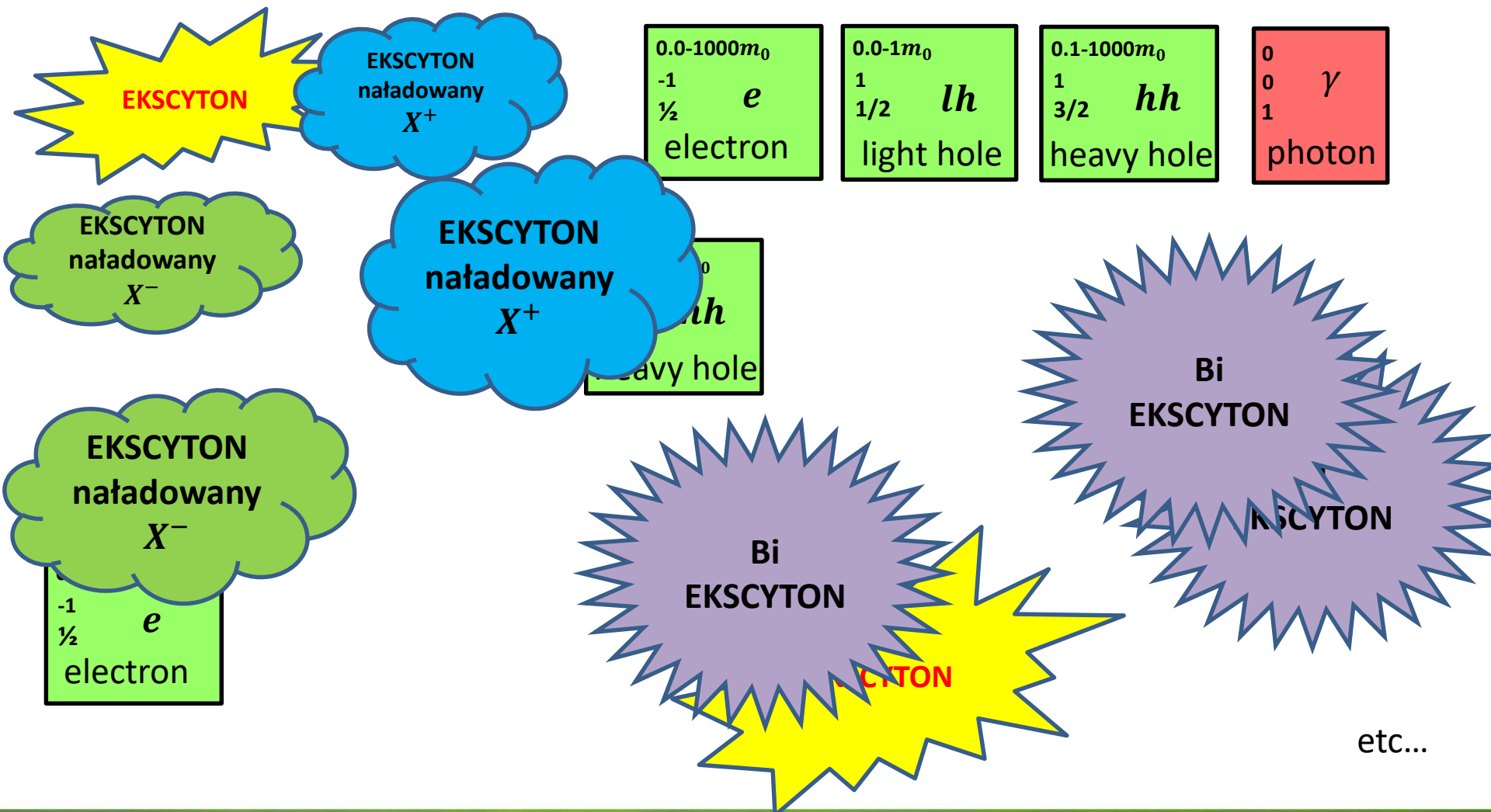
EKSCYTON
naładowany
 X^-

Bi EKSCYTON

etc...

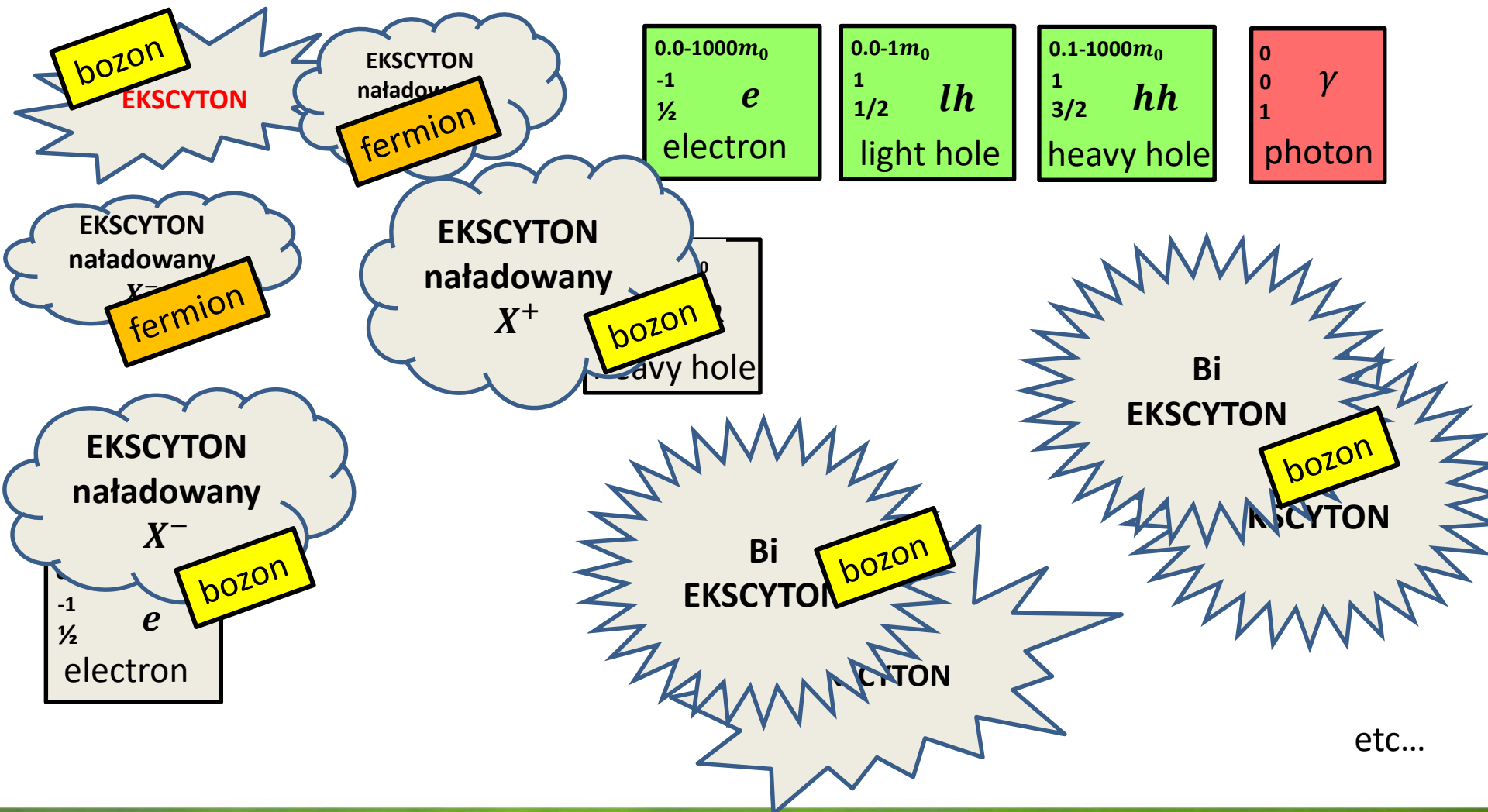
Cząstki złożone

Potencjał kulombowski w 3D półprzewodniku o stałej dielektrycznej ϵ_r , masie efektywnej m^* :



Cząstki złożone

Potencjał kulombowski w 3D półprzewodniku o stałej dielektrycznej ϵ_r , masie efektywnej m^* :

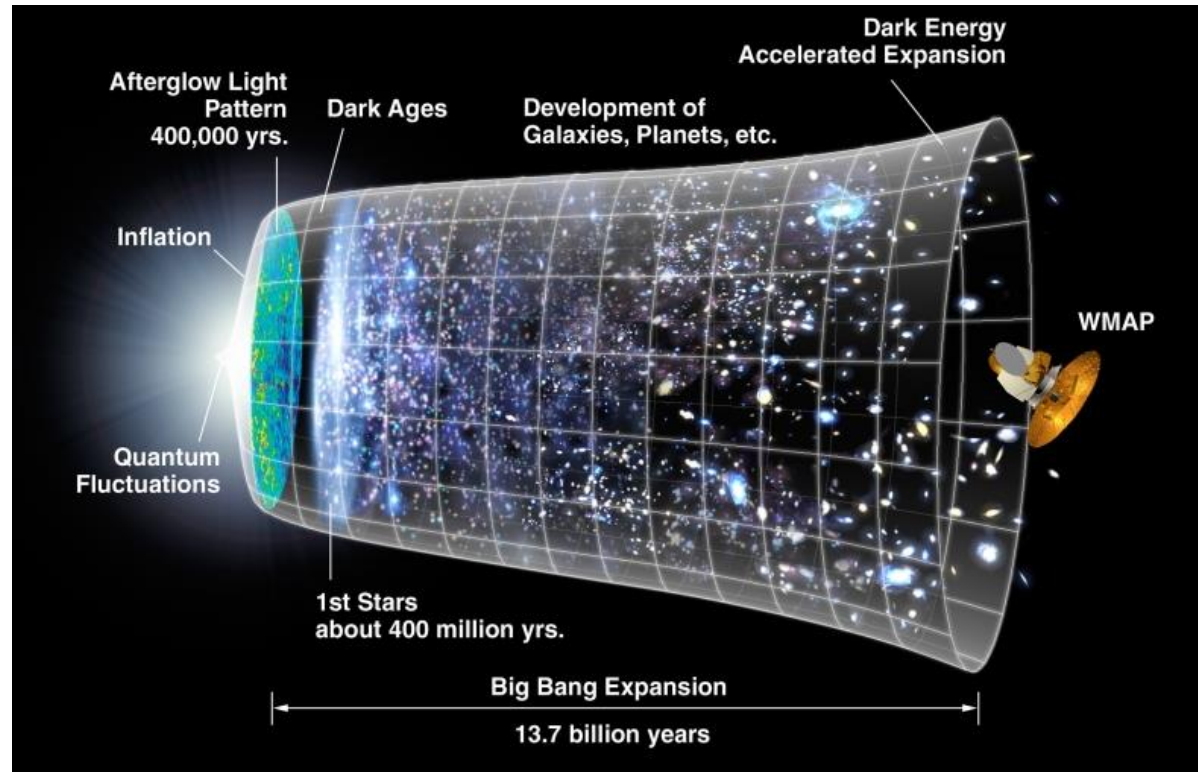


Cząstki elementarne

Three Generations of Matter (Fermions)

	I	II	III	
mass	2.4 MeV	1.27 GeV	171.2 GeV	0
charge	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0
spin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
name	u up	c charm	t top	γ photon
	4.8 MeV	104 MeV	4.2 GeV	0
	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
Quarks	d down	s strange	b bottom	g gluon
	<2.2 eV	<0.17 MeV	<15.5 MeV	91.2 GeV
	0	0	0	0
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino	Z weak force
	0.511 MeV	105.7 MeV	1.777 GeV	80.4 GeV
	-1	-1	-1	±1
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
Leptons	e electron	μ muon	τ tau	W[±] weak force

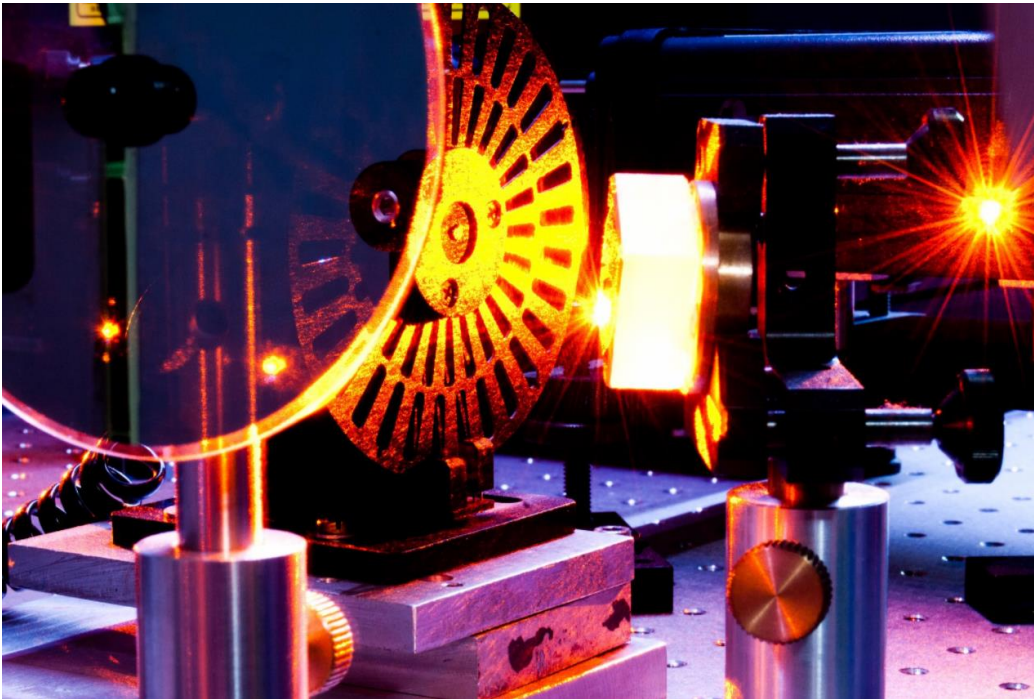
Bosons (Forces)



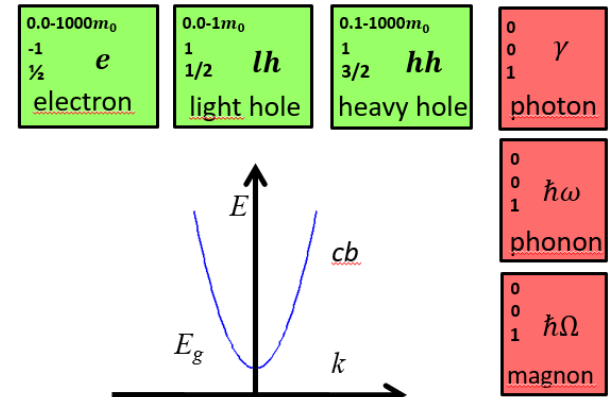
Kwazi-cząstki elementarne

(...) 120 fs, spectral width of 5 meV to cover the UP and LP resonances (...)

(...) Ti-Sa laser, pulsing with 78MHz, 150 μ m spot size (...)

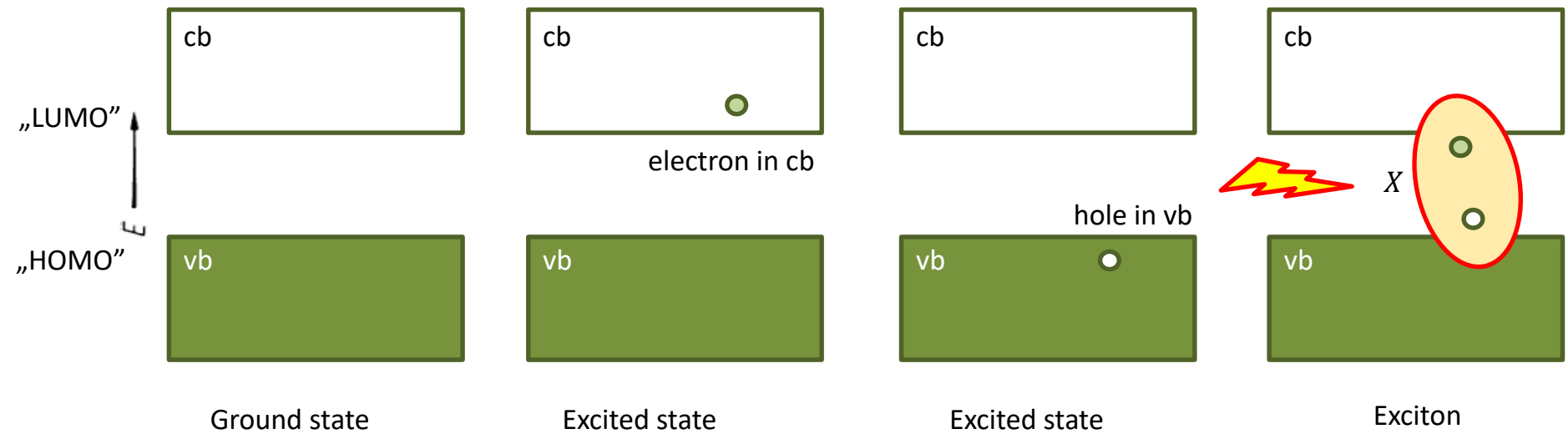


3D



Przybliżenie masy efektywnej

Układ wielociałowy:

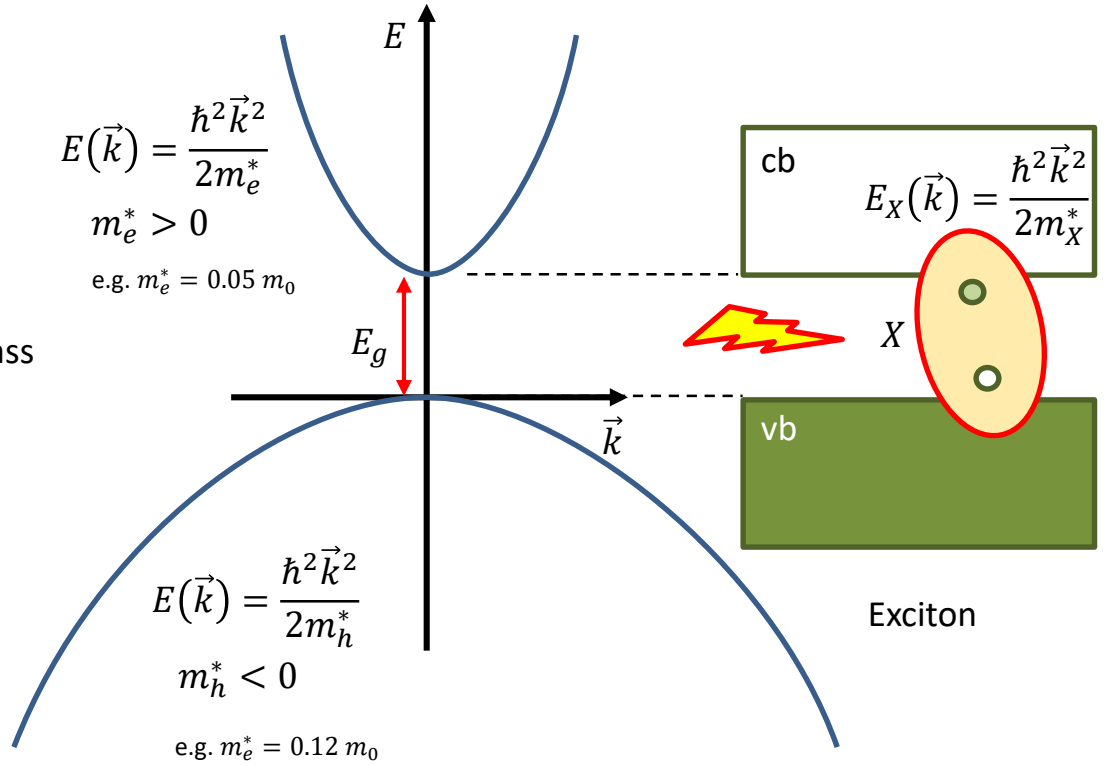


Tworzymy kwazi-cząstki, które nie oddziałują (albo przynajmniej niezbyt silnie), np.
„swobodne elektrony” – to samo dla fononów, polaronów, plazmonów, ekscytonów, trionów, bi-ekscytonów....

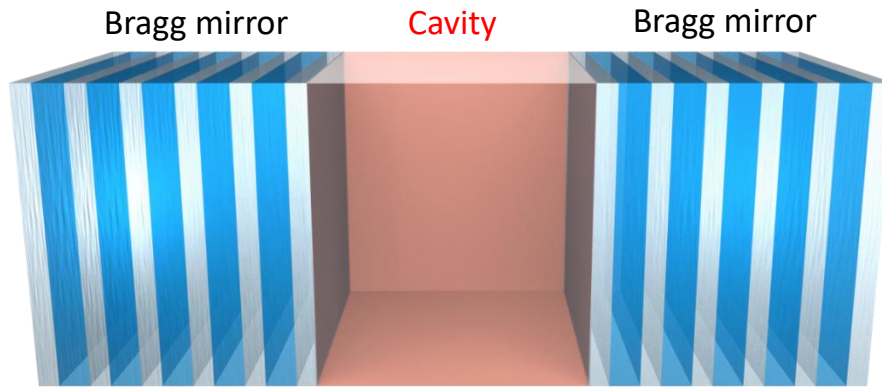
Przybliżenie masy efektywnej

$$E(\vec{p}) = \frac{m\vec{v}^2}{2} = \frac{\vec{p}^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2\vec{k}^2}{2m^*}$$

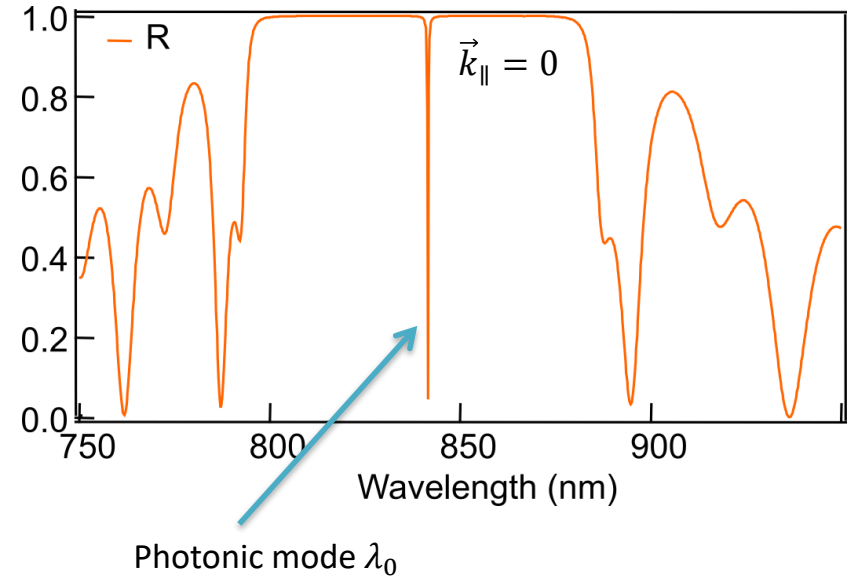
$\vec{p} = \hbar\vec{k}$
 $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$
 Parabolic dispersion relation $\Rightarrow m^*$ - effective mass



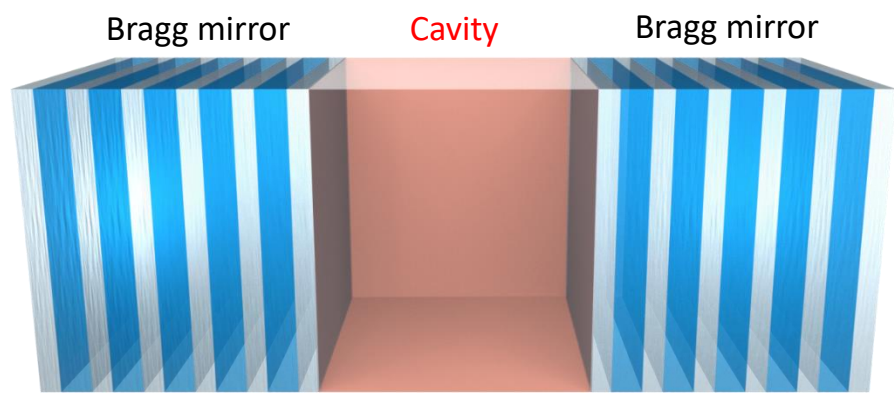
Mikrownęki



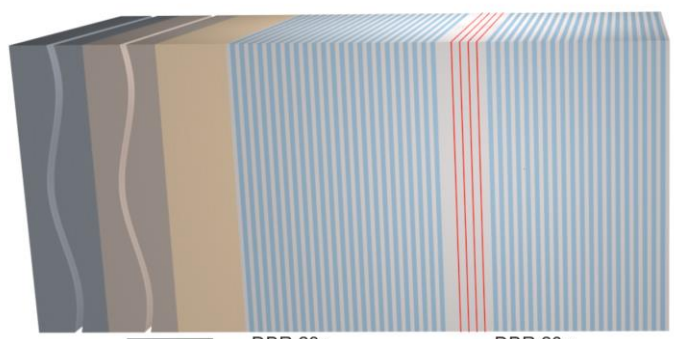
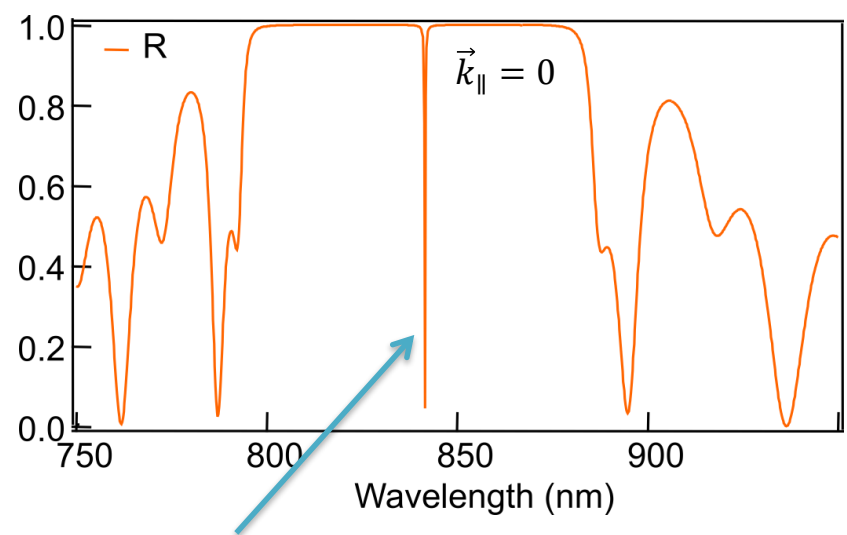
$$L_c = \frac{n\lambda_0}{2}$$



Mikrownęki



$$L_C = \frac{n\lambda_0}{2}$$



- Cd_{0.83}Zn_{0.16}Mn_{0.01}Te
- Cd_{0.43}Zn_{0.07}Mg_{0.5}Te
- Cd_{0.77}Zn_{0.13}Mg_{0.1}Te
- Cd_{0.84}Zn_{0.16}Te 780 nm
- CdTe 2 μm
- GaAs

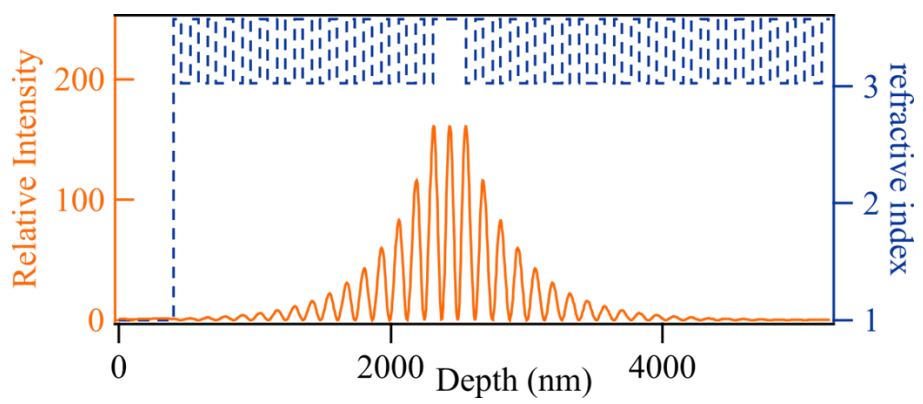
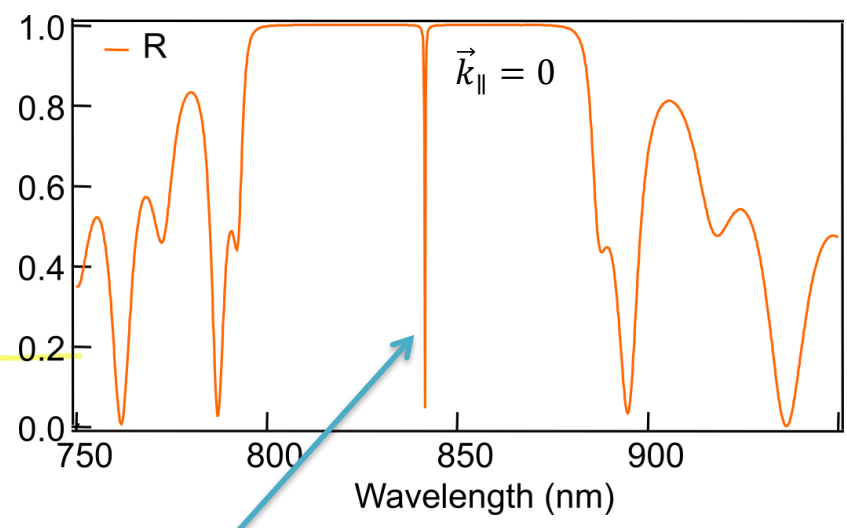
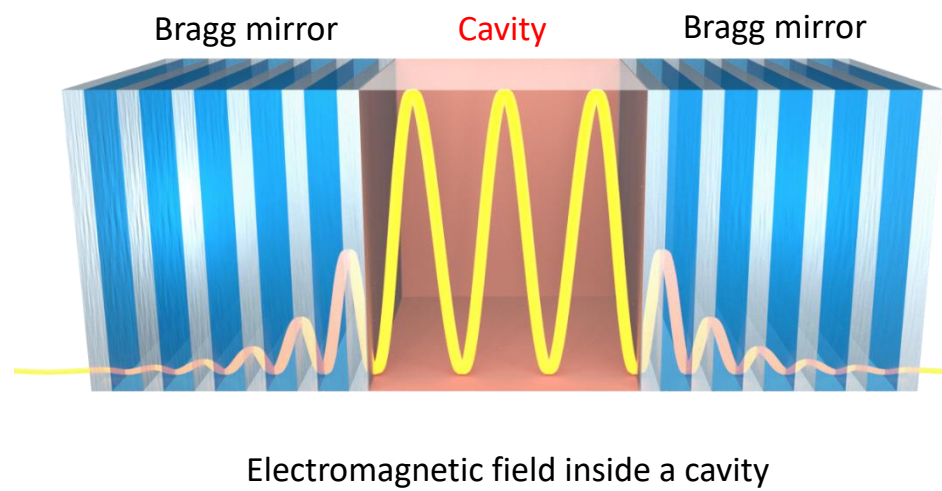
1 μm

DBR 23x
Cd_{0.77}Zn_{0.13}Mg_{0.1}Te 63 nm
Cd_{0.43}Zn_{0.07}Mg_{0.5}Te 73 nm

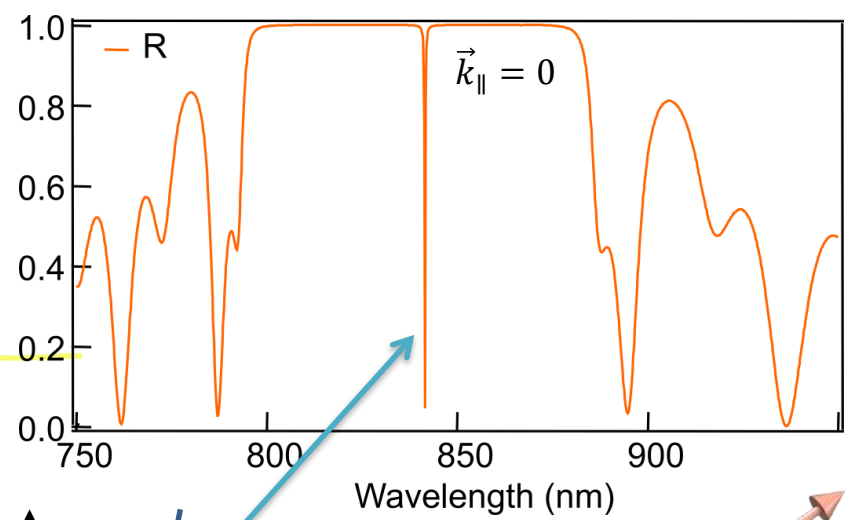
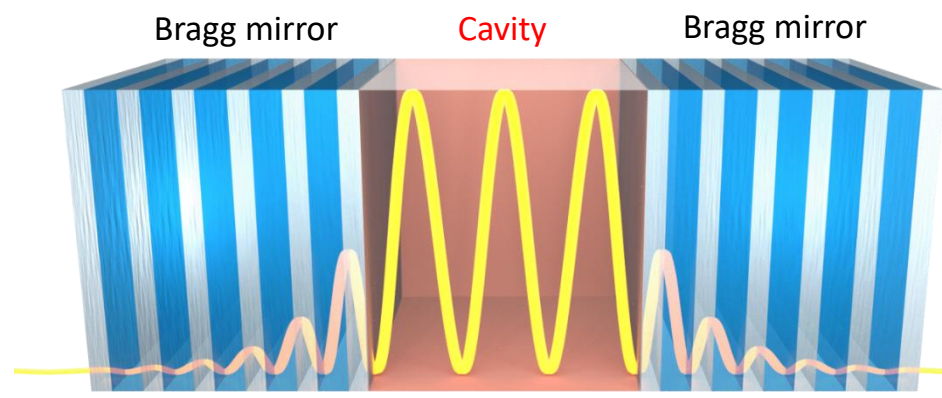
DBR 20x
Cd_{0.77}Zn_{0.13}Mg_{0.1}Te 63 nm
Cd_{0.43}Zn_{0.07}Mg_{0.5}Te 73 nm

MBE sample growth & design: **W. Pacuski**, J.-G. Rousset
 J.-G. Rousset et al. (J.Sz.) Appl. Phys. Lett. **107**, 201109 (2015)
 J.-G. Rousset et al. (J.Sz.) Phys. Rev. B **96**, 125403 (2017)

Mikrownęki



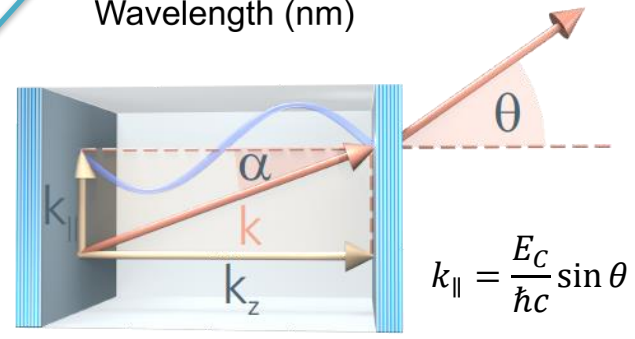
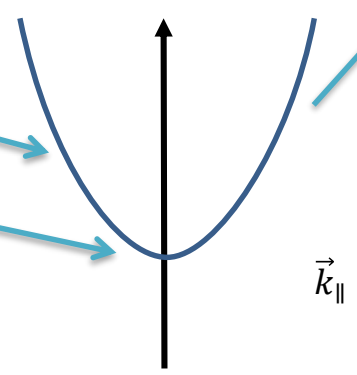
Mikrownęki



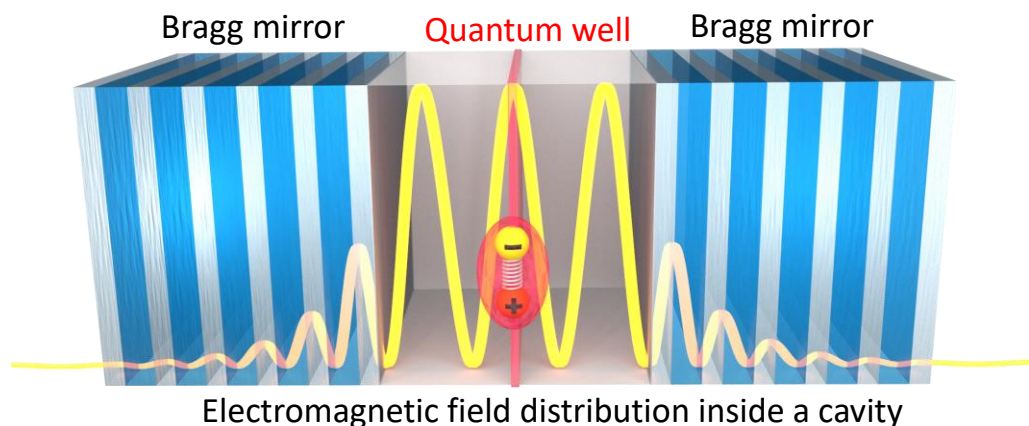
Dispersion of photon in a microcavity

$$E_{ph}(k) = \frac{\hbar c}{n_c} \sqrt{\left(\frac{2\pi}{L_c}\right)^2 + k_{\parallel}^2} \approx \frac{\hbar c}{n_c L_c} + \frac{\hbar c L_c}{4\pi n_c} k_{\parallel}^2$$

$$E_{ph}(k) \approx E_{ph}(k=0) + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_{ph}} \quad \text{„massive photon“!}$$



Polarytony ekscytonowe



Hamiltonian matrix form

$$H = \begin{pmatrix} E_{ph}(k_{\parallel}) & \frac{\hbar\Omega}{2} \\ \frac{\hbar\Omega}{2} & E_{exc}(k_{\parallel}) \end{pmatrix}$$

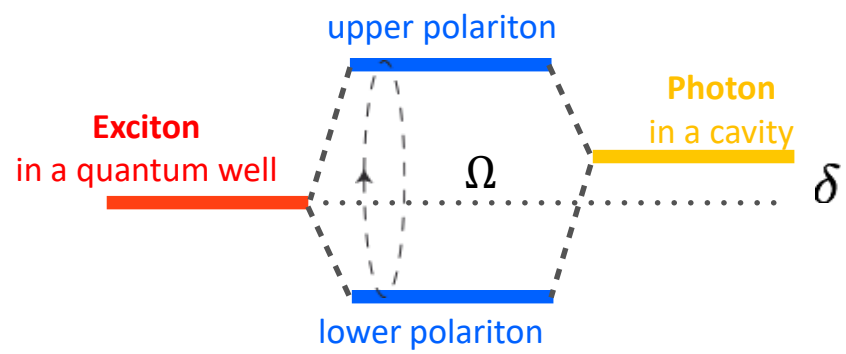


vacuum field Rabi splitting i.e. exciton-photon coupling Ω , determines exciton polariton modes:

$$\Omega \propto \sqrt{\frac{f_{osc} N_{QW}}{L_C}}$$



Photon recycling \Rightarrow coherence



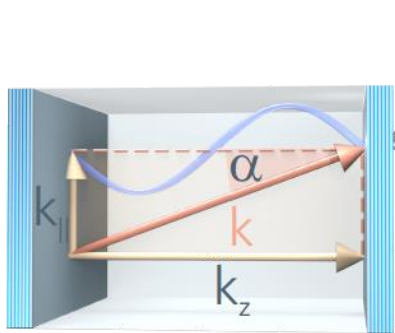
Polarytony ekscytonowe

Dispersion of exciton in a quantum well

$$E_{exc}(k) = E_g - E_B + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{exc}} \quad m_{exc} \sim 10^{-1} m_e$$

Dispersion of photon in a microcavity

$$E_{ph}(k) \approx E_{ph}(k=0) + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_{ph}} \quad m_{ph} \sim 10^{-4} m_e$$



$$k_{\parallel} = \frac{E_c}{\hbar c} \sin \theta$$

Experimental access

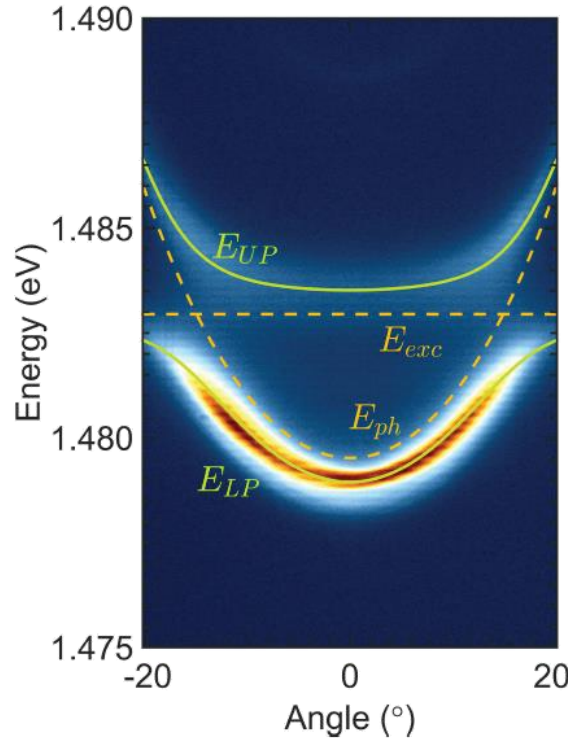
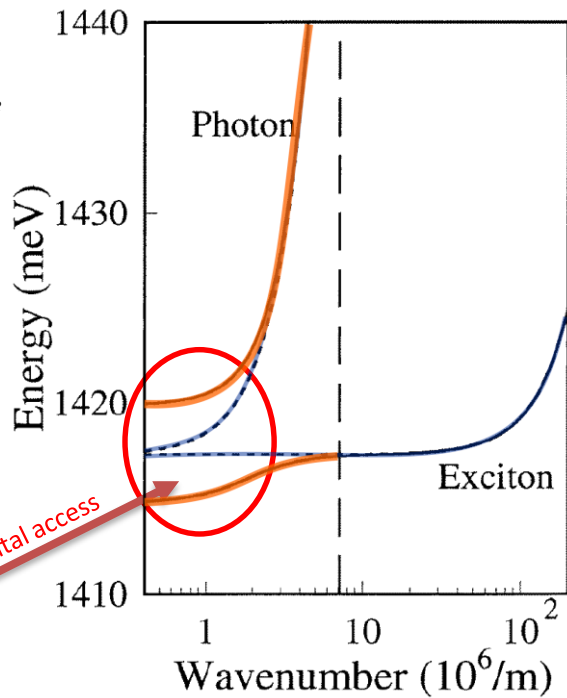
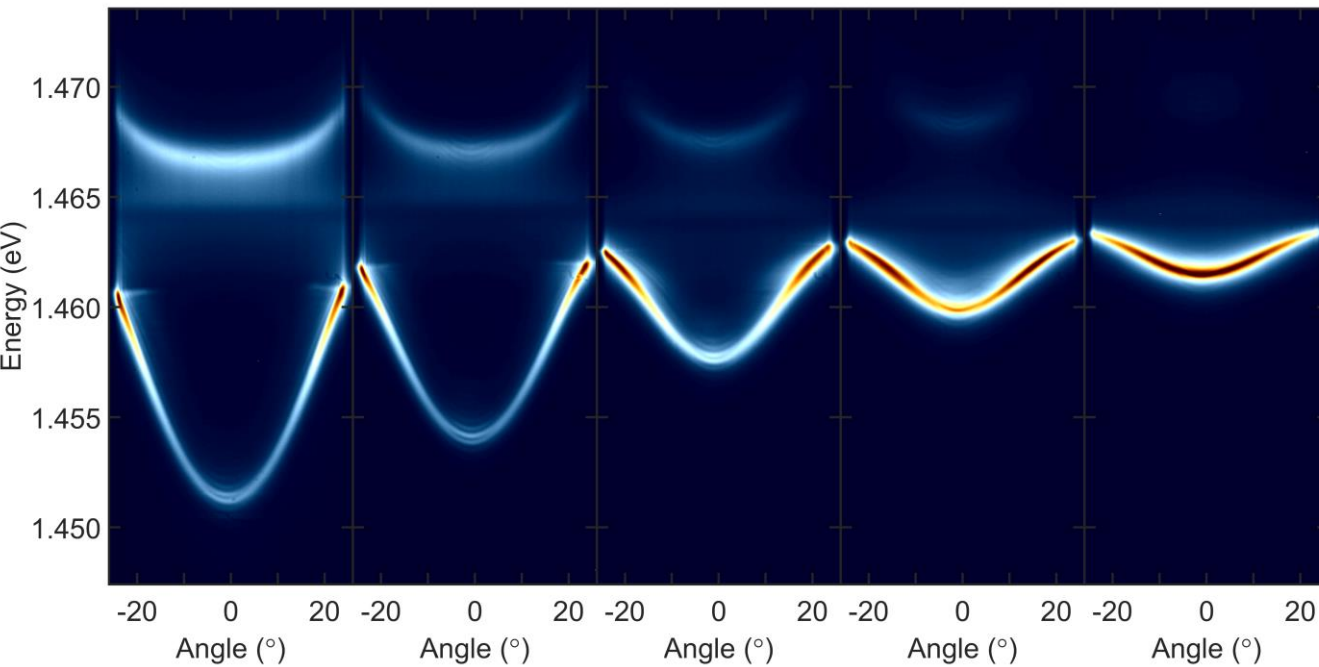


image after: M. S. Skolnick et al. *Semicond. Sci. Technol.* **13**, 645 (1998)

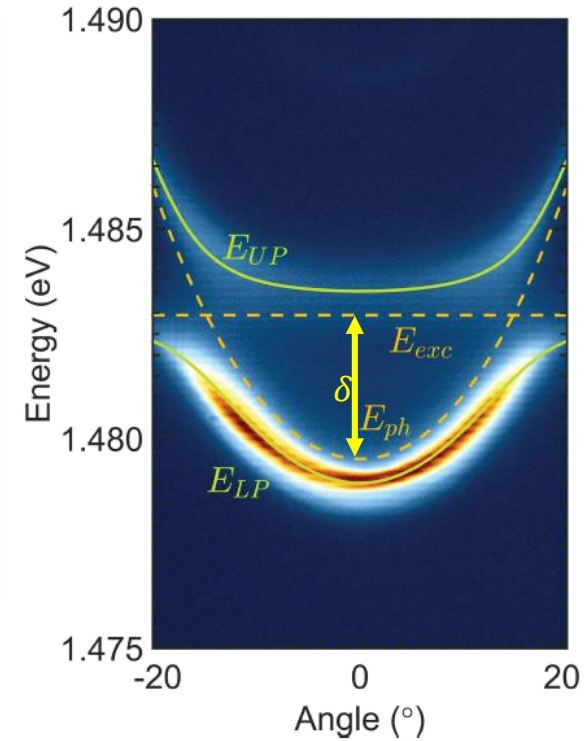
Polarytony ekscytonowe



NEGATIVE DETUNING
lower polariton is more photonic

ZERO DETUNING
at $k_{\parallel} = 0$ the same exciton and photon content in polariton

POSITIVE DETUNING
lower polariton is more excitonic



B. Piętka, M. Król, R. Mirek, D. Stephan

Polarytony ekscytonowe

Non-linear behavior vs excitation power

Polariton advantages

- Very light: mass $10^{-4} m_0 - 10^{-5} m_0$
- Interact via excitonic component
- **! Particles with spin !**

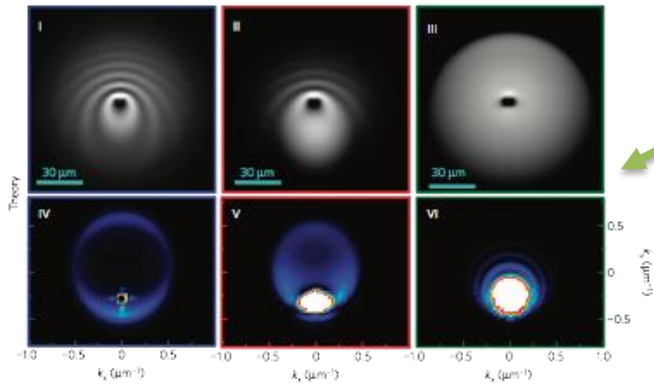
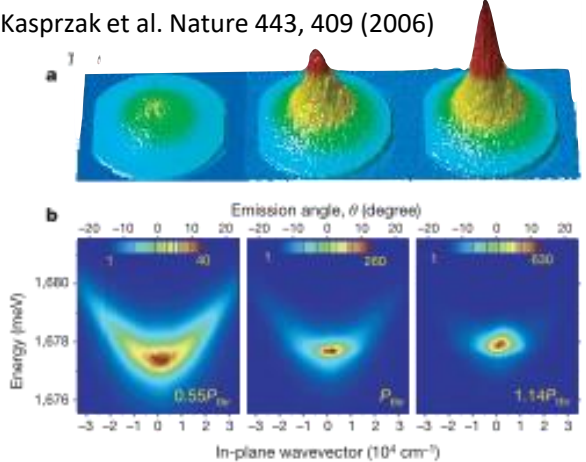
Main systems

- GaAs-based
- CdTe-based
- GaN-based
- Organic

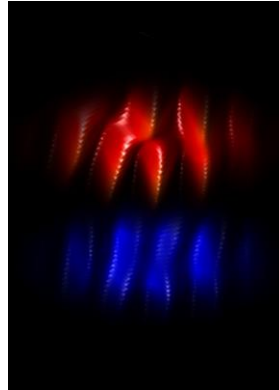
Polariton coherence

- condensed BEC state
- superfluidity
- quantum vortices

J. Kasprzak et al. Nature 443, 409 (2006)



A. Amo, et al. Nature Physics 5, 805 (2009)



K.G.Lagoudakis, et al. Nature Phys. 4, 706 (2008)
K.G.Lagoudakis, et al. Science 326, 974 (2009)

Polarytony ekscytonowe

The Nobel Prize in Physics 2001
Eric Cornell, Wolfgang Ketterle, Carl Wieman

Share this: 35

The Nobel Prize in Physics 2001



Eric A. Cornell
Prize share: 1/3



Wolfgang Ketterle
Prize share: 1/3

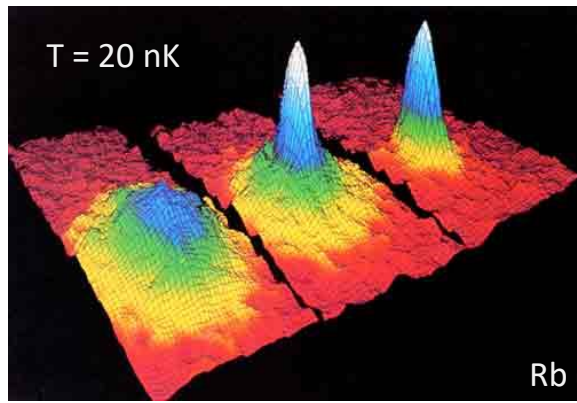


Carl E. Wieman
Prize share: 1/3

The Nobel Prize in Physics 2001 was awarded jointly to Eric A. Cornell, Wolfgang Ketterle and Carl E. Wieman "for the achievement of Bose-Einstein condensation in dilute gases of alkali atoms, and for early fundamental studies of the properties of the condensates".

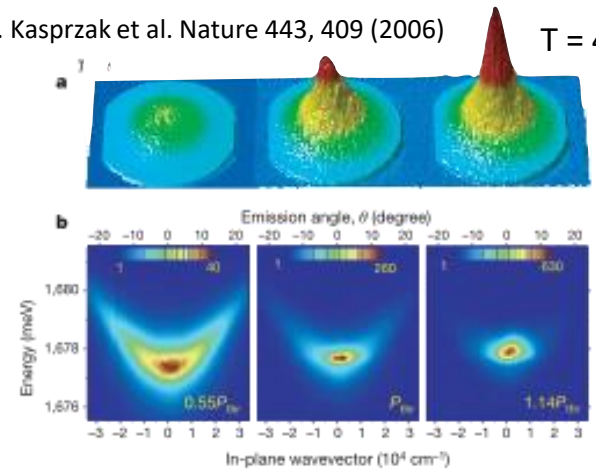
Photos: Copyright © The Nobel Foundation

Credit: NIST/JILA/CU-Boulder



Cold atoms BEC

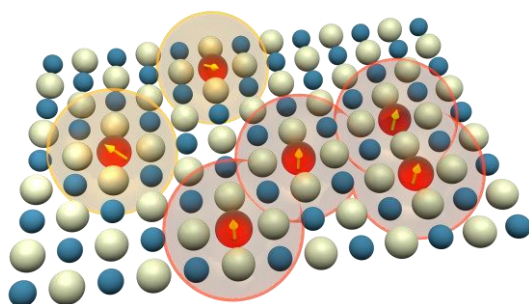
J. Kasprzak et al. Nature 443, 409 (2006) T = 4 K



Exciton-polariton BEC

	Atoms	Polaritons
m	Rb: $10^4 m_e$	$10^{-4} m_e$
T	10^{-7} K	$>100 \text{ K}$
N	$10^{14} / \text{cm}^3$	$< 10^{11} / \text{cm}^2$
t	∞	1 ps

Polarytony ekscytonowe



Strong $s, p - d$ exchange between localized magnetic moment of Mn^{2+} ($3d^5$) and band electrons and holes in $Cd_{1-x}Mn_xTe$

$$E_{exc} = E_{exc}(0) + \cancel{\chi} B^2 + \Delta E_{exc}(T, B)$$

Giant Zeeman splitting

$$\Delta E_{exc} = N_0(\alpha - \beta)x\langle S_z \rangle \propto N_0(\alpha - \beta)M(T, B)$$

Manganese only in QWs

nonmagnetic DBR ↓ nonmagnetic DBR

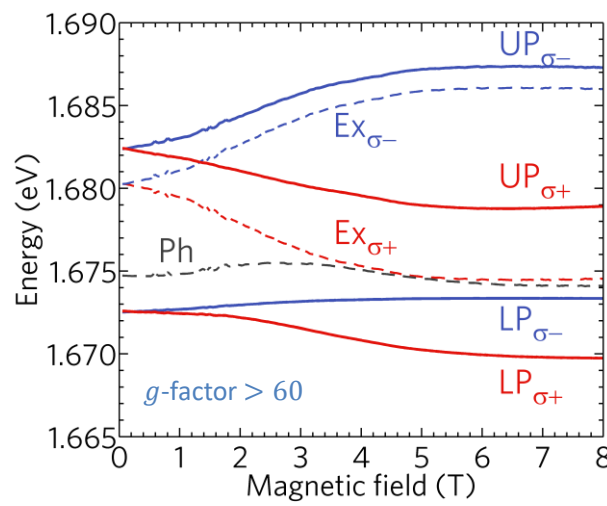


- $Cd_{0.83}Zn_{0.16}Mn_{0.01}Te$
- $Cd_{0.43}Zn_{0.07}Mg_{0.5}Te$
- $Cd_{0.77}Zn_{0.13}Mg_{0.1}Te$
- $Cd_{0.84}Zn_{0.16}Te$ 780 nm
- CdTe 2 μm
- GaAs

1 μm

DBR 23x
 $Cd_{0.77}Zn_{0.13}Mg_{0.1}Te$ 63 nm
 $Cd_{0.43}Zn_{0.07}Mg_{0.5}Te$ 73 nm

DBR 20x
 $Cd_{0.77}Zn_{0.13}Mg_{0.1}Te$ 63 nm
 $Cd_{0.43}Zn_{0.07}Mg_{0.5}Te$ 73 nm

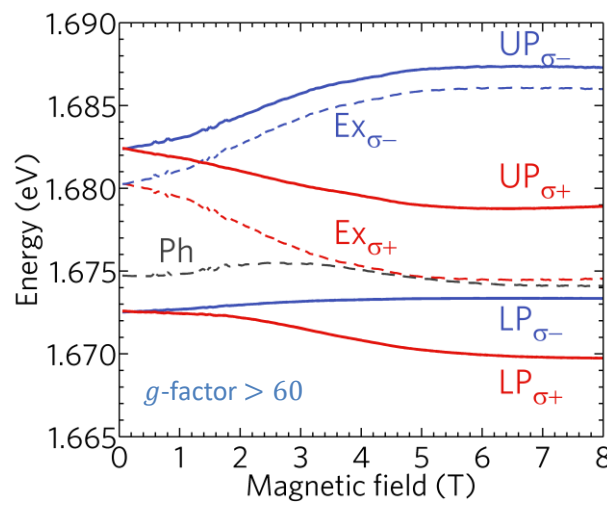
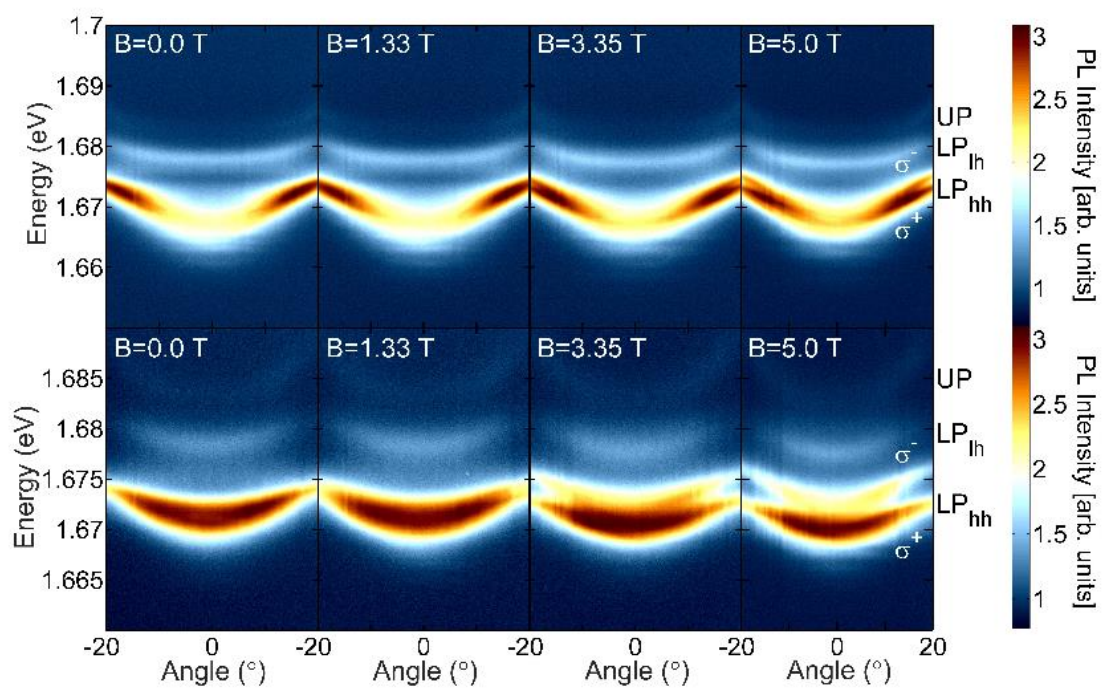


R. Mirek, B. Pietka, J.Sz., et al.
Phys. Rev. B **95**, 085429 (2017)

MBE sample growth & design: **W. Pacuski**, J.-G. Rousset
J.-G. Rousset et al. (J.Sz.) Appl. Phys. Lett. **107**, 201109 (2015)
J.-G. Rousset et al. (J.Sz.) Phys. Rev. B **96**, 125403 (2017)



Polarytyny ekscytonowe



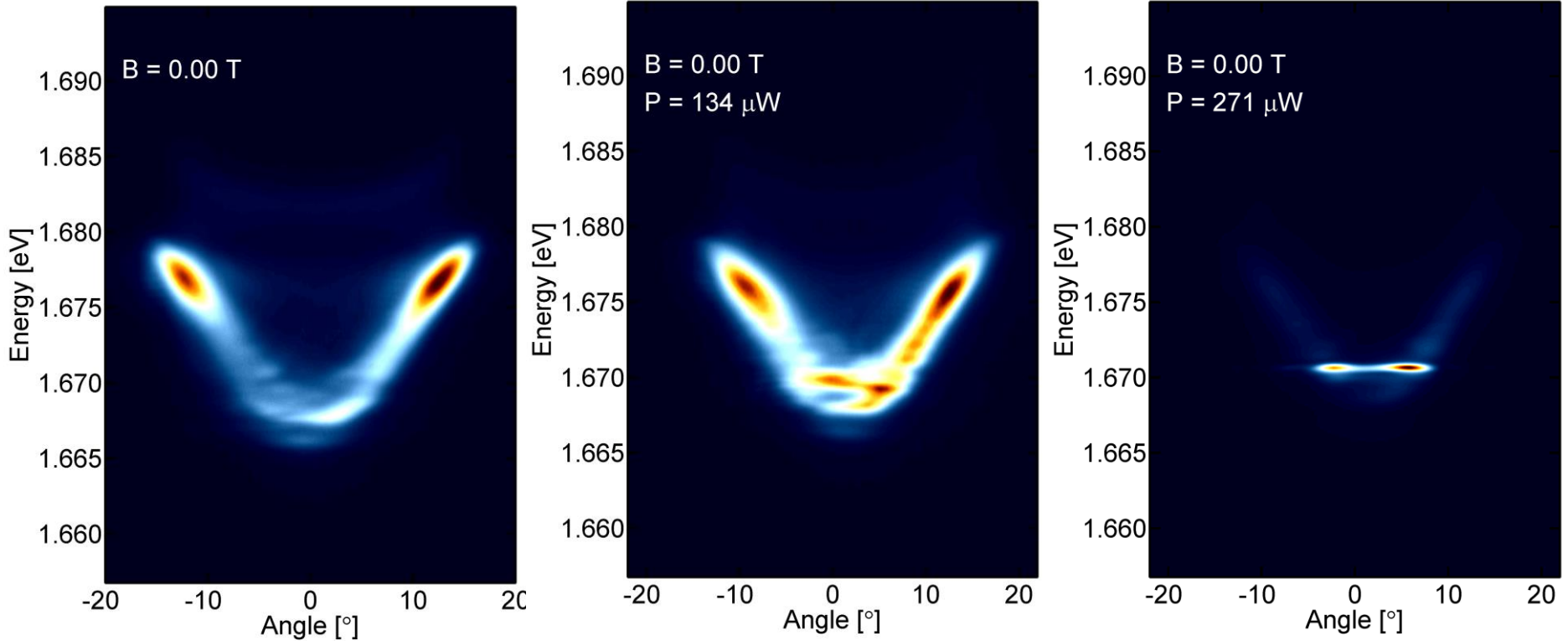
R. Mirek, B. Pietka, J.Sz., et al.
 Phys. Rev. B **95**, 085429 (2017)

sample growth & design: W. Pacuski, J.-G. Rousset, FUW
 J.-G. Rousset et al. (J.Sz.) Appl. Phys. Lett. **107**, 201109 (2015)

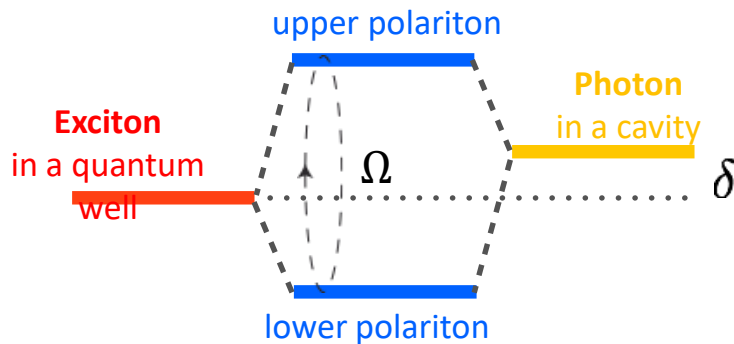
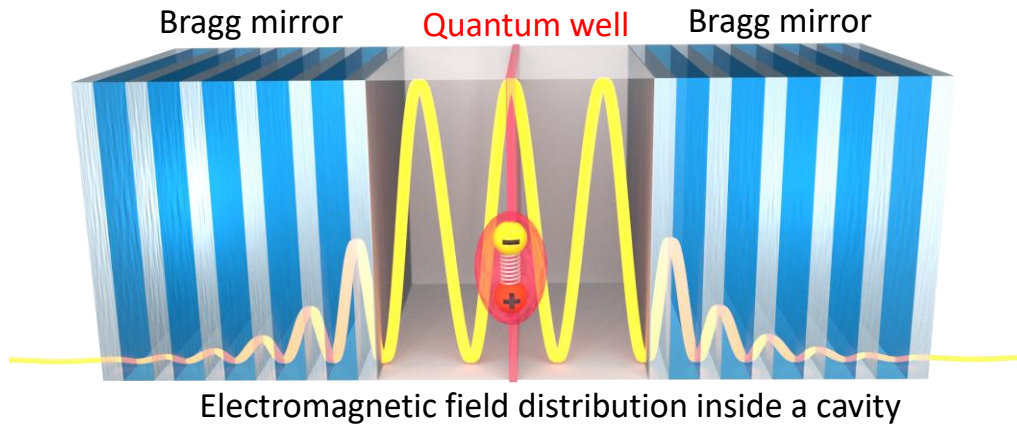


Polarytony ekscytonowe

M. Król, B. Piętka, J.Sz. et al. SCIENTIFIC REPORTS 8, 6694 (2018)



Polarytony ekscytonowe w mikrowędkach



Hamiltonian matrix form

$$H = \begin{pmatrix} E_{ph}(k_{\parallel}) & \frac{\hbar\Omega}{2} \\ \frac{\hbar\Omega}{2} & E_{exc}(k_{\parallel}) \end{pmatrix}$$



vacuum field Rabi splitting i.e. exciton-photon coupling Ω , determines exciton polariton modes:

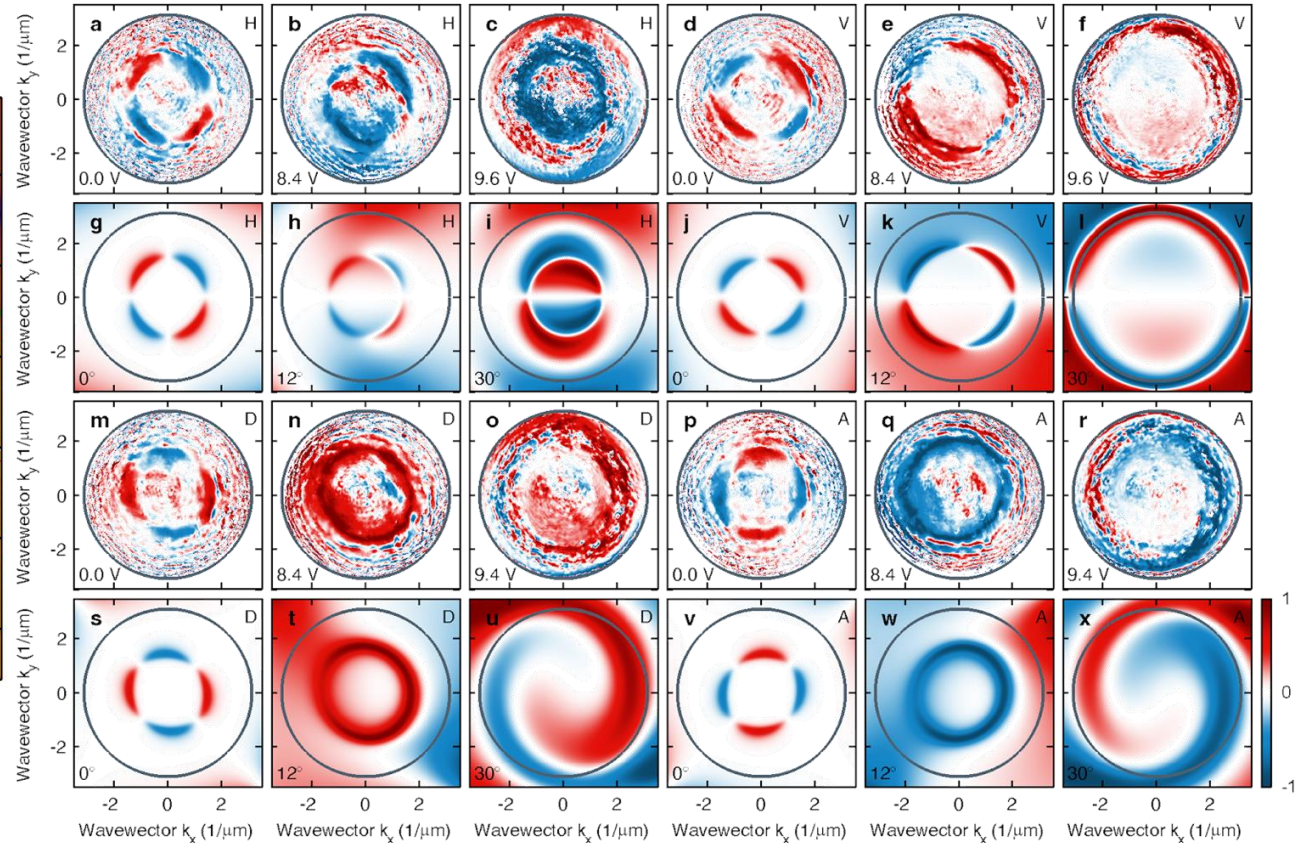
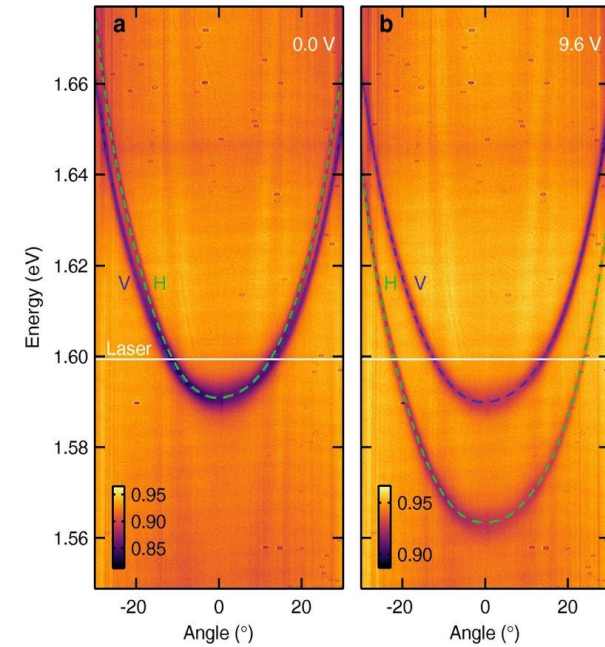
$$\Omega \propto \sqrt{\frac{f_{osc} N_{QW}}{L_C}}$$



Optical Spin Hall Effect (OSHE)

K. Lekenta

Homeotropic structure (HT)



K. Lekenta

Optical Spin Hall Effect (OSHE)

EISSN 2047-7538

GN 22-1404/O4

ISSN 2095-5545

CPDC 12-141

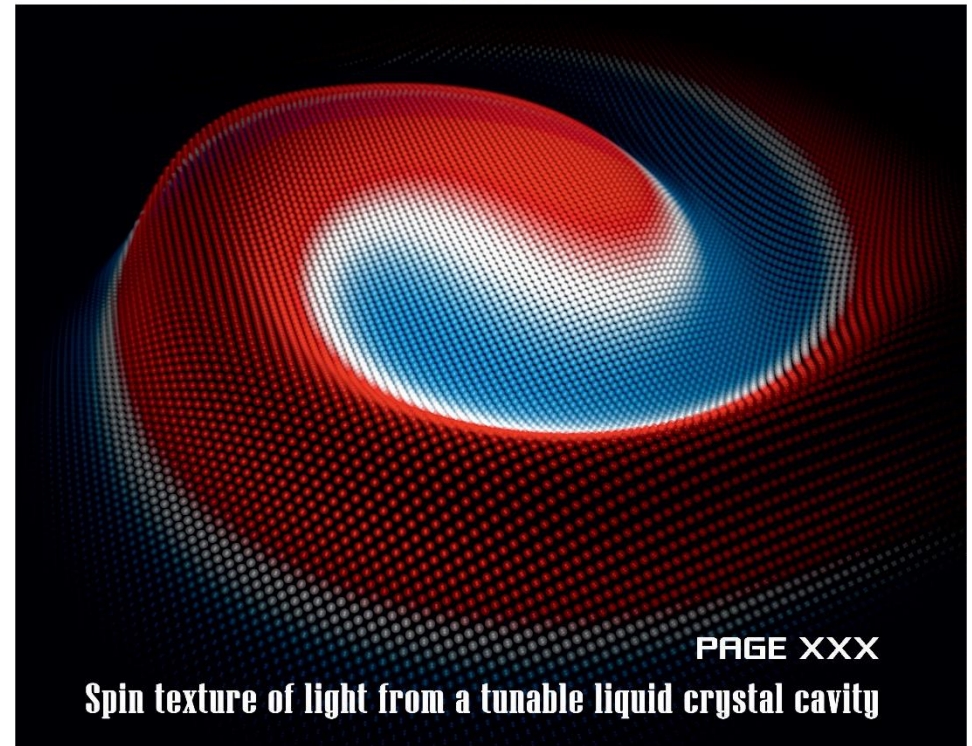
Light | Science & Applications



2018 Volume 7, issue 6

光：科学与应用

www.nature.com/lisa

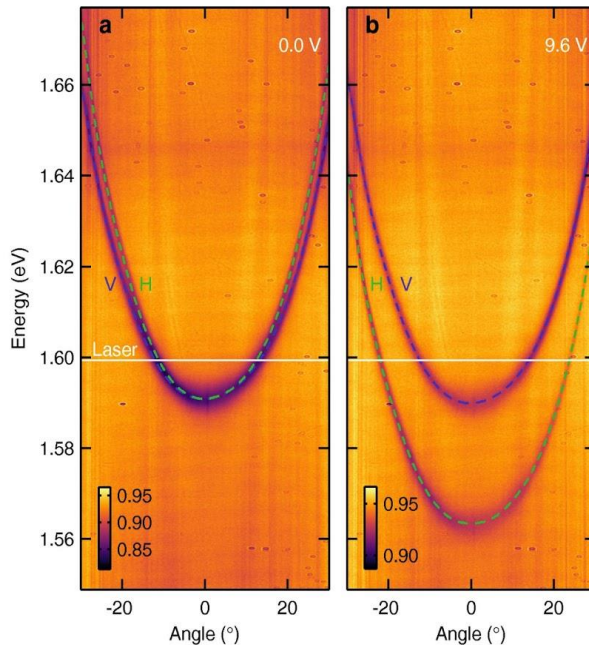


PAGE XXX

Spin texture of light from a tunable liquid crystal cavity

K. Lekenta

Homeotropic structure (HT)



Light: Science & Applications **7**, Article number: 74
(październik 2018)

<https://www.nature.com/articles/s41377-018-0076-z>



SPRINGER NATURE