

# Zadania domowe z fizyki statystycznej ciała stałego, IV rok

Seria 2, 6 marca 2012 roku

1. Rozkład gęstości prawdopodobieństwa jest określony na półprostej  $x \in [0, \infty[$  wzorem  $p(x) = Ce^{-\lambda x}$ , gdzie  $\lambda > 0$  jest zadaną stałą. Znaleźć  $C$  z warunku normalizacji, obliczyć  $S[p]$ ,  $\langle x \rangle$  i  $\langle x^2 \rangle$ . Czy  $S$  może być ujemne?

2. Rozpatrzyć klasyczny gaz cząstek dwuatomowych w objętości  $V$  i temperaturze  $T$  (dla uproszczenia niech atomy w pojedynczej cząsteczce będą różne), modelowanych jako sztywne, nieważkie pręty o długości  $a$  zakończone jednakowymi masami  $m$ . Lagranżjan takiej pojedynczej cząsteczki ma postać

$$L_1(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, \theta, \phi, \dot{\theta}, \dot{\phi}) = m|\dot{\vec{r}}|^2 + ma^2(\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta)/2,$$

gdzie  $\vec{r}$  jest położeniem środka masy, a  $\theta, \phi$  kątami określającymi orientację pręta. Znaleźć sumę statystyczną  $Z$  lub  $\Xi$  i pokazać, że  $\bar{U} = (5/2)k_B T \bar{N}$ . Skomentować ten wynik, opierając się na zasadzie ekwipartycji energii.

*Wskazówka:* Całkę wielokrotną da się obliczyć przy określonej kolejności całkowania.

3. Obliczyć entropię dla macierzy gęstości

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 5/18 & 0 & i/9 \\ 0 & 7/18 & 1/9 \\ -i/9 & 1/9 & 1/3 \end{pmatrix}$$

*Wskazówka:* Wartości własne są prostymi ułamekami.

Termin oddania rozwiązań 20.03.2011.

Dla przypomnienia:

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}, \quad H = \sum_i p_i \dot{q}_i - L$$