Zadania domowe z fizyki statystycznej ciała stałego, IV rok

Seria 3, 20 marca 2012 roku

1. Zapisać bozonową funkcję falową $\Psi(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ opisującą stan $|2, 3, 0, 0, 0 \ldots\rangle$, gdzie kolejne liczby oznaczają liczby obsadzeń stanów własnych Hamiltonianu

$$\hat{H}_1 = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2 \hat{x}^2}{2}$$

o rosnącej energii.

2. Rozpatrzeć kwantowy gaz cząstek dwuatomowych (bozony lub fermiony) w objętości V i temperaturze T (dla uproszczenia niech atomy w pojedynczej cząsteczce będą różne), modelowanych jako trójwymiarowe izotropowe oscylatory o masie zredukowanej m i częstości ω oraz masie całkowitej M. Jednocząstkowy Hamiltonian ma wtedy postać

$$\hat{H}_1 = \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2M} + \hbar\omega(\hat{q}_x + \hat{q}_y + \hat{q}_z),$$

gdzie $q_{x,y,z}$ opisuje liczbę wzbudzeń dla poszczególnych kierunków $(0, 1, 2, \ldots)$. Zapisać ogólnie wielką sumę statystyczną Ξ i pokazać, że w granicy klasycznej ($\mu\beta \ll -1$, $\hbar\omega\beta \ll 1$) zachodzi $\bar{U} = (9/2)k_B T \bar{N}$. Skomentować ten wynik, opierając się na zasadzie ekwipartycji energii.

3. Fotony są bozonami o niezachowanej liczbie, tj. $\mu = 0$, dwóch wewnętrznych stopniach swobody (polaryzacje) i jednocząstkowej relacji dyspersyjnej $\epsilon = c|p|$. Obliczyć wielką sumę statystyczną i zależność $\bar{U}(V, T)$.
Całka pomocnicza

$$\int dx \, \frac{x^3}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{15}$$

Termin oddania rozwiązań 3.04.2011.