

Zadania domowe z fizyki statystycznej ciała stałego, IV rok

Seria 6, 15 maja 2012 roku

1. Znaleźć magnetyzację układu N spinów s , tj. $\hat{S}^2 = \hbar^2 s(s+1)$, o hamiltonianie

$$\hat{H}(B) = - \sum_{j=1}^N B_j \hat{S}_j^z e g / 2m.$$

Magnetyzacja jest dana operatorowo $\hat{M} = \sum_j \hat{S}_j^z e g / 2m$.

Wskazówka: Spiny są niezależne i $S_j^z / \hbar = -s, -s+1, \dots, s-1, s$

2. Znaleźć sumę statystyczną w jednowymiarowym modelu Isinga ze zmiennym oddziaływaniem, tj.

$$H(B) = - \sum_{j=1}^N \sigma_{2j} (J \sigma_{2j+1} + K \sigma_{2j-1}) - \sum_{j=1}^{2N} B \sigma_j, \quad \sigma = \pm 1$$

Przyjąć periodyczne warunki brzegowe dla $2N$ spinów

Wskazówka: Zauważyć, że można posłużyć się iloczynem kolejnych macierzy przejścia tj. $\exp Z = \text{Tr} (V_J V_K)^N$

3. Korzystając z wysoko- i niskotemperaturowego rozwinięcia pętlowego/domenowego, wyznaczyć zachowanie ciepła właściwego dwuwymiarowego modelu Isinga dla wysokich i niskich temperatur i izotropowych oddziaływań, tj.

$$H = - \sum_{x,y} J \sigma_{xy} (\sigma_{x+1,y} + \sigma_{x,y+1})$$

Przyjąć periodyczne warunki brzegowe dla $N_x \times N_y$ spinów. Jak zmieni się wynik w trzech wymiarach?

Wskazówka: W rozwinięciu pętlowym/domenowym wziąć tylko pierwszy wyraz, ten bez pętli/domen.

Termin oddania rozwiązań 29.05.2011.