VII seria zadań ze współczesnej mechaniki klasycznej
1 kwietnia 2003

Zadanie 1 (zagadnienie pogoni).

Znaleźć i przedyskutować tor i ruch psa w zagadnieniu pogoni, w którym pies goni zająca uciekającego po prostej. Pies i zając mają stałe prędkości v i c, przy czym prędkość psa jest stale skierowana do zająca.

Wskazówka: Wybrać chwilę początkową $t = 0$ i układ współrzędnych kartezjańskich tak, żeby w $t = 0$ pies był w $[0, 0]$, zając w $[a, 0]$ i prosta ucieczki zająca była równoległa do osi Oy. Wykazać słuszność równania

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{c}{v}\int_0^x \sqrt{1 + (\frac{dy}{dx})^2}dx - y}{a - x}$$

i przez różniczkowanie uzyskać równanie różniczkowe toru psa.

Zadanie 2.

Na jednym z końców nierozciągliwej liny o długości l, przerzuconej przez gładki nieruchomy krążek, znajduje się ciało o masie m_1. Na drugim końcu liny znajduje się małpa o masie m_2 i jej ruch względem liny opisuje funkcja $\xi(t)$. Znaleźć lagranżjan układu, wyznaczyć i przedyskutować ruch małpy względem krążka.

Zadanie 3.

Punkt materialny o masie m_1, poruszający się po gładkiej poziomej płaszczyźnie, jest połączony nieważką nicią o długości l, przechodzącą przez otwór w płaszczyźnie, z drugim z drugim punktem materialnym o masie m_2, który może poruszać się tylko po prostej pionowej. W chwili $t = 0$ masa m_1 znajduje się w odległości R od otworu i ma prędkość v_0 skierowaną prostopadle do nici, a prędkość masy m_2 jest równa zero. Znaleźć lagranżjan układu, sprowadzić równania ruchu do kwadratur i wyznaczyć minimalną odległość R_m, na jaką masa m_1 może zbliżyć się do otworu.

Wskazówka: Jednym z pierwiastków uzyskanego równania trzeciego stopnia jest R.

Z. Ajduk
P. Chankowski
K. Rejmer