Zadania domowe ze współczesnej mechaniki teoretycznej, seria 9

1) Znaleźć tensor momentu bezwładności względem środka masy dla jednorodnej elipsoidy o masie m

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1 \ .$$

Obliczyć moment bezwładności elipsoidy względem osi nachylonej pod kątem 30^o do osi y, leżącej wpłaszczyźnie $x = 0$.

2) Po poziomej, doskonale szorstkiej płaszczyźnie toczy się walec o masie m i promieniu R. Środek masy walca jest przesunięty względem osi symetrii o l ($l < R$). Prosta równoległa do osi walca przechodząca przez środek masy jest osią główną tensora momentu bezwładności, a moment bezwładności liczony względem tej osi jest równy I_S. Znaleźć częstość drgań walca i siły reakcji podłoża, jeśli ruch walca jest płaskorównoległy.

3) Jednorodną obręcz o masie m i promieniu R zawieszono unieruchamiając jeden z jej punktów i wprawiono w drgania zachodzące w płaszczyźnie obręczy. Maksymalny kąt, o jaki odchyla się punkt będący antypodą punktu zawieszenia, jest równy α. Znaleźć minimalną i maksymalną wartość siły reakcji więzów. Przedyskutować dwa przypadki:
1) α jest kątem ostrym;
2) α jest kątem rozwartym.

Z. Ajduk, P. Chankowski, K. Rejmer