Stanisław G. Rohoziński
Instytut Fizyki Teoretycznej UW

PROGRAM WYKŁADU

# Elektrodynamika ośrodków materialnych

**rok ak. 2000/2001 , semestr letni**

# 1 Wstęp

Mechanika "mikroskopowa" (punktów materialnych) i "makroskopowa" (ośrodków materialnych). OpisyLagrange'a i Eulera. Pole fizyczne.Oddziaływania elektromagnetyczne na tle innych oddziaływań występującychw Przyrodzie. Elektrodynamika jako unifikacja nauki o elektryczności, magnetyzmie i świetle. Rys historii rozwoju elektrodynamiki. Elektrodynamika jako wzorzec klasycznej i kwantowejteorii pola.Elektrodynamika a szczególna teoria względności.
Przestrzeń zdarzeń Minkowskiego. Transformacje Lorentza: niejednorodne (Poincaré) i jednorodne,szczególna i ogólne, właściwe i niewłaściwe. Rachunek wektorowy w przestrzeni Minkowskiego. Czterotensory i działaniana nich. Tensor metryczny. Dywergencja i rotacja tensorów.Pseudotensory. Symbol Levi-Civity (epsylon). Tensory dualne.

# 2 Elektrodynamika mikroskopowa

## 2.1 Sformułowanie

Ładunki elektryczne — detektory pola elektromagnetycznego. Relatywistyczny ruch ładunków punktowych. Przedział czasoprzestrzenny. Czas własny. Czteroprędkość. Czterosiła Lorentza. Antysymetryczny (cztero)tensor natężenia pola elektromagnetycznego. (Trój)wektory natężeń pól elektrycznego i magnetycznego — ich jednostki w systemie SI. Czterotensor dualny

pola elektromagnetycznego.
Źródła pola elektromagnetycznego: pole gestościładunku i pole gęstości prądu elektrycznego dla ładunku punktowego. Funkcja delta Diraca. Równanie ciągłości (prawo zachowania ładunku elektrycznego). Czteroprąd i jego dywergencja.Założenia o równaniach pola elektromagnetycznego: zasada względności,liniowość, prądy elektryczne źródłami pola, brak prądów magnetycznych(dualnych), zasada zachowania ładunku. Równania Maxwella. Przenikalność magnetyczna próżni.Czteropotencjał pola elektromagnetycznego.Cechowanie potencjału. Potencjał bezźródłowy — warunek Lorentza. Równanied'Alemberta.Trójwymiarowy zapis równań Maxwella na pola elektryczne i magnetyczne. Przenikalność elektryczna próżni. Prawa Gaussa, Amperé'a i Faradaya. Rozwiązywalność równań Maxwella — twierdzenie Helmholtza. Potencjały wektorowy i skalarny. Cechowanie Lorentzai cechowanie Coulomba.
Czterotensor energii-pędu. Źródło energii-pędu. Praca zużyta na ruch ładunków (praca Joule'a). Gęstość energii pola elektromagnetycznego. Wektor Poyntinga. Twierdzenie Poyntinga.Zasada zachowania pędu. Gęstość pędu pola elektromagnetycznego. Tensornapięć Maxwella.
Niezmienniki pola elektromagnetycznego. Równania Maxwella jako równania Eulera-Lagrange'a. Gęstość lagranżjanu pola elektromagnetycznego. Możliwe uogólnienia elektrodynamiki Maxwella. Równania Proca. Elektrodynamika nieliniowa Borna–Infelda.

## 2.2 Elektrodynamika ładunków spoczywających (elektrostatyka)

Równanie Poissona (niejednorodne równanie Laplace'a). Postać całkowa prawa Gaussa. Strumień natężenia pola elektrycznego przez powierzchnię. Twierdzenie Gaussa o całce z dywergencji. I i II wzór Greena. Funkcja Greena równania Laplace'a. III wzór Greena. Zagadnienie brzegowe Dirichleta. Znajdowanie funkcji Greena dla zagadnienia Dirichleta przez rozkład na funkcje własne operatora Laplace'a. Funkcja Greena w nieskończonej przestrzeni (prawo Coulomba). Potencjał elektrostatyczny układu ładunków spoczywających. Energia (potencjalna) oddziaływania ładunków. Twierdzenie Earnshowa. Jednoznaczność rozwiązań zagadnienia Dirichleta dla równania Poissona.Rozwiązanie zagadnień Dirichleta przez funkcje Greena. Twierdzenie o wzajemności.

Zewnętrzne i wewnętrzne zagadnienia brzegowe Neumanna — jednoznaczność rozwiązań, rozwiązanie przez funkcje Greena, twierdzenie o wzajemności. Obszary przewodzące (przewodniki doskonałe). Mieszane zagadnienie brzegowe na powierzchniach przewodzących. Związki pomiędzy potencjałami i ładunkami na przewodnikach. Współczynniki pojemności własnej i wzajemnej. Zagadnienie źródłowe. Nieciągłości potencjału i pochodnej normalnej potencjału. Warstwa podwójna.Potencjał daleko od źródeł — rozkład na multipole. Kartezjańskie momenty multipolowe gęstości ładunku.Rozkład potencjału ładunku punktowego na szereg wielomianów Legendre'a. Twierdzenie o złożeniu funkcji kulistych. Momenty sferyczne (bezśladowe) gęstości ładunku.

## 2.3 Elektrodynamika ładunków w ruchu

Równania na potencjały wektorowy i skalarny poruszającego się ładunku. Niejednorodne równanie d'Alemberta. Twierdzenie o jednoznaczności rozwiązań zagadnienia brzegowo–początkowego (odpowiednio typów Dirichleta lub Neumanna i Cauchy'ego) równania d'Alemberta. Twierdzenie Gaussa i wzory Greena w przestrzeni Minkowskiego.Funkcje Greena równania d'Alemberta. Opóźniona funkcja Greena w nieskończonej przestrzeni Minkowskiego. Potencjały Liénarda-Wiecherta. Pola elektryczne i magnetyczne wytworzone przez ładunek w ruchu — składowe bliskie (kwazistatyczne) i dalekie (promieniowania). Wektor Poyntinga pól promieniowania. Rozkład kątowy promieniowania. Moc promieniowania. Tłumienie promieniste. Siła Abrahama–Lorentza.

# 3 Elektrodynamika makroskopowa

## 3.1 Równania pola elektromagnetycznego w ośrodkach materialnych

Skale mikroskopowa i makroskopowa. Średniowanie po obszarach przestrzennych, przedziałach czasowych i zespołach sytatystycznych. Przemienność średniowania przestrzennego z różniczkowaniem po czasie i współrzędnych przestrzennych. Warunek plateau. Makroskopowe pola elektryczne i magnetyczne. Makroskopowe równania Maxwella.Średniowanie przestrzenne źródeł pola (gęstościładunku i prądu) przy założeniu,że obiekty mikroskopowe

mają strukturę wewnętrzną. Ładunki swobodne i związane. Makroskopowe gęstościładunku i prądu. Makroskopowe momenty multipolowe elektryczne. Multipolowe momenty magnetyczne molekuł. Makroskopowe momenty magnetyczne. Polaryzacja (elektryczna) i magnetyzacja ośrodka materialnego. Pola presunięć elektrycznych i magnetycznych. Makroskopowepotencjały. Warunki brzegowe dla pól na powierzchniach nieciągłości ośrodka. Ładunkii prądy powierzchniowe.Makroskopowe równanie energii. Makroskopowy wektor Poyntinga.
Prawa materiałowe. Ogólna struktura równań materiałowych.Tensory podatności. Czas i zasięg korelacji w ośrodku materialnym. Postać praw materiałowych w zależności od stosunku czasu i zasięgu korelacji do charakterystycznego czasu i charakterystycznejdługości dla zmienności pola elektromagnetycznego w czasie i przestrzeni: związki lokalne, algebraiczne i różniczkowe, analiza fourierowska.

## 3.2 Stacjonarne pole elektromagnetyczne w ośrodkach materialnych

Prawa Gaussa, Amperé'a i Faradaya dla pól stacjonarnych. Warunek rozwiązalności równania Amperé'a — I prawo Kirchhoffa. Warunek brzegowy na gęstość prądu. Strumień gęstości prądu przez powierzchnię — natężenie prądu. Prawo Ohma. Przewodnictwo elektryczne. Izolatory, przewodniki, przewodniki doskonałe, nadprzewodniki. Równanie braci Londonów dla nadprzewodników. Uogólnione prawo Ohma (II prawo Kirchhoffa). Gęstość siły elektromotorycznej.
Mechanizmy polaryzacji izolatorów (dielektryków): rozsuwanie się ładunków w molekułach (generacja momentów multipolowych elektrycznych molekuł po wpływem pola elektrycznego), ustawianie się molekuł polarnych w kierunku pola elektrycznego. Podatność elektryczna. Przenikalność elektryczna ośrodka. Względna przenikalność elektryczna (stała dielektryczna).
Mechanizmy magnetyzacji ósrodków materialnych: diamagnetyzm i paramagnetyzm. Podatność magnetyczna.Przenikalność magnetyczna ośrodka. Względna przenikalność magnetyczna.
Potencjał wektorowy pola magnetycznego wytworzonego przez prąd stacjonarny. Prawo Biota–Savarta.Zjawisko histerezy elektrycznej i magnetycznej. Ferroelektryki i ferromagnetyki. Magnesy trwałe. Potencjał wektorowy pola magnetycznego wytworzonego przez magnes trwały. Gęstość prądu magne-

tyzacji. Potencjał skalarny pola przesunięć magnetycznych wytworzonego przez magnes trwały. Objętościowa i powierzchniowa gęstość ładunku magnetycznego.

### 3.3 Fale elektromagnetyczne w ośrodkach materialnych

Fale elektromagnetyczne jako bezźródłowe rozwiązania równań Maxwella. Równania na potencjały fali elektromagnetycznej przy cechowaniu Lorentza i Coulomba.Równania na pola elektryczne i magnetyczne fali elektromagnetycznej.Ogólne rozwiązanie zagadnienia początkowego Cauchy'ego dla fali elektromagnetycznej w nieskończonej przestrzeni nieprzewodzącej. Elektromagnetyczna fala płaska — poprzeczność, polaryzacja, prędkość i kierunek rozchodzenia się, związek dyspersyjny(pomiędzy częstością a wektorem falowym). Fale multipolowe typu elektrycznego i magnetycznego. Zespolone a fizyczne rozwiązania równańMaxwella. Obliczenie średnich czasowych iloczynów pól zespolonych.Średni wektor Poyntinga i średnie energie pól elektrycznegoi magnetycznego. Równanie energii na wartości średnie. Propagacja energiiw fali płaskiej.
Odbicie i przechodzenie fali płaskiej przez powierzchnie graniczne. Współczynnik załamania. Prawa odbicia i załamania (Snella). Wzory Fresnela. Współczynniki przejścia i odbicia. Kąt Brewstera. Polaryzacja przez odbicie. Fale elektromagnetyczne w ośrodkach przewodzących.Gęstość ładunku elektrycznego w ośrodku przewodzącym. Równanietelegrafistów. Fala płaska w ośrodku przewodzącym. Równanie dyspersyjne dla ośrodka przewodzącego. Efekt naskórkowy.
*Tematy omawiane tylko na ćwiczeniach:* Falowody. Promieniowanie źródeł harmonicznych. Rozwinięcie multipolowe dla tego promieniowania.

# Podstawowa literatura


1. J.D. Jackson, *Elektrodynamika klasyczna*, (PWN, Warszawa, 1982)
2. L.D. Landau, E.M. Lifszyc, *Elektrodynamika ośrodków ciągłych*, (PWN, Warszawa, 1960)
3. M. Suffczyński, *Elektrodynamika*, (PWN, Warszawa, 1980)
4. D.J. Griffiths, *Podstawy elektrodynamiki*, (PWN, Warszawa, 2001)